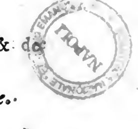
HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXVII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.





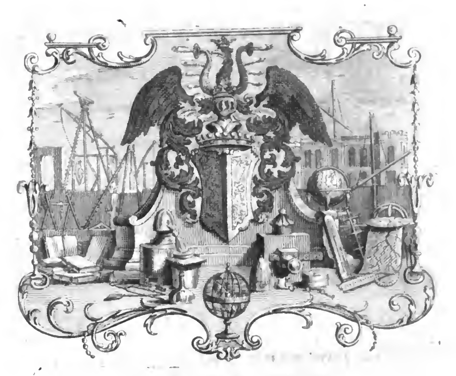
A AMSTERDAM,

Chez PIERRE MORTIER.

M. DCCXXXII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.





A MONSIEUR

LE COMTE DE

WATZDORFF,

CHAMBELLAN ET CONSEILLER DE LA COUR DE SA MAJESTE' POLONOISE, ET PREVOT DE L'EGLISE CATHEDRALE DE BAUTZEN.



ONSIEUR,

En prenant la liberté de Vous dédier ce volume de l'*Histoire* & des *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, ce n'eſt ni à la Naiſſance ni aux Emplois, c'eſt au ſeul Savoir que je rends hommage. La profonde connoiſſance que Vous avez acqui-

qui-

quiſe de la plupart des Sciences qui ſont la matiere de ce Recueil, Vous diſtingueroit parmi ceux-mêmes que leur profeſſion engage à s'y appliquer. Combien plus doit-on l'admirer en Vous, MONSIEUR, qui au milieu du tumulte de la Cour, avez ſu Vous procurer tous les avantages de la retraite; & qui oſez être ſavant, dans un rang où l'on fait ſi peu de cas du Savoir? Je ne crains donc point, MONSIEUR, de Vous offrir cet Ouvrage; je ſai l'eſtime que Vous en faites: & je me flate que Vous recevrez

avec bonté ce témoignage public du profond respect avec lequel j'ai l'honneur d'être,

MONSIEUR,

Votre très humble & très obeïssant serviteur

PIERRE MORTIER.

PRI-

PRIVILEGIE.

DE Staten van Holland en West-Friesland doen te weten, Alzo ons te kennen is gegeven by PIERRE MORTIER, Burger, en Boekverkoper binnen Amsterdam, hoe dat hy door inkoop aan zig verkregen hadde alle de Exemplaren, Regt van Copye, en Kopere Plaaten, van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum*, *Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences*, *avec les Memoires de Mathematique & de Physique*, *tirés des Registres de cette Academie*, *commencée avec l'année* 1699, *jusques à present*: Op welke Werken door Ons op den 22 January des Jaars 1706 goetgunstig Octroy was verleent aan wyle *Gerard Kuyper* om dezelve alleen met uytsluyting van alle andere geduurende den tyd van vyftien Jaaren, in zoo veele Deelen, Taalen, en Formaaten, als hy zoude goet vinden, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, met een pœnaliteit van Drie hondert Guldens tegens de Overtreeders; En door dien het opgemelde Octroy reets zedert eenigen tyd geeindigt, en hy Suppliant werkelyk bezig zynde de gemelde werken van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences*, *avec les Memoires de Mathematique & de Physique*, *tirés des Registres de cette Accademie*, van Jaare tot Jaare, met het drukken te vervolgen, en boven dien te vermeerderen met een *Recueil des Machines approuvées par l'Academie Royale des Sciences dont il est parlé dans l'Histoire & dans les Memoires de cette Academie & autres*, *avec les Explications de Mrs. de l'Academie Royale des Sciences*, *enrichies de plus de* 200 *fig.* En een *Recueil de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix proposés par l'Academie Royale des Sciences;* benevens eene *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Memoires de l'Academie Royale des Sciences*, *publiées dans son ordre.* En eindelyk nog alle de *Memoires de Mathematique*, *de Physique & autres Pieces publiées par l'Academie Royale des Sciences*, *depuis son commencement jusques à l'année* 1698 *inclusivement;* wel verstaande van het laast-genoemde maar alleen die Stukken, of Deelen, die tot nog toe in de Provintie van Holland en West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; waar toe hy Suppliant zeer groote koste en moeyte genootzaakt was aan te wenden: En bedugt zynde dat eenige baatzugtige Menschen hem Suppliant in zyn voorneemen mogten willen contramineren, of alle de voorgemelde Werken in het geheel

of ten deele, of onder eenige andere Tituls ofte Naamen na te drukken, doen drukken, en te verkoopen, tot overgroote schade van hem Suppliant; en om daar in te wezen gesecureert, zo keerde den Suppliant hem tot Ons, ootmoediglyk verzoekende dat Wy hem Suppliant goetgunstig geliefden te verleenen speciaal Octroy en Privilegie, omme alleen geduurende den tyd van vyftien eerstkomende Jaaren, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum*, *Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique tirés des Registres de cette Academie*, met alle de nog volgende deelen en stukken; en *Recueil des Machines approuvées par l'Academie Royale des Sciences, dont il est parlé dans l'Histoire & Memoires de cette Academie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Academie Royale des Sciences, Enrichies de plus de* 200 *fig.* benevens een *Recueil des Pieces qui ont remporté les Prix proposés par Mrs. de l'Academie Royale des Sciences*, en een *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Memoires de l'Academie Royale des Sciences, publiées dans son ordre;* en Eindelyk nog alle de *Memoires de Mathematique, de Physique, & autres Pieces publiées par l'Academie Royale des Sciences, depuis son commencement jusques a l'année* 1698. *inclusivement;* wel verstaende van het laest-genoemde Werk maer alleen alle die stukken ofte deelen, die tot nog toe, in de Provintie van Holland of West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; alles in zoo veele deelen, Taalen, en formaaten als hy Suppliant zoude mogen goet vinden, met speciaal verbod aen alle andere om dezelve Werken, of eenige van dien in het geheel, of ten deele, of onder andere Tituls of Naamen, na te drukken, te doen na drukken, ofte elders nagedrukt zynde in deze Provintie in te brengen, te verruylen ofte te verkopen, veel min eenige uyttreksels van dezelve, van wat natuure, naame, ofte in wat Taale dezelve souden mogen zyn, te moogen maaken ofte doen maaken, drukken of verkoopen, op een Boete van Drie-duysent Guldens, ofte soo veel het ons soude goed dunken tot meer afschrik, by de Contraventeurs te verbeuren, alsoo de Boete van Drie honderd Guldens in voorgaende Octroye van den 22 January 1706, tegens de Overtreders gestipuleerd, niet genoeg zynde om baetzugtige menschen van haer voorneemen tot merkelyke schade van den Suppliant af te schrikken, en de bovengemel-

de Werken voor den Suppliant van de grootste aangelegentheyt zynde. SOO IS 'T, Dat wy de zaake en de het voorsz: verzoek overgemerkt hebbende, ende genegen wezende ter beede van den Suppliant, uyt onse regte wetenschap, Souveraine magt, ende Authoriteit, den zelven Suppliant geconsenteert, geaccordeert, en geoctroyeert hebben, consenteeren, accordeeren, en octroyeeren hem by dezen, dat hy geduurende den tyd van vyftien eerst agter een volgende Jaaren, de bovengemelde Werken in dier voegen als zulks by den Suppliant is versogt, en hier vooren uytgedrukt staat, binnen den voorsz. Onsen Lande alleen sal mogen Drukken, doen Drukken, Uytgeven, ende Verkopen, verbiedende daeromme allen ende een ygelyken dezelve Werken in 't geheel ofte ten deele, te drukken, naer te drukken, te doen nadrukken te verhandelen of te verkoopen, ofte elders nagedrukt binnen dezelve onzen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verhandelen en verkoopen; op verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaaren, ende een Boete van Drie duysent Guldens daer en boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier die de Calange doen sal, een derde part voor den Armen der plaetse daer het Casus voorvallen sal, ende het resterende derde part voor den Suppliant, en dit telkens zo menigmael als dezelve sullen werden agterhaeld. Alles in dien verstaande, dat wy den Suppliant met desen onsen Octroye alleen willende gratificeeren, tot verhoedinge van zyne schaade door het nadrukken van de voorsz. Werken, daer door in geenigen deelen verstaen, den innehouden van dien 'te authoriseeren ofte te advoueren, ende veel min het zelve onder onse protectie ende beschermiinge eenig meerder credit, aansien ofte reputatie te geven, nemaer den Suppliant in cas daer inne iets onbehoorlyks zoude influeren, alle het zelve tot zynen laste zal gehouden wesen te verantwoorden; tot dien eynde wel expresselyk begeerende dat by aldien hy desen onsen Octroye voor dezelve Werken sal willen stellen, daer van geene geabbrevieerde ofte gecontraheerde mentie sal mogen maaken, nemaer gehouden wesen het zelve Octroy in 't geheel en sonder eenige omissie daer voor te drukken, of te doen drukken; ende dat hy gehouden sal zyn een Exemplaer van de voorsz. Werken op Groot papier, gebonden, en wel geconditioneert, te brengen in de Bibliotheecq van onse Universiteit te Leyden, binnen

den tyd van ses weeken, na dat hy Suppliant de voorsz. Werken sal. hebben beginnen uyt te geven, op een boete van ses hondert Guldens, na expiratie der voorsz. ses weeken, by den Suppliant te verbeuren ten behoeven van de Nederduytse Armen van de plaats alwaar den Suppliant woont, en voorts op peene van met der daat versteeken te zyn van het effect van deesen Octroye: dat ook den Suppliant, schoon by het ingaan van dit Octroy een Exemplaar gelevert hebbende aan de voorsz. onse Bibliotheecq, by zoo verre hy gedurende den tyd van dit Octroy dezelve werken zoude willen herdrukken met eenige observatien, nooten, vermeerderingen, veranderingen, correctien of anders hoe genaemt, of ook in een ander formaat, gehouden sal zyn wederom een ander Exemplaar van deselve werken geconditioneert als vooren, te brengen in de voorsz. Bibliotheecq, binnen den zelven tyd, en op de boete en pœnaliteit als voorsz. Ende ten einde den Suppliant desen Onsen Consente ende Octroye mooge genieten als naar behooren, lasten wy allen ende eenen ygelyken dien het aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhouden van desen doen, laaten, ende gedoogen, rustelyk, vreedelyk, ende volkomentlyk genieten, ende gebruyken, cesseerende alle belet ter contrarie. Gegeven in den Hage, onder Onsen Groote Zegele hier aan doen hangen, op den negentienden December in 't Jaar onses Heeren ende Zaligmaakers, Duysent zeven hondert een en dertig.

J. G. V. BOETZELAER

Ter Ordonnantie van de Staten

WILLEM BUYS.

Aan den Suppliant zyn nevens dit Octroy ter hand gestelt by extract Authenticq, haar Ed: Gr: Mog: Resolutien van den 28 Juny 1715 en 30 April 1728, ten einde om sig daar na te reguleeren.

T A-

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

ARITHMETIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

MECHANIQUE.



TABLE

POUR LES

MEMOIRES.

Re-

Remar-

HISTOIRE

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.
Année M. DCCXXVII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR DES OS D'ELEPHANS TROUVÉS SOUS TERRE.

LEs Savans & les Curieux de toute l'Europe connoissent, au moins de réputation, le Cabinet de M. le Chevalier Sloane, célébre Médecin Anglois, qui a rassemblé un Trésor de Botanique, de Physique, d'Histoire Naturelle, dont la grandeur paroît au dessus des forces d'un Particulier. Quand on a devant soi un semblable fonds, on a les matériaux nécessaires pour travailler sur telle matiere que l'on veut, & il ne faut plus que les détacher de la masse commune. C'est ce qu'il a

* V. les M. p. 429.

a fait ſur les Os d'Eléphant trouvés ſous terre, en joignant encore aux pieces qu'il avoit ſous les yeux, tout ce qu'une grande lecture d'Auteurs, tant anciens que modernes, lui avoit appris ſur ce même ſujet; & il en a composé un Mémoire qu'il a envoyé à l'Académie, dont il eſt Membre ſous le titre d'Aſſocié Etranger.

Les Os d'Eléphant trouvés en terre ne ſe reconnoiſſent pas toûjours au premier coup d'œil pour ce qu'ils ſont, il n'y a guere que les deux grandes dents ſaillantes en dehors, ou *Defenſes*, & qui ſont l'Yvoire, à quoi l'on ne peut ſe tromper, pour peu qu'on ait de connoiſſances. Faute de cela, on les a quelquefois priſes pour des Cornes. Les autres Os moins particuliers à l'Eléphant, ſe reconnoiſſent ſûrement par la comparaiſon qu'on en fait avec de ſemblables parties dans des Squelettes de cet Animal. Les Dents de toutes les ſortes ſont les Os que l'on trouve le plus ſouvent, & qui par conſéquent ſe conſervent le mieux. Leur action ſi néceſſaire, & ſi ſouvent répétée, demandoit qu'elles euſſent l'avantage d'une conſiſtance plus forte & plus inaltérable.

Quelquefois les Os d'Eléphant ſont pétrifiés en tout, ou en partie; & quelquefois ils ſont calcinés de façon, qu'au ſimple toucher ils s'en vont en pouſſiere, ou du moins ſe ſéparent en quantité de morceaux. Il eſt aſſés évident que cette différence ne peut être rapportée qu'aux différens ſucs terreſtres dont ces Os ſe ſont impregnés ſelon les différens lieux. De ces ſucs, les uns rongent, détruiſent,

sent, calcinent, les autres consolident & pétrifient. De-là vient qu'on trouve même quelquefois des Corps humains assés entiers, quoiqu'inhumés depuis long-tems.

On a découvert des Ossemens d'Eléphant en Angleterre, en Flandre, en Allemagne, & jusqu'en Islande & en Sibérie, les païs du monde où l'on peut le moins soupçonner qu'il y ait jamais eu d'Eléphans. Quand le dégel, & sur-tout un dégel prompt, arrive en Sibérie, de grandes Rivieres qui doivent passer au pied des Montagnes, & qui roulent alors un prodigieux nombre de glaçons d'une énorme grandeur, détachent de ces Montagnes, & emportent avec elles de grosses pieces de terre, où se trouvent quelquefois des ossemens d'Eléphans, qui demeurent épars çà & là. Ils appartiennent si bien à des Eléphans, que c'est assés souvent de l'Yvoire, dont on trafique. Cependant les Sibériens, & sur-tout ceux qui sont Idolâtres, & encore fort sauvages, ont imaginé un Animal fabuleux, auquel ils donnent ces Os. Ils l'appellent *Mammout*. Il est d'une grandeur prodigieuse, il vit dans de grandes Cavernes, d'où il ne sort jamais, & s'il en sort par quelque accident, il perd la vie dès qu'il voit le jour. Lorsqu'il marche dans des lieux trop bas, il souleve la terre, qui retombe ensuite. On ne l'a jamais vû, & on en fait l'histoire.

Ces ossemens d'Eléphant, auxquels on peut joindre ceux de Baleines, & de quelques autres grands Animaux, ont produit encore, selon M. Sloane, une autre erreur considéra-

ble, même parmi quelques Savans; ils ont cru que ces grands Os appartenoient à des Géants, qui souvent par les proportions qu'on en tiroit auroient excédé toute mesure imaginable; tel d'entre eux auroit eu jusqu'à 60 coudées, ou 90 pieds. L'érudition de M. Sloane lui fournit un dénombrement assés exact de ces prétendus Géants. Outre qu'il est plus raisonnable de rapporter les grands Os à de grands Animaux que l'on connoît, qu'à des Hommes prodigieux dont on n'a point de certitude; on peut quelquefois remarquer aisément que ces grands Os n'ont point les proportions de dimension, ni même la figure que demanderoient des Os humains, & on le pourroit toûjours par une Anatomie *comparée* plus exacte qu'elle n'a été jusqu'à présent sur ce sujet. M. Sloane en donne pour exemple quelques Os des Vertebres d'une Baleine trouvés en terre, & qui au jugement du commun du monde auroient pu appartenir à un grand Géant, mais que des yeux d'Anatomiste jugeroient bien vîte trop différens des Vertebres de l'Homme.

Il reste une grande qüestion; comment des Eléphans ont-ils laissé leurs Os dans des païs, où il n'y a pas d'apparence qu'ils ayent jamais été vivans? M. le Comte Marsigli, qui dit dans son grand Ouvrage du Danube, qu'il a trouvé de ces Os au fond de plusieurs Lacs de Hongrie, croit que les Romains y avoient transporté des Eléphans pour s'en servir dans leurs Armées, & que ceux qui mouroient, on les jettoit dans des Lacs pour garantir le Camp de l'air empesté de leurs Cadavres. Cet-

te opinion, quoiqu'assés vrai-semblable & ingenieuse, n'est pourtant pas adoptée par M. Sloane. Il prouve par des témoignages de l'antiquité que l'Yvoire étoit d'un grand prix chés les Romains, & qu'ils auroient du moins sauvé celui des Eléphans morts, ce qu'on voit qu'ils n'ont pas fait. Il est cependant très-probable qu'il y aura eu des Eléphans transportés & enterrés dans quelques lieux que naturellement ils n'habitoient pas; mais on ne peut guére imaginer qu'il y en ait jamais eu en Sibérie un aussi grand nombre qu'il faudroit pour satisfaire aux faits constans. De plus, qu'imagineroit-on pour les os de Baleine, pour une infinité de coquillages semés par toute la Terre? Il est aisé de voir à quelle conclusion nous en voulons venir avec M. Sloane. Il y a eu de grands bouleversemens sur notre Globe terrestre, & sur-tout de grandes inondations. Nous en avons déja beaucoup parlé dans les Histoires de 1706 *, de 1708 †, de 1710 ‡, de 1715 ⸸, de 1721 §, & de 1723 ¶. Il est seulement à craindre qu'on ne néglige trop desormais les nouvelles preuves qu'on découvrira d'une vérité si bien établie.

* p. 11. & suiv. † p. 36. & suiv. ‡ p. 24. & suiv.
⸸ p. 1. & suiv. §. p. 1. & suiv. ¶ p. 21. & suiv.

OBSERVATION
DE PHYSIQUE GENERALE.

LE 21 Août 1727 à 5 heures $\frac{1}{4}$ du soir on vit à Beziers une Colomne assés noire qui descendoit d'une Nue jusqu'à terre, & diminuoit toûjours de largeur en approchant de la terre, où elle se terminoit en pointe. Elle paroissoit être à deux lieues de la Ville entre Puisserguier & Capestan. L'Air étoit alors calme à Beziers. On y avoit entendu auparavant quelques coups de Tonnerre du côté de l'Occident.

Comme ce Météore, qui n'est pas fort rare sur Mer, où il s'appelle *Trombe de mer*, l'est beaucoup sur terre, Mrs. Bouillet & Cros, de l'Académie nouvellement établie à Beziers, eurent la curiosité d'aller à Capestan, où il avoit été beaucoup mieux vû, pour en apprendre sûrement toutes les particularités. A Capestan le Ciel s'obscurcit d'une maniere extraordinaire; le Vent y fut violent; la Colomne, toûjours en forme de Cone renversé, étoit de couleur cendrée tirant sur le Violet, elle obéissoit au Vent qui souffloit de l'Ouest au Sud-Ouest, accompagnée d'une espece de fumée fort épaisse, & d'un bruit pareil à celui d'une Mer fort agitée, arrachant quantité de rejettons d'Olivier, déracinant des Arbres, & jusqu'à un gros Noyer qu'elle transporta à 40 ou 50 pas, & marquant son chemin par une large trace bien

bien battue, où trois Carroſſes de front auroient paſſé. Il parut une autre Colonne de la même figure, mais qui ſe joignit bien-tôt à la premiere; & après que le tout eut diſparu, il tomba une grande quantité de Grêle. On a parlé en 1725 * d'un Météore qui a quelque rapport avec celui-ci.

M. Andoque, de la même Académie de Beziers, envoya à M. de Mairain, avec la Relation de ces faits, un ſyſtême qu'il en avoit imaginé. Il n'eſt point ſatisfait de l'eſpece d'Eolipile qu'on pourroit concevoir dans les Nues, ainſi que l'on a fait pour expliquer quelques Phénomenes pareils en quelque ſorte; & en effet la matiere de la Colonne, qui ſortiroit de la Nue par une ouverture ſemblable au trou de l'Eolipile, ne prendroit pas la figure d'un Cone renverſé, mais la figure contraire. Il a recours à des Tourbillons qui ſe doivent former dans l'Air, comme il s'en forme dans les Eaux.

Que l'on imagine dans la Mer deux Courans paralleles pour plus de facilité, de même direction, & aſſés peu éloignés; l'eau qui eſt entre eux eſt par elle même ſans mouvement; mais les parties les plus proches de part & d'autre des deux Courans ne peuvent s'empêcher d'en prendre par la rencontre & la colliſion des Courans, & le mouvement qu'elles prennent eſt déterminé à ſe faire en rond, comme celui d'une Roue horizontale en repos frappée ſelon une Tangente. On conçoit ſans peine que ce mouvement eſt d'autant plus fort que l'eſt celui des Courans, & qu'il ſe communique de proche

* p. 6.

che en proche à toute l'eau auparavant tranquille. Elle ſe meut donc en tourbillon.

Et il ne faut pas ſeulement imaginer ce tourbillon à ſa ſurface ſupérieure, mais dans toute la profondeur renfermée entre les deux Courans. Seulement l'eau de la ſurface ſupérieure, qui n'eſt chargée de rien, a plus de facilité à tourbillonner, que l'eau inférieure chargée de la ſupérieure, & de-là le tourbillon total doit prendre la figure d'un Cone dont la baſe ſoit en haut.

Si l'on ne ſuppoſe qu'un Courant, il ne laiſſera pas de faire tourbillonner dans toute ſa profondeur une partie de l'eau tranquille qu'il rencontrera, mais une moindre partie que s'il y avoit eu deux Courans. Le reſte ſera le même.

Cela s'applique aiſément au phénomene que M. Andoque veut expliquer. Il y avoit un calme à Beziers, & un grand vent à Capeſtan; un Courant impétueux dans l'Athmoſphere en alloit choquer violemment une autre partie tranquille, & faiſoit tourbillonner ce qu'il en détachoit. La grande obſcurité du Ciel à Capeſtan marque une grande condenſation de nuage cauſée par ce vent, & à cauſe de cette condenſation il en tomboit des vapeurs aqueuſes, qui ſe mêlant à l'air tourbillonnant faiſoient par leur quantité la fumée épaiſſe, & le bruit par leur extrême agitation. La figure du Tourbillon d'air & de vapeurs dut être la même, & poſée de même que celle d'un Tourbillon d'eau formé dans la Mer, elle fut l'effet des mêmes principes. Ces idées ſuffiront à qui voudroit ſuivre encore tout cela plus loin.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

Le Journal des Obſervations de M. Maraldi pour 1727. *

ANATOMIE.

SUR CE QUE LE NERF INTERCOSTAL fournit des Eſprits aux Yeux. †

LE nom d'Intercoſtal, que l'on donne à un Nerf fort connu des Anatomiſtes, doit faire juger qu'il ſe répand ou ſe ramifie entre les Côtes, & qu'il y porte des Eſprits qui ſerviront au mouvement de ces parties, à ceux de l'Eſtomac, à la reſpiration, à la voix, &c. Car tout le monde ſait que comme les Arteres ſont les canaux du ſang, de ce grand fluide commun, d'où toutes les autres humeurs ſont tirées, de même les Nerfs ſont les canaux des Eſprits néceſſaires à tous les mouvemens de la Machine animale. Le Nerf Intercoſtal a effectivement les fonctions déſignées par ſon nom, mais il en a encore d'autres plus cachées, & que M. Petit le Médecin n'a découvertes qu'en étudians

* V. les M. p. 557. † V. les M. p. 1.

diant aussi exactement qu'il l'a fait par rapport à l'opération de la Cataracte tout ce qui appartient aux Yeux.

Les Nerfs de la 5me & de la 6me Paire se distribuent dans toute la Tête, & les Yeux reçoivent certainement plusieurs de leurs rameaux. Tous les Anatomistes, à la tête desquels on doit mettre à l'égard de la description des Nerfs Willis & Vieussens, ont cru que le Nerf Intercostal prenoit son origine des Nerfs de ces deux Paires pour aller de-là se répandre dans la région des Côtes. Mais M. Petit soupçonna qu'il venoit plutôt se joindre à ces Nerfs qu'il n'en partoit. Car s'il en partoit, il devoit naturellement être posé à leur égard de façon qu'il reçût d'eux les Esprits, fluide qu'ils lui fournissoient, selon le cours que ce fluide avoit en coulant dans leur cavité, c'est-à-dire qu'il falloit qu'en partant des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire l'Intercostal eût son origine tournée vers la leur ; or M. Petit observoit une position contraire de l'Intercostal, & le fluide n'eût pû entrer dans sa cavité qu'en rebroussant. En second lieu, après la jonction de l'Intercostal & du Nerf de la 6me Paire, celui-ci étoit plus gros du côté opposé à son origine, ce qui marquoit que de ce côté-là loin d'avoir, pour ainsi dire, jetté l'Intercostal hors de lui, il l'avoit reçû, & continuoit sa route avec lui. Cette augmentation de volume dans le Nerf de la 6me Paire, d'où l'on tiroit cet indice, ne se voyoit pas de même dans le Nerf de la 5me après sa jonction avec l'Intercostal ; mais ce Nerf de la 5me Paire est si gros par rapport à celui de la 6me, qu'il n'étoit pas étonnant que son

son volume ne fût pas sensiblement augmenté comme celui de l'autre ; du reste nous avons déja dit que la position de l'Intercostal à l'égard de l'un & de l'autre étoit la même.

Il n'étoit point indifférent de savoir si l'Intercostal partoit des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire, ou s'il venoit s'y joindre. S'il en partoit, il n'avoit point de rapport aux Yeux, sujet sur lequel M. Petit ne vouloit rien négliger; s'il venoit se joindre à ces Nerfs, il pouvoit même selon toutes les apparences aller avec eux jusqu'aux Yeux. Mais comme après sa jonction avec ces deux Nerfs il s'y perd entierement, & en devient inséparable, la vûe seule ne peut décider la question, & M. Petit imagina heureusement un autre moyen aussi sûr que la vûe même. Si l'Intercostal étant coupé à un Animal, il s'en ensuit des effets sensibles dans les Yeux, & qui ne puissent être rapportés à aucune autre cause, certainement l'Intercostal va aux Yeux, & par conséquent il ne part pas des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire, mais il s'y va joindre. Cette conséquence est importante pour la Nevrologie ; mais il l'est encore plus de savoir quel est le rapport de l'Intercostal aux Yeux, sur quelles parties précisément tombe ce rapport, quelles maladies en peuvent naître.

M. Petit a fait un grand nombre d'experiences sur des Chiens vivans, à qui il a coupé l'Intercostal, toûjours vis-à-vis de la 3me ou 4me Vertebre du Col. Là ce Nerf est enfermé dans une Gaine avec le Nerf de la 8me Paire, & on ne peut couper l'un sans l'autre, mais il est bien sûr que ce Nerf de la 8me Paire n'a aucun

rapport aux Yeux; ainſi tout ce qui arrive aux Yeux par cette opération ne peut jamais être attribué qu'à l'Intercoſtal. Dans toutes les expériences de M. Petit les effets qu'on auroit crû devoir plus naturellement provenir de ce que l'Intercoſtal étoit coupé, la perte ou l'affoibliſſement de la voix, les vomiſſemens, les palpitations dè cœur, &c. ont tous varié, & varié conſidérablement, & juſqu'au point de manquer quelquefois: mais ceux qui appartenoient aux Yeux ont été beaucoup plus conſtans, les Yeux ſont devenus ternes, ils ont diminué, ils ont jetté de la Chaſſie ou des larmes, la Cornée s'eſt applatie, une membrane cartilagineuſe qui coule ſur le bord de Cornée s'eſt étendue, & en a couvert une partie, la Conjonctive s'eſt enflammée, &c. car nous ſupprimons un détail trop particulier. Et afin qu'il ne reſte aucun doute ſur ces accidens des Yeux, ils ne ſont jamais arrivés qu'à l'Oeil droit ou au gauche, quand l'Intercoſtal n'a été coupé que de l'un ou de l'autre côté.

Il eſt donc bien démontré que l'Intercoſtal porte des Eſprits dans les Yeux, mais comme ce n'eſt qu'en certaines parties des Yeux, le deſordre que cauſe la ſection de ce Nerf arrive parce que quelques parties ſont privées des Eſprits qu'elles euſſent dû recevoir, tandis que d'autres ne le ſont pas. Toutes les parties du Corps animal ſont en quelque ſorte arcboutées les unes contre les autres, & ſe tiennent en état par cet équilibre. Celles à qui il manque des Eſprits qui leur appartenoient, perdent la tenſion néceſſaire, ſe relâchent, & d'autres profitent auſſi tôt de leur foibleſſe, & uſurpent ſur elles.

elles. Les liqueurs qui ne coulent plus assés facilement dans des vaisseaux relâchés, s'y amassent, & si la liqueur est du sang, voilà une inflammation; si c'est celle qui doit, comme dans les Yeux, entrer par les *Points lacrymaux*, & qui ne le peut plus, du moins en assés grande quantité, ce sont des larmes, ou de la Chassie, qui coulent au dehors. Il se peut aussi que le dérangement des parties solides empêche une liqueur de se former aussi abondamment qu'il faudroit, & c'est ainsi qu'il ne se forme pas assés d'Humeur aqueuse pour tenir bien tendue la Cornée dont elle remplit la concavité; de-là vient que cette membrane se ride, se fronce, & perd son brillant naturel. Ce peu d'idées générales & d'applications particulieres peuvent suffire pour servir d'introduction à des explications infiniment plus circonstanciées, que donne M. Petit sur une matiere jusqu'à présent peu approfondie.

*SUR LA VUE DES ENFANS.**

VOICI encore un fruit de l'étude particuliere que M. Petit a faite des Yeux, & qui s'est présenté à lui sur son chemin. Tout le monde a observé que les Enfans nouveau-nés voyent peu, ou ne distinguent rien: leur vûe incertaine, qui ne se fixe à aucun objet, marque qu'aucun ne les frappe assés. Si

* V. les M. p. 346.

Si on observe de plus près, on s'apperçoit que leurs Yeux n'ont point encore le brillant qu'ils auront dans la suite. M. Petit a été plus loin par l'Anatomie, il a trouvé que l'épaisseur de leur Cornée étoit beaucoup plus grande que dans les Adultes, où elle ne passe pas une demi-ligne, & que leur Humeur Aqueuse étoit beaucoup au-dessous de 5 grains, ce qui est la quantité dont elle est dans les Adultes; que de plus elle est en moindre quantité que ne demanderoit la proportion de leur Oeil à celui des Adultes; & qu'à mesure que les Enfans sont plus avancés dans un espace de tems compris entre leur naissance & 5 ou 6 semaines, ils ont la Cornée moins épaisse, & plus d'Humeur aqueuse; jusqu'à ce qu'enfin cette Humeur vienne à être dans la quantité requise selon la grandeur de leur Oeil. L'Uvée paroît aussi plus épaisse, la Rétine est extrêmement molle; mais l'Humeur Vitrée, le Cristallin & la Capsule qui le renferme, ont toute leur transparence naturelle. Dans les Fœtus qui ne sont pas venus à terme, toutes les différences d'avec les Yeux des Adultes sont encore plus marquées. On doit seulement s'attendre qu'il se sera trouvé, comme il arrive toujours, des variétés en différens Sujets.

Il paroît donc que le défaut de la vûe des Enfans nouveau-nés vient principalement de ce que leur Cornée est trop épaisse, & leur Humeur Aqueuse en trop petite quantité. Cette trop grande épaisseur de la Cornée n'est pourtant pas précisément une cause du défaut, les Rayons ne laisseroient pas de tra-

ver-

verser toujours bien la Cornée, comme ils traversent des Verres sans comparaison plus épais; mais elle n'est épaisse que parce qu'elle n'est pas bien tendue, parce qu'elle est froncée & ridée, ce qui produit dans sa surface des inégalités fort contraires à la régularité nécessaire des Refractions. De plus, puisque la Cornée n'est pas assés tendue, elle n'a pas la convexité & la courbure que ces mêmes Refractions demandent. C'est l'Humeur Aqueuse, qui doit tendre la Cornée en remplissant sa concavité, & elle n'est pas en quantité suffisante; & cela même fait encore que les Rayons qui la traversent n'ont pas un assés long espace à parcourir, pour être aussi disposés qu'il le faut à la réunion. On sait assés que de cette réunion, qui s'acheve enfin sur la Rétine, dépend l'image distincte, ou la perception des objets. Il se peut aussi que la Rétine, trop molle dans les Enfans, ne soit pas suffisamment ébranlée, & que les pointes des Pinceaux Optiques s'y émoussent, & y perdent de leur action, comme des Dards sur de la Laine. Cependant la lumiere agit sur les Yeux de ces Enfans, ils en ont sentiment, puisque quand elle est trop forte, leur Prunelle se rétrécit, ainsi que M. Petit l'a observé. Les Fibres de l'Uvée, qui ne sont plus épaisses, que parce qu'elles ne sont pas aussi tendues qu'elles le seront, le sont donc déja assés pour causer, quand il le faut, ce rétrécissement de la Prunelle.

Il est aisé d'imaginer d'où viennent ces dispositions des Yeux dans les Enfans nouveaunés. Leurs Yeux ont été fermés pendant 9 mois,

que. Le Glaucoma se formoit-il donc dès que l'Animal étoit mort? Cela étoit sans apparence & sans exemple. Mais enfin M. Petit s'apperçut qu'un Cristallin glaucomatique cessoit de l'être pour avoir été quelque tems dans sa main, qu'il le redevenoit étant mis dans un lieu plus froid, & cela alternativement tant qu'on vouloit, & il fut aisé de conclurre que la chaleur étoit nécessaire pour entretenir la transparence du Cristallin de ces jeunes Animaux, & qu'ils n'avoient garde de la perdre lorsqu'ils vivoient, bien entendu qu'il ne s'y mêlât pas quelque autre cause. Mais cela même est remarquable, qu'une assés légére différence de chaleur produise deux effets aussi sensiblement contraires que la transparence & l'opacité. Avec quelle extrême précaution, avec quelle timidité ne doit-on pas se conduire dans les recherches de Physique, où chaque pas est une occasion de chûte pour l'Esprit humain!

SUR LES MOUVEMENS DES LEVRES.

Les mouvemens des Levres, quoique si exposés aux yeux, n'ont pas encore été assés expliqués par les Anatomistes, & Mrs Maloët & Senac en ont entrepris une explication plus particuliere. Il y en a deux principaux; le premier par lequel les Levres s'avan-

vancent en dehors le plus qu'il ſe peut en faiſant une eſpece de tuyau cilindrique & tenant la bouche fermée, ce qu'on apelle *faire la moue*; le ſecond, qui n'eſt ſenſiblement que ce même mouvement plus fort, de ſorte que le tuyau n'eſt plus cilindrique en devant, mais s'évaſe en forme de Trompe à pavillon, parce que le bord de la Levre ſupérieure ſe retrouſſe en en-haut, & celui de l'inférieure en en-bas, ce qui fait que la bouche demeure entre-ouverte.

M. Maloët prétend que le premier mouvement s'exécute par le Muſcle *Orbiculaire*, qui ſuit le contour des Levres, de la même maniere à peu près qu'un Cordon paſſé dans l'ouverture d'une Bourſe. Il ſe contracte dans toute ſon étendue, par toutes ſes fibres, & par-là ſerre & ferme la bouche, comme le Cordon de la Bourſe lorſqu'il eſt tiré, & par conſéquent diminué de longueur, la ſerre & la ferme.

Dans le ſecond mouvement, M. Maloët concevant le Muſcle Orbiculaire diviſé en deux parties, l'une *antérieure* ou moins éloignée du bord des Levres, l'autre *poſtérieure*, croit que de toutes les deux qui avoient également été contractées dans l'autre mouvement, il n'y a plus que la poſtérieure qui le ſoit, & que l'antérieure qui eſt dans le relâchement permet que les bords des Levres ſe retrouſſent, que la bouche s'entre-ouvre, & que le tuyau qui étoit cilindrique s'évaſe à ſon extrémité. Selon lui, les Muſcles *Buccinateurs* ſont auſſi alors dans le relâchement.

M. Senac a des idées aſſés différentes de M.

M. Maloët. Il croit que quand toutes les fibres du Mufcle Orbiculaire fe contractent, en demeurant dans le même plan où elles étoient, ce n'eft que ce qu'on appelle *faire la petite bouche*, c'eft-à-dire la fermer le plus qu'il fe peut, & qu'alors les Buccinateurs tirent les Levres en arriere, & les appliquent fur les Dents; mais que pour ce que nous avons appellé le premier mouvement, les fibres de l'Orbiculaire fe contractent de maniere qu'elles fe placent en différens plans; celles qui font fur les bords des Levres rapprochent par leur raccourciffement les coins de la bouche, & celles qui font plus éloignées de ces bords étant pareillement raccourcies, viennent fe placer derriere les précédentes, les jettent en avant & les rendent faillantes. Toutes ces fibres s'aident les unes les autres, parce qu'elles concourent à rapprocher les coins de la bouche.

A l'égard du fecond mouvement, il y a encore plus de différence. M. Senac ne juge pas que l'action des fibres poftérieures de l'Orbiculaire & l'inaction des antérieures fuffifent pour le retrouffement des Levres, il met en jeu de nouveaux Mufcles qui n'y avoient pas été mis. Les fibres de l'*Incifif* defcendent devant le plan fupérieur de l'Orbiculaire, & en fe racourciffant retrouffent la Levre fupérieure en enhaut; les fibres du *Quarré* montent devant le plan inférieur, & retrouffent la Levre inférieure en en-bas.

Voilà les principaux mouvemens des Levres; mais elles en peuvent avoir plufieurs autres, dont M. Senac n'a fait qu'indiquer en

en général les principes. Les *Muscles de Couper* peuvent donner aux Levres une saillie en avant; l'Incisif & le Quarré, s'ils agissent seuls, formeront une bouche quarrée, ce qui est assés extraordinaire pour avoir été montré à la Foire St. Germain dans un Espagnol; les Buccinateurs appliqueront les bords des Levres en tirant les coins, & en les éloignant; les *Triangulaires* & les *Canins* rapprocheront les coins de la bouche. Combien de mouvemens, & combien de combinaisons des uns avec les autres? On voit tous les mouvemens qu'une Machine exécute; on a la Machine sous les yeux & entre les mains, on en desassemble les pieces tant que l'on veut, & on a encore bien de la peine à s'assûrer de la maniere dont cette Machine exécute ces mouvemens, tout au plus s'assûre-t-on quelquefois de quelques-uns.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UNE Païsanne du Village de Montorot près d'Illiers fut accouchée d'un Garçon vivant par une Sage-femme, qui ne put la délivrer de l'Arriere-faix, & l'abandonna 8 jours après l'accouchement sans avoir fait la ligature au Cordon Ombilical qui sortoit de

de la Matrice. L'Accouchée, qui perdoit tout son sang, fut bientôt à la derniere extrémité, & on appella M. Guerin, Chirurgien d'Illiers, qui à peine lui trouva encore quelque signe de vie. Cependant en la touchant il reconnut avec certitude qu'elle avoit un second Enfant dans la Matrice, & il hazarda de le tirer par les pieds. Il le tira vivant, & c'étoit un Garçon; il délivra la Mere de son Arriere-faix, qui étant commun avec celui du premier, n'avoit pû sortir que les deux Enfans ne fussent sortis; & toute cette opération fut si heureuse, que la Mere fut sauvée, & remise en état d'accoucher de nouveau, & que les deux Enfans ont parfaitement bien vécu. Quelles ressources de la Nature, & pourroit-on les espérer dans des corps plus accoûtumés à la mollesse! M. Geoffroy a communiqué à l'Académie ce fait, qu'il tenoit de M. Guerin.

II.

Les pieds & les mains ont certainement des rapports de construction, des ressemblances bien marquées; cependant on ne feroit point surpris que si quelqu'une de ces causes accidentelles qui produisent tant d'irrégularités de construction dans les Fœtus, en produisoit quelqu'une aux pieds, elle ne la produisît point aux mains; au contraire il seroit étonnant qu'elle le fît, & d'autant plus étonnant qu'elle le feroit plus parfaitement: car quel rapport des pieds aux mains à cet égard, & comment imagineroit-on que cette cause ac-

accidentelle, qui feroit ou une compreſſion, ou un défaut de circulation, &c. dût agir préciſément de la même maniere ſur les uns & ſur les autres? C'eſt pourtant ce qui eſt arrivé à Beſançon, ſelon un bon nombre de témoignages très authentiques. La Femme d'un Vigneron, nommé Jean-François Maigrot, après avoir eu un premier Enfant bien conformé, accoucha au mois de Mai 1726 d'une fille qui avoit les cinq doïgts de chaque main & de chaque pied parfaitement joints en un ſeul corps, & faiſant le même volume & la même figure que des doigts ſéparés à l'ordinaire, qui ſe tiendroient joints. Toute la différence entre les doigts des mains, & ceux des pieds également confondus, étoit que les premiers étoient couverts d'un ſeul ongle, dont la grandeur étoit à peu près celle de cinq, & que les autres avoient leurs ongles ſéparés, poſés comme ils devoient l'être naturellement.

Comme il feroit fort fâcheux que cet Enfant n'eût que des mains inutiles, on a ſongé à lui en ſéparer les doigts par des incisions, & quatre mois après ſa naiſſance M. Bernier, Chirurgien Major de la Citadelle, en a fait l'opération aſſés heureuſement. Il a même trouvé quelquefois les phalanges de deux doigts voiſins confondues, & par conſéquent les doigts plus difficiles à ſéparer. Ces mains ainſi raccommodées par art, ont de l'air d'une patte de Chat, les doigts ſont courbés, un peu élevés vers le milieu, & l'ongle qu'on a eu l'adreſſe de ménager à chacun d'eux, ſe termine en une pointe fort aiguë.

Il est difficile de dire si ces doigts, qui auront tous à leurs parties latérales, & selon toute leur longueur, de fortes cicatrices, seront d'un usage bien facile; leur flexion & leur extension seront gênées par ces cicatrices comme par des cordes roides, à moins cependant que la souplesse de parties aussi jeunes, l'usage de Topiques émolliens souvent appliqués, & la longue habitude, ne préviennent cet inconvénient. On en peut imaginer encore quelques autres, dont l'événement seul peut décider.

On s'est assûré que la Mere n'avoit été frappée d'aucun spectacle, ni d'aucune idée qui ait pû donner lieu à cette conformation irréguliere. C'est-là un excès d'attention, que ceux qui l'ont eûe n'ont peut-être pas jugée fort nécessaire, non plus que beaucoup d'autres habiles Physiciens.

III.

Nous avons rapporté en 1701 * une Observation de feu M. Littre sur le Foye d'un Homme tué en parfaite santé, où les Glandes, naturellement invisibles par leur petitesse, se découvroient aisément sans Microscope. M. Maloët a confirmé cette Observation, mais par le Foye d'un Homme dont la premiere & la principale maladie avoit dû être une obstruction dans ce Viscere. Aussi les Glandes de ce dernier Foye étoient-elles plus grosses que celles du premier, elles avoient sou-

* p. 64.

ſouvent jusqu'à deux lignes de diametre, & quelquefois trois. Elles étoient d'un jaune pâle, parce qu'elles étoient communément assés grosses pour laiſſer paroître une partie de la couleur de la Bile, qui s'y étoit amaſſée & épaiſſie. Ainſi il n'y a preſque pas lieu de douter que les Glandes inviſibles, dont le Foye eſt tout ſemé, ne ſoient deſtinées à la filtration de la Bile. Si la grandeur extraordinaire, quoique moindre, des Glandes du Foye dans le Sujet de M. Littre, n'étoit pas une conformation naturelle, c'étoit le commencement d'une obſtruction dans le Foye, que cet homme eût eûe, s'il eût vêcu plus longtems.

I V.

Ce même Sujet de M. Maloët avoit une autre particularité remarquable ; le Péritoine épais d'environ une ligne en quelques endroits, dur, & preſque cartilagineux, & cela à peu près dans toute ſon étendue, adhéreut aux Inteſtins & à toutes les parties qu'il touchoit. Mais M. Maloët a vû dans un autre Sujet une adhérence du Péritoine beaucoup plus ſinguliere. Il s'étoit attaché à la partie convexe du Foye, & ce Viſcere étoit tellement rapproché du Diaphragme & des Fauſſes-Côtes, que les quatre premieres de ces Côtes s'étoient enfoncées dans le Foye, & y avoient tracé chacune un ſillon, qui repréſentoit parfaitement leur direction, & aſſés exactement leur longueur & leur largeur. Cet accident cauſoit au Malade, dans cette région, une douleur qui ne ſe diſſipoit jamais ota-

totalement, mais que M. Maloët soulageoit seulement par de fréquentes Saignées, par des Tisanes, par des Emulsions, par l'abstinence du Vin, qui procuroient quelque relâchement dans l'adhérence du Péritoine aux parties qu'il incommodoit.

V.

Un Portefaix, âgé de 30 ans, en faisant un effort pour soulever un fardeau, fut surpris d'une douleur dans le bas-Ventre, qui ne l'a jamais depuis entierement quitté. Il ne laissa pas de travailler encore pendant plus d'un an dans les intervalles où sa douleur étoit supportable, mais enfin elle cessa de l'être. Il lui survint au bas-Ventre une dureté éminente & douloureuse qui sembloit menacer d'un Abscès. Elle devenoit toûjours plus profonde, mais elle étoit errante, tantôt paroissant occuper toute la capacité, tantôt cantonnée d'un côté, tantôt de l'autre. A la fin elle se fixa dans la région Iliaque gauche; le Malade avoit le ventre paresseux, il vomissoit quelquefois sans beaucoup de suite, les Alimens, les Purgatifs & les Lavemens passoient assés bien. Cependant la Fievre lente vint à s'allumer, qui avec les grandes douleurs & les longues insomnies, causa la mort. Nous supprimons le détail des Remedes qu'employa M. du Puy, Médecin du Roi à Rochefort, qui traita le Malade; il sera aisé aux habiles Médecins de les imaginer: nous en voulons venir à la cause singuliere de la maladie. Elle ne pouvoit se manifester

que par l'ouverture du Cadavre, que fit M. du Puy.

L'Inteſtin Colon étoit d'une groſſeur démeſurée. Il rentroit en lui-même de haut en-bas de la longueur de 4 doigts, un peu au-deſſus de la courbure par laquelle il va joindre le *Rectum*, & il rentroit de même de bas en-haut de la longueur de 6 doigts au-deſſous de l'endroit où il ſe recourbe pour deſcendre dans l'Hypochondre gauche; & entre les deux endrois marqués par ces deux différens replis, ſe trouvoit dans la cavité de cet Inteſtin un Corps étranger, retenu & ſerré par ces replis dans ſes deux extrémités, & flotant dans le reſte de ſon étendue: il avoit environ 10 doigts de long, & 5 de circonférence dans ſa partie la plus large, car ſa figure étoit à peu près cilindrique. Ce Corps étranger n'en étoit pourtant pas proprement un, c'étoit la Membrane interne du Colon, qui s'étant détachée de l'autre, comme ſi un poids l'eût tirée, étoit deſcendue dans l'inteſtin en s'allongeant toûjours au-delà de ſon extenſion naturelle, & ſelon toutes les apparences en prenant auſſi une nourriture vicieuſe. M. du Puy trouva à l'extrémité inférieure de cette énorme Appendice trois Glandes groſſes comme de petits Marrons, & d'une conſiſtance très ferme; c'étoient là les poids qui, ſelon la conjecture de M. du Puy, avoient tiré la Membrane interne du Colon en en-bas; ils avoient toûjours groſſi, & augmenté de force. On voit aſſés comment un grand effort du Portefaix avoit pû être la premiere cauſe de tout ce deſordre, & comment la longue continuation d'un travail dur & forcé avoit toûjours augmenté le mal.

mal. Les Vaisseaux dérangés, comprimés, tiraillés de différentes façons, ont altéré les liqueurs qu'ils portoient ; de-là les inflammations, les Abscès, la fievre. Les Intestins grêles ne déchargeoient pas les matieres avec facilité dans le Colon engorgé en grande partie, & par-là ils se gonfloient trop, & formoient une tumeur qui se portoit tantôt d'un côté, tantôt d'un autre, selon l'endroit de leurs circonvolutions où étoit posé l'amas des matieres. Il y avoit aussi une autre tumeur causée par l'Appendice qui se formoit dans la cavité du Colon, & qui n'y étoit point encore arrêtée par ses deux extrémités, mais elle l'a été enfin, quand cet Intestin à force d'être agité & irrité est venu la saisir & se coller à elle par ses deux bouts. Il laissoit toûjours un passage, quoique moins libre, aux alimens & aux remedes.

C'est une chose connue, que les Intestins, & sur-tout les Grêles, peuvent rentrer en eux-mêmes par un repli fait de haut en-bas ou de bas en-haut: mais M. du Puy avoue qu'il n'avoit jamais ni vû, ni lû qu'une portion des parois d'un Intestin rentrât en dedans de son canal, & y fît une longue Appendice intérieure. Non-seulement les maux qui viennent d'un dérangement extraordinaire des Solides sont presque absolument incurables, mais il est difficile d'avoir des signes auxquels on les connoisse, surtout si ces dérangemens sont rares comme celui-ci. Il est pourtant toûjours bon de savoir qu'ils sont possibles.

V I.

En 1716 la fille d'un Bourgeois de Vienne en Dauphiné, âgée de 12 ans, tomba de 6 pieds de haut sur une pierre de taille, & se cassa la mâchoire inférieure, entre l'angle & le menton du côté gauche. Elle sentit d'abord une très-vive douleur, qui fut suivie d'une contusion considérable. En remuant un peu les deux pieces de la fracture en sens contraire, la malade entendoit une crépitation dans l'endroit le plus douloureux. On lui appliqua pour tout remede pendant 40 jours des Compresses d'Eau de vie: les douleurs augmenterent, toûjours accompagnées d'une difformité à l'endroit de la fracture, & au bout d'un an on s'apperçut qu'il s'y formoit une petite tumeur. Alors on appella un Chirurgien qui appliqua sur cette tumeur les pierres à Cautere, & il en sortit environ trois onces d'une matiere un peu noire avec nombre d'esquilles de différente grosseur, après quoi on mit tout en usage pour empêcher qu'il ne restât une fistule, mais on ne put y réussir. Il y survint en différens tems plusieurs excroissances de chair qu'on faisoit tomber avec une ligature, & de-là on jugeoit que la tumeur étoit carcinomateuse, & produisoit des *fungus*. Cependant l'Exostose grossissoit toûjours, & en 1726 elle vint au point que la malade avoit de la peine à prendre des alimens solides. Ses règles se supprimerent, il se forma un ulcere chancreux avec puanteur à la circonférence de l'endroit carié ; la partie tomba en Sphacele le 1 Mai 1727: de ce jour la malade ne prit plus

plus que de la Limonade pour tout aliment, & elle mourut le 16, âgée de 24 ans.

M. Cremoux, Chirurgien Major d'un Régiment de Dragons, a envoyé de Vienne cette Relation à M. Morand, & en même tems l'Exostose même, que M. Morand a trouvée du poids de 13½ onces, bien séparée de toute partie molle. L'Os de la Mâchoire d'une personne de même âge dans l'état naturel ne pese que 1 ½ once.

Il y avoit dans l'endroit de la Carie une cavité considérable, dont le fond étoit noir & vermoulu, & dans quelques endrois de l'Exostose une espece de tissu spongieux, entre ouvert par des cellules assés écartées. Il est assés clair que cette Exostose monstrueuse a été causée par l'épanchement du suc osseux, par les Vaisseaux divisés à l'endroit de la fracture, & par la mauvaise qualité du suc, qui avoit fort dégénéré de sa douceur naturelle.

VII.

Il a été dit dans l'Histoire de 1723 *, que *M. Morand avoit observé dans l'Hydrophthalmie, ou Hydropisie de l'Oeil, qui allonge & dilate la Sclérotique du côté du Nerf Optique, qu'en exposant à la lumiere l'Oeil détaché de l'Orbite, il est très transparent dans toute l'étendue de l'axe qui le traverse depuis la partie antérieure & saillante de la Cornée jusqu'au delà de la partie postérieure & dilatée de la Sclérotique.* Mais M. Morand a observé depuis cette transparence dans des Yeux qui

* p. 45.

qui n'avoient point d'Hydropisie, & il s'est apperçû qu'elle étoit plus grande dans des Yeux plus âgés. Cela s'accorde avec une observation faite en 1726 * par M. Petit le Médecin, que *la Choroide tout à fait brune dans les Enfans, s'eclaircit ensuite toûjours & considérablement jusqu'à une vieillesse avancée.* On conçoit sans peine, que cette Membrane devenue plus claire rend tout le globe de l'Oeil détaché plus transparent. Ainsi il faut modifier l'observation de M. Morand par celle de M. Petit: des Yeux Hydropiques âgés seront les plus transparens de tous; il pourra y en avoir d'également transparens, les uns par l'Hydropisie, les autres par l'âge, &c.

VIII.

Nous avons parlé en 1724 † d'un Fœtus monstrueux double, qu'on pouvoit se représenter en concevant deux Fœtus réguliers *couchés sur le dos à côté l'un de l'autre, dont on auroit emporté tout le côté droit de l'un, & tout le côté gauche de l'autre, de sorte que leurs Epines vinssent à se toucher.* M. Bouthier, Médecin à Périgueux, a envoyé à M. Maloët la Relation bien circonstanciée d'un autre Monstre qu'il avoit disséqué, double à contre-sens. C'étoient deux Fœtus adossés, confondus ensemble par le dos, & par le derriere des deux têtes. Par la maniere dont le premier Monstre étoit double, les deux Fœtus dont on le suppose formé, avoient perdu chacun la moitié de

* V. l'Hist. p. 32. † p. 28. & suiv.

de leur charpente ou Squelette; dans celui-ci au contraire les deux Fœtus par leur position n'auroient rien perdu de leur charpente. En voici les particularités les plus remarquables.

Les deux Têtes ayant leurs faces opposées, très bien formées, & d'ailleurs si ressemblantes l'une à l'autre qu'il étoit très difficile d'y appercevoir de la différence, formoient une figure ovale applatie, dont le petit diametre étoit dans le plan du milieu des deux faces. Par l'applatissement les Os Occipitaux se trouvoient vers les extrémités du grand diametre de l'Ovale, & tenoient la place ordinaire des Pariétaux. Les deux Epines ne laissoient pas de naître des Occipitaux à l'ordinaire.

Le Tronc composé de deux Troncs entiers étoit gros à proportion, & sembloit quarré. Quatre Bras, Cuisses, Jambes, bien formés, s'y attachoient régulierement.

Tout l'intérieur étoit pareillement régulier dans les deux Corps à cela près, & c'est une exception très considérable, qu'aucun des deux n'avoit ni parties de la génération internes, ni apparence extérieure de Sexe, ni Anus.

Une même Cloison membraneuse très forte séparoit dans les Corps, tant les parties de la Poitrine que celles du bas-Ventre, de sorte qu'on ne pouvoit douter auquel des deux elles appartenoient.

Une Cloison membraneuse de même force séparoit aussi les deux Cerveaux, mais de maniere à laisser tout-à-fait incertain à laquelle des deux faces appartenoit chaque Cerveau, car pour distinguer les Cerveaux le plan de la

membrane auroit dû être parallele aux deux faces, & au contraire il paſſoit par le milieu des deux. Sa poſition étoit contraire à celle du plan de la Cloiſon des deux Poitrines & des deux Ventres.

Le Monſtre étoit venu à 11 mois, & paroiſſoit n'être mort que 4 ou 5 heures avant ſa naiſſance. La Mere, qui étoit une pauvre femme, étoit accouchée ſans aucun ſecours.

Nous avons dit en 1724, que ſi les Monſtres étoient dans l'intention directe de la Nature, & par conſéquent deſtinés à vivre, ils ſeroient ſans Sexe, parce qu'on ne voit pas qu'ils ſoient deſtinés à perpetuer leur eſpece. Il ne tiendroit pas à cela que le Monſtre de Périgueux ne fût dans l'intention directe de la Nature; il étoit ſans Sexe, mais il étoit auſſi ſans Anus, & par là il ne pouvoit vivre. D'ailleurs il porte des marques encore plus ſenſibles & en plus grand nombre de l'union de deux Oeufs, que le Monſtre de 1724; & celles qui ſeront les moins favorables à ce Syſtême, y pourront être ramenées ſans des efforts trop violens. Il paroît du moins que la préſomption eſt aſſés grande de ce côté-là, & ſe fortifie toûjours.

I X.

M. Maloët a fait voir à l'Académie que le petit Lobe du Foye d'un Homme âgé de plus de 40 ans, étant plus mince & plus étroit qu'à l'ordinaire, s'étoit prolongé juſqu'à la Rate, qui quoique fort augmentée de volume avoit conſervé ſa ſituation naturelle, &

en

en recouvroit la partie supérieure dans l'étendue de 5 ou 6 travers de doigt. En cet endroit, où les deux membranes externes des deux Visceres étoient immédiatement appliquées l'une sur l'autre, ou quelquefois des filets fort courts continus aux deux membranes, les attachoient ensemble plus étroitement. Comme le Foye est naturellement dans l'Hypochondre droit, & la Rate dans le gauche, cette disposition singuliere pourroit faire qu'une maladie qui n'attaqueroit que le Foye, telle que la Jaunisse, causeroit du côté gauche une douleur qu'elle ne devoit point causer, & c'est ce que M. Maloët assûre avoir vû arriver dans des Jaunisses; on ne soupçonnoit point par où la Rate y pouvoit être intéressée.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Les Observations de M. de Maupertuis sur une espece de Salamandres.

† Les Observations de M. Sloane sur des Cornes d'une grandeur extraordinaire.

‡ Et celles de M. de Reaumur sur le Porc-épic.

* V. les M. p. 38. † V. les M. p. 153.
‡ V. les M. p. 538.

CHIMIE.

SUR LE VERRE DES BOUTEILLES;
OU
SUR LA DISSOLUBILITÉ DE PLUSIEURS VERRES. *

IL faut se rappeller ici ce qui a été dit dans l'Hist. de 1724 † sur des Bouteilles de Verre, où le Vin se gâtoit, sans que l'on en sût la raison. M. Geoffroy le cadet la trouva par des expériences qui lui apprirent que le verre de ces Bouteilles se dissolvoit par des Acides. Ceux du Vin sont donc aussi d'une nature propre à ronger ce Verre, & ils en emportent des particules qui gâtent la liqueur. Ainsi on sait sûrement qu'un Verre dissoluble par des Acides n'est pas bon à faire des Bouteilles, où l'on veut mettre du Vin.

Nous avons dit que M. Geoffroy avoit de ces mauvaises Bouteilles, mais non pas les matieres dont on les avoit faites dans la Verrerie d'où elles étoient venues. Il ne put que découvrir une marque du vice du Verre, sans découvrir d'où ce vice provenoit. M. du Fay.

* V. les M. p. 45. † p. 57. & suiv.

Fay a eu depuis & les matieres employées dans cette Verrerie, & une instruction sur les doses, & par là il a été en état de rechercher l'origine du mal. On met 7 parties de cendres lessivées, & séchées dans les Arches du Four, 1 partie de cendres du même Four au défaut de cendres fortes, ou non lessivées, 1 partie & $\frac{1}{4}$ de sable séché.

M. du Fay, en employant les matieres de la Verrerie dont on se plaignoit, & dans la même dose, fit aussi de mauvais Verre, & conclut de-là que les circonstances particulieres & locales, telles que le degré de feu, la construction du Four, n'y avoient point de part. Il a vû de même que le Sable de la Verrerie n'y en avoit aucune, puisque d'autre Sable mis à sa place ne faisoit pas mieux. En vain prenoit-il aussi, au lieu des cendres de la Verrerie, des cendres lessivées du bois flotté ou non flotté, qu'il brûloit à son usage ordinaire; il trouvoit seulement que le Verre étoit moins mauvais, quand elles étoient mêlées en certaines doses avec les cendres du Four de la Verrerie, ou quand elles étoient de bois non flotté. On sousentendra bien, vû le sujet dont il s'agit, que le Verre est d'autant plus mauvais, qu'il se dissout plus facilement & plus promptement dans les liqueurs Acides, & qu'il en est plus altéré. Mais on y peut joindre aussi le plus de difficulté que les matieres dont il est formé auront à se mettre en fusion, une moindre transparence, & même une couleur moins agréable.

Enfin M. du Fay auroit toûjours fait du

Verre plus ou moins mauvais, s'il ne s'étoit avisé de prendre des cendres de branches vertes bien séchées. Elles lui ont donné un Verre indissoluble aux Acides, & cela, quoiqu'employées en un certain nombre de doses différentes avec les cendres du Four de la Verrerie; pour le Sable, il ne paroît pas qu'il y eût guere de choix. Au delà de ces doses où le Verre étoit bon, il le devenoit toûjours moins à mesure qu'il y avoit moins de cendres de branches.

Il est fort naturel de penser, comme fait M. du Fay, que plus une matiere est Alkaline, plus les Acides agissent aisément sur elle. L'Eau, où le bois flotté a séjourné longtems, en a dissous les Sels moyens, ou concrets, c'est à dire, qu'elle a enlevé les Acides de ces Sels, & n'en a laissé que la matrice alkaline & terreuse. Ce que l'Eau a fait sur le bois flotté, le tems l'a fait sur le bois non flotté, ou neuf, que l'on brûle ordinairement, parce que ce bois est presque tiré du tronc ou des grosses branches d'Arbres morts, ou fort vieux, dont les Sels les plus subtils & les plus chargés d'Acides se sont évaporés. Il est visible que les jeunes branches ne sont pas dans ce cas-là.

Comme on ne peut pas brûler une aussi grande quantité de jeunes branches qu'il faudroit pour le grand nombre de Bouteilles qui se font, il semble que les bonnes devroient être beaucoup plus rares qu'elles ne le sont effectivement; mais il y a apparence que les Arbres de certaines especes, ou les mêmes Arbres en différens païs, soûtiennent mieux

la vieillesse, quant à l'évaporation de leurs acides, & que les bonnes Bouteilles sont faites de cendres de ces bois-là, sans que l'on ait eu pourtant cette attention.

SUR LE FROID QUI RESULTE ordinairement du mêlange des Huiles Essentielles avec l'Esprit de Vin. *

LES liqueurs qu'on appelle chaudes ou froides par rapport à certaines proprietés, & sur-tout à l'impression qu'elles font sur notre langue, ou dans nos veines, n'en sont pour cela ni plus ni moins chaudes ou froides extérieurement; & pourvû qu'elles ayent été assés exposées à l'air, elles y prennent toutes un degré de chaud ou de froid, que le Thermometre fait voir parfaitement le même. Il ne s'agit ici que de ce chaud ou de ce froid extérieur, dont le Thermometre est juge. Ce sujet abonde en phénomenes singuliers, que les habiles Physiciens n'eussent pas prévûs.

Eussent-ils deviné, par exemple, que des Dissolutions qui se feroient avec une fermentation sensible, même avec bruit, même en poussant des vapeurs chaudes, eussent pu cependant être froides? On l'a vû dans l'Histoire de 1700. †

On n'eût pas cru au contraire que l'Eau ver-

* V. les M. p. 162. † p. 67. & suiv.

verſée ſur de l'Eſprit de Vin bien rectifié en augmentât la chaleur. M. Geoffroy le Cadet a fait voir qu'elle l'augmente, & beaucoup, & promptement, & d'autant plus que la doſe de l'Eau eſt plus forte par rapport à celle de l'Eſprit de Vin. *

Maintenant M. Geoffroy préſente cette merveille par une autre face. Tandis que l'Eau qui devroit diminuer la chaleur de l'Eſprit de Vin l'augmente, les Huiles eſſentielles la diminuent, quoiqu'elles la duſſent augmenter, puiſqu'elles ne ſont preſque compoſées que de Soufres très-inflammables & très-diſpoſés à prendre feu. Il paroît par les expériences de M. Geoffroy, que le moindre effet de quelques Huiles eſſentielles ſur l'Eſprit de Vin eſt de n'en pas diminuer la chaleur. Telles ſont l'Huile eſſentielle de Lavande, & celle de Gerofle. Il eſt à remarquer que l'Eau, qui augmente tant la chaleur de l'Eſprit de Vin, ne produit aucun effet ſur les Huiles eſſentielles.

Nous pouvons, ſans entrer dans le détail des expériences, donner une idée générale des principes phyſiques, qui apparemment ont lieu dans ces phénomenes. Le mouvement qu'il s'agit ici d'augmenter ou de diminuer, eſt celui de liquidité, celui par lequel toutes les petites parties intégrantes d'un liquide détachées les unes des autres ſont mûes en tout ſens. On ſuppoſe que c'eſt une matiere ſubtile, qui coule entre elles, & les agite, & que par elle-même elle a toûjours la même vîteſſe. Le mouvement de ces molécules du liquide ſera augmenté, ſi elles deviennent plus mo-

* V. les M. de 1713. p. 69. & ſuiv.

mobiles; elles ne le peuvent devenir que par être plus fines & plus déliées, & si au contraire elles deviennent plus grossieres & plus massives, le même mouvement sera diminué. On peut ajoûter encore que dans un liquide, dont les parties seront hétérogenes, ainsi qu'elles le sont presque toûjours, le mouvement de liquidité, dont le Thermometre doit sentir le degré de chaleur, sera plus augmenté, si les molécules qui deviennent plus subtiles sont celles qui sont les plus propres par leur nature à faire sentir de la chaleur au Thermometre; il arrivera le contraire dans le cas opposé. Si on mêle ensemble deux liqueurs, & qu'elles agissent l'une sur l'autre, comme il arrive souvent; ou les molécules de l'une seront attenuées & plus divisées par celles de l'autre, auquel cas le mouvement de liquidité de la premiere augmentera, & le Thermometre montera; ou les molécules de l'une se joindront à celles de l'autre, & les rendront plus grossieres, auquel cas le mouvement de liquidité diminuera, & le Thermometre descendra. Il faudra de plus avoir égard à la nature des molécules qui auront été altérées par l'action des deux liqueurs. Si elles n'ont pas d'action l'une sur l'autre, soit parce qu'elles ne sont pas de nature à en avoir, soit parce qu'elles ne se mêlent pas assés intimement ensemble, le mouvement de liquidité ne reçoit nul changement, & le Thermometre est immobile.

L'Eau ne fait nul effet sur les Huiles essentielles, parce que ce sont des Huiles, & que l'Eau & l'Huile ne se mêlent pas. Mais l'Eau

l'Eau augmente la chaleur de l'Esprit de Vin, parce que d'un côté elle se mêle très intimement avec la grande quantité de flegme toute semblable à elle, qu'il contient; & que d'un autre côté elle étend & développe les Soufres qui nagent dans ce flegme.

Les Huiles essentielles contiennent avec leurs Soufres beaucoup de parties Salines; or tout le monde sait que les Sels refroidissent l'Eau, ou, ce qui est le même, en diminuent le mouvement de liquidité. Il faut donc que le mêlange des Sels des Huiles essentielles avec le flegme ou l'Eau de l'Esprit de Vin, diminue la chaleur de l'Esprit de Vin. Le degré de cette diminution dépend du plus ou moins de Sels des Huiles essentielles.

Avec ces principes généraux, on peut expliquer les Phénomenes, & même en prévoir quelques-uns. Cependant il pourroit se trouver telles combinaisons singulieres & délicates, qu'il seroit difficile de ramener aux principes supposés, quoiqu'elles en fussent réellement des suites. Cet inconvénient n'est que trop commun en Physique.

SUR UN SEL NATUREL DE DAUPHINÉ. *

EN parlant d'un Sel naturel qui se trouve en Espagne †, & que M. Boulduc le fils a

* V. les M. p. 527. † V. l'Hist. de 1724. p. 78. & suiv.

a reconnu pour être le vrai Sel de Glauber, nous avons dit que *Glauber n'eût apparemment pas cru que ce Sel dont il se savoit si bon gré, & qu'il nommoit* admirable, *dût se trouver tout formé dans le sein de la Terre.* Cette espece de merveille diminue aujourd'hui. Le même M. Boulduc en examinant un autre Sel naturel tiré de Dauphiné & d'auprès de Grenoble, a découvert que c'étoit encore de veritable Sel de Glauber, un Acide Vitriolique porté sur la base terreuse du Sel Marin.

Il n'a pas suffi à M. Boulduc que le Sel de Dauphiné fût par toutes les qualités extérieures parfaitement semblable, soit au Sel naturel d'Espagne, soit à l'artificiel de Glauber, qu'il fût aussi aisément dissoluble par l'Eau, aussi friable, que ses Cristaux affectassent constamment les mêmes configurations, qu'il se fondît de même sur le feu sans fuser, & sans s'enflammer, & seulement en se gonflant, qu'il eût le même goût sur la langue, &c. La recherche a été plus approfondie, & a pénetré jusqu'à la composition intime de ce Mixte.

On sait que le Turbith mineral est du Mercure empreint de l'Acide Vitriolique, & que le Mercure ne peut devenir Turbith que par cet Acide. M. Boulduc a versé dans une solution de Mercure par l'Esprit de Nitre du Sel de Dauphiné dissous dans l'Eau commune. Aussi-tôt il s'est fait au fond du Vaisseau une précipitation d'une matiere qui étoit de vrai Turbith: ce Turbith étoit donc du Mercure empreint d'un Acide Vitriolique, & cet Acide ne pouvoit être venu que du Sel de

Dau-

Dauphiné. Il avoit abandonné sa base, & avoit enlevé le Mercure à l'Esprit de Nitre.

On sait aussi que l'Acide Vitriolique ne peut qu'avec la base terreuse du Sel Marin former un Sel semblable par ses proprietés exterieures à celui de Glauber. Il est donc bien prouvé que les deux principes qui composent le Sel de Glauber & le Sel de Dauphiné, sont les mêmes.

M. Boulduc, ainsi que nous l'avons dit en 1726 *, avoit aussi trouvé du Sel de Glauber dans les nouvelles Eaux de Passy ; il croit aussi qu'il y en a dans le Sel d'Ebsom, dont nous avons parlé en 1718 †, soit que ce Sel de Glauber soit porté par les Eaux minerales d'Ebsom, comme par celles de Passy, soit qu'il soit purement fossile, comme celui d'Espagne & de Dauphiné, car un Sel naturel peut nous venir de ces deux différentes manieres.

De plus, M. Boulduc cite plusieurs Chimistes qui ont parlé de Sels naturels, qu'il juge devoir être les mêmes que celui de Glauber. Ainsi voilà la merveille encore plus diminuée que nous ne l'avons dit d'abord ; voilà un Remede fort accrédité dans la Médecine, qui n'a plus besoin d'être préparé avec une industrie toûjours pénible, & sujette à erreur.

O B-

* p. 42. & suiv. † p. 47. & suiv.

OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

ON trouve quelquefois de l'Or, qui a divers caracteres d'impureté ou d'imperfection. Il ne se met jamais en fusion claire, sa surface est livide; si on le verse dans une Lingotiere, il en demeure dans le Creuset une partie qui n'est pas assés coulante; enfin il est aigre, cassant, & ne se peut presque pas travailler. On croit communément qu'il tient quelque portion d'Emeril, qui est une matiere pierreuse, dure, & très hétérogene à l'Or. En effet on rencontre assés souvent de l'Emeril dans les Mines d'Or: mais sans examiner s'il s'en est mêlé véritablement dans l'Or dont il s'agit ici, M. du Fay a donné un moyen de le purifier, & de le rendre aussi doux qu'il doit l'être naturellement. Ce moyen lui venoit d'un Artiste, qui a travaillé longtems avec lui en Chimie.

Tout le monde sait que tout métal, excepté l'Argent, mêlé avec l'Or, s'en sépareroit par la *Coupelle*; l'Argent ne s'en sépare que par le *Départ*. Ici il faut d'autres moyens, ce qui paroît prouver que ce mauvais Or tient effectivement quelque matiere, telle que de l'Emeril.

Il faut prendre parties égales de cet Or & de Bismuth, les fondre ensemble dans un Creuset, & verser dans un Culot ce qui pourra

ra sortir coulant, peser ensuite ce mêlange fondu pour juger de la quantité restée dans le Creuset, la mêler avec une égale quantité de Bismuth, refondre & reverser comme la premiere fois, & répéter encore l'opération, jusqu'à ce qu'enfin toute la matiere soit sortie du Creuset bien coulante. Cet Or ainsi saoulé de Bismuth, on le mettra dans une grande & épaisse Coupelle bien soûtenue d'une autre faite de terre à Creuset, dans laquelle elle aura été formée & bien battue. On coupellera le mêlange sans y rien mettre autre chose, & quand il sera figé, on trouvera l'Or encore impur, & couvert d'une peau livide; on mettra alors sur chaque marc d'Or 2 ou 3 Onces de Plomb, & on continuera de coupeller jusqu'à ce que tout le Plomb soit évaporé ou imbibé dans la Coupelle. Après cette seconde opération, l'Or n'est point encore aussi beau qu'il le doit être, quoiqu'il soit déja moins livide, & moins aigre. Pour achever de le purifier, il faut le mettre dans un Creuset large que l'on placera dans une Forge, de sorte que le vent du Soufflet darde la flamme sur le Métal; on le tiendra quelque tems en fusion, & on cessera de souffler quand l'Or commencera à s'éclaircir; on y jettera ensuite à plusieurs reprises un peu de Sublimé corrosif, & sur la fin un peu de Borax. On reconnoît que l'operation est entierement finie, lorsque le métal devient tranquille, qu'il ne fume plus, & que sa surface est brillante. On le peut alors jetter en lingot, & quand on le travaillera, on le trouvera fort doux.

Si

Si ce mauvais Or tenoit auſſi de l'Argent, il faudroit le traiter davantage ſelon cette vûe, parce que l'Argent mêlé avec l'Or eſt le ſeul métal qui ne s'en ſépare pas par la Coupelle. Après que l'Or aura eté coupellé la premiere fois avec le Biſmuth, on mettroit deux parties d'Argent ſur une d'Or, afin que l'Argent en plus grande quantité tirât mieux l'Argent de l'Or, on le coupelleroit avec le Plomb, comme il a été dit, & il ne feroit pas neceſſaire de mettre tant de Sublimé corroſif. On feroit enfin le Départ de l'Argent à l'ordinaire.

II.

On a vû dans l'Hiſt. de 1704 *, une Obſervation de feu M. Homberg ſur une eſpece de Végétation, ou Arbriſſeau d'Argent. De l'Argent ayant été mis à la Coupelle avec trois fois autant de Plomb, il s'étoit élevé de deſſus la ſurface de l'Argent, lorſqu'elle ſe congeloit dans le feu, un petit jet qui l'avoit percée, & avoit formé cet Arbriſſeau. M. Homberg en avoit aiſément trouvé la cauſe. L'Argent étoit encore en fuſion, excepté à ſa ſurface refroidie par l'Air extérieur, & cette matiere bouillante, trop gênée dans ſon mouvement par une croûte dure, l'avoit ouverte. M. Morel, Docteur en Médecine, & employé à la Monnoye pour l'Affinage des Métaux, a ſuivi cette idée, & a fait à l'Académie le récit de ſes expériences.

Il

* p. 49.

Il approche de la ſurface de l'Argent un linge mouillé, afin de la refroidir plus promptement, & que la matiere en fuſion étant encore alors plus échauffée, faſſe plus d'effort, & jailliſſe en plus grande quantité, & plus haut. En même tems & dans la même vûe il trempe dans l'eau froide le fond de la Coupelle, ce qui fait qu'elle ſe reſſerre bruſquement, & ajoûte un nouvel effort à celui de la matiere qui doit jaillir. Par ce moyen la croûte ſuperficielle ſe perce en beaucoup plus d'endroits, & il ſort une infinité de Jets, qui par les différens arrangemens qu'ils prennent en ſe congelant à l'Air, repréſentent aſſés bien des têtes de Chou-fleurs.

L'Argent mêlé avec le Plomb fait de plus belles végétations que le Plomb ſeul. Sa ſurface ſe perce trop vîte, & en trop d'endroits à la fois; d'ailleurs il ſe refroidit trop aiſément, & ſes jets ſont congelés dans l'Air avant que de s'être aſſés élevés.

Il paroît par-là qu'un mélange d'Argent & de Plomb doit tenir le milieu requis pour les belles végétations, & celui qui a le mieux réuſſi à M. Morel eſt d'une ou de deux parties de Plomb ſur une d'Argent. Si on mettoit trois ou quatre parties de Plomb, les végétations ſe feroient encore, mais avec le défaut d'être trop plombées, ou de n'être qu'argentées.

Plus on employe de matiere, plus les végétations ſont belles.

Le Cuivre ne végéte pas facilement; pour peu que ſa ſurface ſoit congelée, elle eſt trop dure pour ſe laiſſer percer par la matiere liquide,

quide, & cette matiere agit plutôt dans le sens opposé, c'est-à-dire sur le fond de la Coupelle qu'elle brise. Par cette raison l'Argent de bas alloi, dont l'alliage est ordinairement de Cuivre, ne végéte pas bien.

Si l'on essaye de faire des végétations d'Or à la maniere que M. Morel a trouvée pour celles d'Argent, il s'éleve avec bruit de la surface de l'Or quantité de petits grains ronds, qui sont quelquefois jettés à plus de 10 pouces de la Coupelle. On voit bien que cette impétuosité de mouvement doit empêcher la végétation, mais pourquoi est-elle particuliere à l'Or? c'est ce que M. Morel n'a pas entrepris d'expliquer, il laisse ce Phénomene à ceux qui voudront suivre cette matiere. Ils profiteront toûjours des experiences qu'il a faites, soit qu'ils ayent dessein de perfectionner les végétations métalliques, soit qu'ils veuillent les prévenir parce qu'elles seroient contraires à de certaines vûes.

III.

La Potasse est une matiere toute saline & alkaline, qu'on employe pour le Savon, pour les Teintures, pour le Verre, pour l'Email de la Fayence, dans la Médecine même. On n'en connoît guere la fabrique, & M. du Fay qui l'a observée aux environs de Sare-Louis, car il s'en fait beaucoup dans les grandes Forêts qui sont depuis la Moselle jusqu'au Rhin, en a donné une relation.

On choisit de gros & de vieux Arbres, le Hêtre est le meilleur; on les coupe en tronçons

çons de 10 ou 12 pieds de long, on les arrange l'un fur l'autre, & on y met le feu. On ramaffe les Cendres dont on fait une leffive très forte, on prend enfuite des morceaux du même bois pourris & fpongieux que l'on fait tremper dans la leffive, & que l'on n'en retire que quand ils en font bien imbibés, & après lefquels on en remet d'autres pareils jufqu'à ce que toute la leffive foit épuifée & enlevée. On fait dans la terre un trou de 3 pieds en quarré fur lequel on met quelques barres de Fer pour foûtenir des morceaux de bois fec, & par-deffus on arrange les morceaux de Hêtre imbibés de leffive. On met le feu au bois fec, & lorfqu'il eft bien allumé, on voit tomber dans le trou une pluye de Potaffe fondue, & on remet de nouveau bois imbibé jufqu'à ce que le trou foit rempli de Potaffe. Lorfqu'il l'eft, & avant que la Potaffe foit refroidie, on en nettoye la fuperficie le mieux qu'on peut en l'écumant avec un Rateau de Fer. Il y refte toûjours beaucoup de Charbon, & d'autres impuretés, ce qui fait qu'on ne s'en fert que pour le Savon gras. Quand elle eft refroidie, elle forme un feul Pain que l'on brife pour le mettre dans des Tonneaux, de peur que l'Air n'humecte cette matiere fort avide d'humidité. On l'appelle Potaffe *en terre*, il eft aifé de voir pourquoi; & on ne la vend que 16 liv. le Qnintal.

Il y a une autre forte de Potaffe plus pure & meilleure, qui fe vend 19 liv. On la commence comme l'autre. La forte leffive de cendres étant faite, on repaffe de l'eau deux

ou

ou trois fois, jusqu'à ce qu'on ne sente plus l'eau grasse sous les doigts. On met alors ces lessives dans une Chaudiere de fer contenant un demi-muid, & montée sur un fourneau. On la fait bouillir, & à mesure qu'elle s'évapore, on y remet de nouvelle lessive, jusqu'à ce qu'on la voye s'épaissir considérablement, & monter comme de la mousse. Alors on diminue le feu par degrés, après quoi on trouve au fond de la Chaudiere un sel très-dur, qu'on en tire en le cassant avec un Ciseau, ou un Maillet. On le porte ensuite dans un fourneau disposé de maniere que la flamme du feu qu'on fait des deux côtés se répande dans une espece d'Arche qui est au milieu, & aille calciner la Potasse. Elle l'est suffisamment, quand elle est bien blanche. Elle garde pourtant toûjours un peu de la couleur qu'elle avoit avant la calcination, qui lui vient, à ce que disent les Ouvriers, des différens bois qu'on employe. Ils ont remarqué que les Arbres qui sont au haut des montagnes font la Potasse d'un bleu pâle; que ceux qui sont dans les endroits marécageux la font rouge, & en donnent une moindre quantité; & que les autres la font blanche, mais n'en donnent pas tant que ceux du haut des montagnes. Après le Hêtre, il n'y a guere que le Charme qui soit propre à cette opération, les autres especes payeroient à peine le travail. La Potasse calcinée s'appelle Potasse *en chaudron*, ou *salin*.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Un second Mémoire de M. Lémery sur la Précipitation des Sels, qui est une suite d'un Mémoire donné en 1724.

† L'Ecrit de M. de Reaumur sur la Porcelaine.

‡ Un troisieme Mémoire de M. Lémery sur le même sujet que le second ci-dessus.

BOTANIQUE.

SUR LE CORAIL. §

IL faut que la nature du Corail soit bien douteuse, & bien difficile à définir. Les Anciens l'ont cru Pierre sans hésiter; les Modernes, du moins la plûpart, le croyent Plante; & en dernier lieu M. de Reaumur le croit en partie Pierre, & en partie Plante: tandis qu'un autre Physicien, curieux & habile Observateur, & qui a beaucoup étudié les productions de la Mer, le met presque au rang des Animaux, en conjecturant qu'il est l'ouvrage de quelques Insectes Marins.

Nous

* V. les M. p. 56. † V. les M. p. 261.
‡ V. les M. p. 301. § V. les M. p. 378.

Nous avons dit en 1710 * qu'il paroît que tout ce qu'il y a d'organique dans le Corail par rapport à la végétation, consiste dans son Ecorce, & dans la superficie de la vraye substance Coralline, immédiatement couverte de cette Ecorce. M. de Reaumur adopte & fortifie cette idée, que nous n'avions fait qu'effleurer légérement. Il prend pour une Plante l'Ecorce grossiere & sensible du Corail, très-distincte de ce que nous appellons Corail, & de plus une autre Ecorce beaucop plus fine, & que les yeux ne distinguent point de la vraye substance Coralline qu'elle revêt; & tout le reste du Corail, presque toute la substance Coralline, n'est qu'une Pierre sans organisation. Il y a beaucoup de Plantes, qui pour végéter ont besoin d'être soûtenues : celle-ci a le même besoin; mais au lieu que les autres vont chercher des appuis hors d'elles, des Corps étrangers déja tout formés, celle-ci se fait elle-même peu à peu au dedans d'elle un appui qu'elle embrasse, & qu'elle enveloppe. Il semble que l'extrême variété des Combinaisons demande quelque Plante de cette derniere espece. Quand on a vû un grand nombre d'Animaux dont les Os étoient couverts de leurs Chairs, des Physiciens eussent pû conjecturer legitimement qu'il y en avoit d'autres dont les Chairs étoient couvertes de leurs Os.

Les Sucs, qui doivent nourrir toute la substance végétale du Corail, portent avec eux un Sable très-fin, dont se forme la substance minérale ou pierreuse, de même précisément que les Sucs qui nourrissent une Huitre, portent avec eux les petites particules pierreuses dont se formera

* p. 91.

mera ſa Coquille. Dans l'un & l'autre cas, tout ce qu'il y a de pierreux ſe dépoſe où il faut, s'amaſſe, & ne retourne point avec les Sucs véritablement nourriciers dans les voyes de la Circulation animale, ou végétale, s'il y en a une végétale. La ſubſtance végétale & la pierreuſe du Corail croiſſent en même tems ſelon toutes les dimenſions, auſſi bien que l'Huitre & ſa Coquille.

Le Sable fin, dont M. de Reaumur prétend que ſe forme la ſubſtance pierreuſe, qui eſt le vrai Corail, n'eſt point une ſuppoſition. Il l'a vû, & même en poudre rouge, quand il a eu du Corail avec ſon Ecorce, car on ne le voit guere ici que dépouillé; & quand il a broyé cette Ecorce, il l'a ſenti encore plus ſûrement ſous la dent.

Enfin ce petit ſyſtême ſemble être mis hors de doute par une obſervation ſinguliere de Boccone, qui a vû un Corail, bien couvert de ſon Ecorce, dont tout le milieu ſelon ſa longueur, & ſi l'on veut l'axe du Cilindre, étoit une petite branche de bois, longue de quelques pouces. L'Ecorce du Corail avoit végété autour de cette branche, mais à quelque diſtance d'elle en rond, & avoit depoſé le ſable fin, la vraye ſubſtance Coralline, dans tout l'intervalle qui étoit entre elle & la branche. Sans la branche, elle auroit rempli de Corail tout ce vuide.

Les fleurs du Corail découvertes, ainſi que nous l'avons dit en 1710, par M. le Comte Marſigli, conviennent parfaitement à l'idée de M. de Reaumur; elles ne ſortent que de l'Ecorce, & la ſubſtance intérieure ne prend point de part à leur production. Le Phyſicien, dont nous

nous avons parlé d'abord, a étendu cette belle obſervation. Il a trouvé des fleurs de même eſpece aux Madrepores, & à d'autres productions pierreuſes de la Mer.

Mais ſelon ſa penſée, ces fleurs ne ſont pas véritablement des fleurs. De ce qu'on a pris pour des Plantes marines des Tuyaux, tels que ceux de l'*Orgue de Mer*, qu'on a trouvé depuis qui étoient l'ouvrage & l'habitation de certains Vers ou Inſectes, il ſoupçonne qu'on peut s'être trompé de même ſur les autres Plantes pierreuſes, ſur les Coraux, les Pores, les Madrepores, & même ſur les Lithophytons, quoique par leur molleſſe & leur flexibilité ils paroiſſent être d'une autre Claſſe. Il juge que tous ces Corps peuvent être faits par des Vers, qui y habitent, comme les Gâteaux de Cire par les Abeilles, & que ce qu'on appelle les Fleurs de ces prétendues Plantes, qui ne ſortent & n'écloſent que quand elles ſont dans l'Eau, & ſe referment ou diſparoiſſent dès qu'elles en ſont dehors, ſont de petits Vers qui ſe montrent en partie ou ſe cachent, ſelon que l'Elément où ils ſont leur plaît ou leur deplaît. En effet ce jeu-là ſe paſſe dans toutes les Saiſons de l'année, ce qui ne convient pas tant à des Fleurs. Il eſt vrai cependant que les Plantes marines environnées d'un Elément beaucoup moins variable que l'Air, quant aux degrés de chaleur, doivent être auſſi beaucoup moins dépendantes des Saiſons pour fleurir.

Nous ne ſuivrons point M. de Reaumur dans les réponſes qu'il fait aux principales raiſons dont on a appuyé ce nouveau Syſtême. Son Auteur ne paroît pas s'être lui-même tout à fait

contenté sur la maniere dont les petits Vers feroient leurs Bâtimens.

SUR UNE VEGETATION PARTICULIERE

QUI VIENT SUR LE *TAN*. *

APRÈS que le *Tan*, qui est de l'Ecorce de jeunes Chênes bien battue, & mise en poudre, a été longtems en macération dans des fosses pleines d'eau avec des Cuirs de Bœuf, dépouillés auparavant de leur poil par de la Chaux, les Cuirs étant suffisamment *tannés*, on retire toute la matiere qui y a servi, on la met en de gros tas pour en faire des mottes à brûler, & c'est ce qu'on appelle de la *Tannée*. Dans les tems chauds il se forme sur cette Tannée plusieurs touffes d'une espece de gazon d'un beau jaune mat, elles peuvent avoir jusqu'à 10 ou 12 pouces de diametre, & 6 à 8 lignes d'épaisseur. Les Tanneurs accoûtumés à en voir n'en sont nullement surpris, ils les appellent *Fleurs de Tannée*; mais M. Marchant qui n'en avoit jamais vû, ni entendu parler dans aucun Auteur d'Histoire Naturelle, les regarda avec attention, lorsqu'il en vit par hazard chés un Tanneur.

Il suivit cette végétation singuliere depuis sa naissance jusqu'à sa fin. Quand elle naît, la

* V. les M. p. 472.

la Tannée d'où elle sort est aussi chaude que si on y avoit versé de l'eau tiede. On ne voit d'abord qu'une espece d'écume, qui ensuite se condense, & quelque tems après n'est plus qu'une croute séche, épaisse de deux lignes, tout cela d'autant plus vîte qu'il fait plus chaud ; la végétation peut ne durer que 2 jours. On trouve au bout de quelques jours sous la croute séche une poussiere noire très fine, qui ressemble à celle qu'on voit dans le Lycoperdon, ou *Vesse de Loup*. Il est plus que vraisemblable que la Tannée est la matrice de cette végétation. Les Acides végétaux du Tan, les Alkali de la Chaux, les Sels & les Soufres des Cuirs, entrent certainement dans la Tannée, & elles sont bien propres à y fermenter, sur-tout quand elle est exposée à un air chaud ; cette fermentation excite la végétation : cependant on ne découvre point de filamens, ni rien qui puisse passer pour en être les racines dans la Tannée, on ne voit d'ailleurs ni feuilles, ni fleurs, ni graines. Mais l'Eponge dépourvûe, du moins sensiblement, de toutes ces parties, ne laisse pas d'être reconnue pour Plante, & il se trouve que la végétation de la Tannée par sa surface platte & fine, par son port, & par sa structure intérieure, à beaûcop plus de rapport à l'Eponge qu'à aucune autre Plante connue. Ainsi M. Marchant la range sous le genre de l'Eponge, du moins par provision, & sur ce pied-là lui donne un nom à la maniere, & selon le stile de la Nomenclature Botanique. Cette Nomenclature, quoique déja si vaste, grossira encore beau-

 coup,

coup, non-seulement par des Plantes bien sensiblement Plantes, mais encore par d'autres qu'on n'aura pas encore jusqu'à present reconnues pour telles, faute de les avoir ou vûes, ou assés examinées. La fecondité de la Nature sera difficilement épuisée par les Observations, si elle l'est jamais.

M. Marchant a lû la Description de la *Spiræa Opuli Folio.* Inst. Rei Herb.

Et de l'*Anapodophyllon Canadense Morini.* Inst. Rei Herb.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

L'Histoire qu'a faite M. de Jussieu, d'un Recueil de Peintures de Plantes & d'Animaux de la Bibliotheque du Roi. *

* V. les M. p. 189.

ARITH-

ARITHMETIQUE.

SUR QUELQUES PROPRIETÉS NOUVELLES DES NOMBRES.

LES Proprietés des Nombres sont inépuisables, & il ne faut pas se flater de les pouvoir découvrir toutes ; mais il ne faut pas aussi négliger celles qu'on peut appercevoir. Quelquefois elles sont d'un secours imprévû dans de hautes spéculations, ou facilitent de grands Calculs ; & tout au moins, c'est toûjours un spectacle agréable à l'Esprit.

M. de Beaufort a découvert cette Proprieté singuliere. Un Nombre, qui sera une puissance quelconque, étant posé, si le double de l'Exposant de la puissance plus 1 est un nombre premier, ce nombre premier sera un Diviseur exact du nombre posé, augmenté ou diminué de 1. Des Exemples vont faire entendre cette Proposition, & en même tems la nécessité d'une exception qu'il y faut apporter.

La Proposition a lieu jusque sur les 1res Puissances, qui ne sont que les Nombres mêmes non élevés. Ainsi le double de l'Exposant de la 1re Puissance, qui est 1 étant 2, & 2 plus 1 étant 3, nombre premier, tout

nombre augmenté ou diminué de 1 est divisible par 3. 25 par exemple diminué de 1, & 26 augmenté de 1, c'est-à-dire 24 & 27, sont divisibles par 3. L'exception nécessaire saute aux yeux ; il ne faut point que le nombre posé soit ni 3, ni un multiple de 3, car alors il seroit divisible par 3 sans être augmenté ni diminué de 1.

Il ne seroit point du tout nécessaire de passer par cette considération des Exposans, & des Nombres premiers, pour trouver simplement que tout nombre qui n'est ni 3, ni multiple de 3, est divisible par 3, lorsqu'il est augmenté ou diminué de 1, car toute la suite naturelle des Nombres étant divisée de trois en trois, on voit d'un coup d'œil que tout nombre qui n'est ni 3 ni un multiple de 3, est ou comme 25 d'une unité au-dessus, ou comme 26 d'une unité au-dessous d'un multiple de 3. Mais en s'en tenant là, on n'auroit pas découvert la Proprieté générale.

Les nombres quarrés ayant 2 pour Exposant, & 4 plus 1 étant 5 nombre premier, tous les quarrés augmentés ou diminué de 1, sont divisibles par 5, à l'exception des quarrés multiples de 5, auxquels visiblement cette augmentation ou diminution ne convient pas. Ainsi en prenant la suite des quarrés 4, 9, 16, 36, 49, &c. on voit que 5, 10, 15, 35, 50, &c. sont divisibles par 5.

De même les nombres cubiques, 8, 27, 64, 125, &c. qui augmentés ou diminués de 1 sont 7, 28, 63, 126, &c. sont divisibles par 7, parce que 2 fois 3 plus 1 est 7, nombre premier.

La

La proprieté n'a point lieu sur la 4me puissance, puisque 2 fois 4 plus 1, est 9, qui n'est pas nombre premier. Mais elle recommence à la 5me puissance, car deux fois 5 plus 1 est 11, nombre premier, & tous les nombres qui ne sont pas multiples de 11 élevés à la 5me puissance, & augmentés ou diminués de 1, sont divisibles par 11. Ainsi 32, 5me puissance de 2, augmenté de 1, est 33, divisible par 11; 243, 5me puissance de 3, diminué de 1, est 242 divisible par 11.

La proprieté continue pour la 6me puissance, dont les nombres seront divisibles par 13. Elle cesse pour la 7me, parce que 15 n'est pas nombre premier. Elle reprend à la 8me puissance, &c.

Toutes les puissances, dont l'exposant est pair, sont des quarrés, & par conséquent tous les nombres élevés à ces puissances seront divisibles par 5 en qualité de quarrés, j'entends qu'ils seront augmentés ou diminués de 1. Ces nombres élevés à toute autre puissance paire que 2, seront de plus quelque autre puissance que le quarré; par exemple, la puissance dont l'exposant est deux fois 3, est aussi un cube, & ces mêmes nombres en qualité de cubes, seront aussi divisibles par 7. Ainsi 729 qui est 3 élevé à la puissance deux fois 3 ou le quarré de 27 & le cube de 9, est divisible par 5 & par 7. Et parce que 729 est aussi la 6me puissance de 3, & que la 6me puissance est, comme nous l'avons vû, dans le cas de la proprieté dont il s'agit, ce nombre sera divisible par 5, par 7, & par 13. Il suit de-là que quand l'exposant d'une puissance

eſt un nombre formé du produit de pluſieurs facteurs, comme chacun de ſes facteurs, & les différens produits qu'on en peut faire ſelon les regles des Combinaiſons, & le produit total ou l'expoſant même, expriment tous quelque puiſſance, le nombre élevé à la puiſſance totale a la proprieté autant de fois qu'il y a de ces facteurs, & de ces produits particuliers à qui elle appartient, & qu'il l'a encore une fois ſi elle appartient à l'expoſant total. Chaque fois produira un nombre par lequel il ſera diviſible. Ainſi 16 qui eſt un quarré, & une 4me puiſſance, n'a la proprieté qu'une fois, & eſt diviſible par 5 en qualité de quarré; mais en qualité de 4me puiſſance, il n'a point la proprieté ni de nombre diviſeur. Toute puiſſance, dont l'expoſant eſt un nombre premier, ne peut avoir la proprieté qu'une fois, ſi elle l'a, car nous avons vû que la 7me puiſſance, par exemple, ne l'a pas.

En ſuivant aſſés loin tous les nombres diviſeurs des puiſſances qui ont la proprieté, nous obſervons que ces diviſeurs ſont tous les nombres premiers pris de ſuite à commencer par 3. 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, &c. Si l'on a devant ſoi une Table de ces nombres, comme celle qui eſt dans les Leçons de Mathematiques de M. l'Abbé de Molieres, dont nous avons parlé en 1726 *, il ſuit de tout ce qui a été dit, une Méthode très-aiſée de découvrir tout d'un coup à quelles puiſſances appar-

* p. 60.

partient la proprieté. Il ne faut que prendre un nombre premier quelconque, par exemple 41, en retrancher 1, & sa moitié 20 est l'exposant de la puissance, qui a 41 pour diviseur. En même tems on voit que l'exposant 20 étant formé des facteurs, 2, 2, 5, un nombre élevé à la 20me puissance, est un quarré, une 4me, une 5me, une 10me & une 20me puissance, qu'il n'a point la proprieté en qualité de 4me ni de 10me puissance, & qu'il ne l'a que dans les trois autres, & que par conséquent il est divisible par 5, par 11, & par 41. Nous ne parlons point de la proprieté d'être divisible par 3 en qualité de 1re puissance, cela est commun à tous les nombres, & doit être toûjours sous-entendu. On trouvera de même que le nombre premier 29 appartient à la puissance 14, qui n'étant formée que des facteurs 2 & 7, ne sera divisible que par 5 en qualité de quarré, par 29 en qualité de 14me puissance, & non en qualité de 7me puissance.

Il est souvent difficile, peut-être même impossible, de trouver des démonstrations générales & analytiques de ces sortes de proprietés des nombres, & M. de Beaufort n'en a pas donné de celle ci. On est obligé de se contenter d'inductions assés longues; il y a tout lieu de croire que ce qui se soûtient toûjours sans altération pendant un long cours, se soûtiendra également jusqu'au bout. La preuve fort simple & fort courte, qui a été donnée de la divisibilité de tout nombre, ou de toute 1re puissance par 3, pourra être appliquée successivement aux autres puissances,

en y apportant les modifications néceſſaires ; & par cette route on fera, comme M. de Beaufort, des inductions ſuffiſantes de puiſſance en puiſſance.

Quand on a de grands nombres, dont on veut ſavoir ſi une certaine racine, par exemple la 5me, eſt rationnelle, ou irrationnelle, on peut par la Théorie de M. de Beaufort, s'épargner la peine d'une longue & pénible extraction de racine 5me; car ſi le nombre propoſé, augmenté ou diminué de 1, n'eſt pas diviſible par 11, certainement il n'eſt pas une puiſſance 5me, & ſa racine 5me eſt irrationnelle. On voit du premier coup d'œil ſi un nombre eſt diviſible par 5, car alors ſon dernier chiffre eſt 5 ou 0, & l'on voit de même ſi, augmenté ou diminué de 1, ſon dernier chiffre ſeroit 5 ou 0. Or à moins que de cela il n'eſt point quarré, & l'on voit de ce ſeul coup d'œil ſi ſa racine 2de eſt irrationnelle. Il faut prendre garde qu'on doit ſeulement juger que ſa racine 2de eſt irrationnelle, ou qu'il n'eſt pas quarré, mais non pas qu'il ſoit quarré, dès que par l'addition ou le retranchement de 1, on lui trouve 5 pour diviſeur. Tous les nombres quarrés ont cette proprieté, mais il s'en faut bien que tous ceux qui l'ont ſoient quarrés. C'eſt la même choſe pour les autres puiſſances.

Voici encore une proprieté de nombres, non pas abſolument découverte, comme la précédente, par M. de Beaufort, mais pouſſée beaucoup plus loin qu'elle n'avoit été. On ne ſauroit calculer le moins du monde, ſans s'apperçevoir que ſi on éleve à des puiſ-

ſan-

fances quelconques des nombres, dont le dernier chiffre foit 0, ou 1, ou 5, ou 6, il vient des nombres terminés par le même chiffre que la racine, ou le nombre fur lequel on a opéré pour l'élever. Quelques Auteurs fe font apperçus de plus, que tous les nombres élevés au quarré, & par conféquent à toute puiffance paire, ne fe terminent que par les chiffres qu'on vient de marquer, ou encore par 4 & 9, & jamais par 2, par 3, par 7, ni par 8. C'eft là ce qui a donné lieu à M. de Beaufort de rendrela proprieté générale, & de faire une petite Théorie des derniers chiffres qui termineront les puiffances quelconques des nombres.

Il a démontré d'abord, car ici ce ne font plus des inductions, qu'en prenant deux nombres également éloignés de 0 & de 10, leurs quarrés doivent fe terminer par le même chiffre. On le voit en effet dans 1 & 81, quarrés de 1 & de 9, dans 4 & 64, quarrés de 2 & de 8, dans 9 & 49, dans 16 & 36. 5 étant précifément au milieu de l'intervalle entre 0 & 10, fon quarré ne peut être comparé de cette maniere à un autre correfpondant; feulement il donne un nouveau chiffre 5, par lequel un quarré fe termine.

Que deux nombres foient pris, non entre 0 & 10, mais entre 10 & 20, entre 20 & 30, &c. avec la même condition d'être également éloignés des extrêmes, M. de Beaufort démontre que ce fera encore la même chofe. Ainfi les quarrés de 11 & de 19, de 12 & de 18, &c. ceux de 21 & de 29, &c. fe termine-

neront par le même chiffre. Il feroit inutile de répéter que le quarré repréfente toutes les puiffances paires, puifque toute puiffance paire eft un quarré.

Quant aux puiffances impaires, la regle générale trouvée & démontrée par M. de Beaufort, eft que deux nombres étant pris également éloignés des extrêmes o & 10, & élevés à une puiffance impaire quelconque, ils fe terminent par deux chiffres qui pris enfemble font 10, de forte que fi l'on a l'un, on a l'autre. Ainfi le cube de 2 étant 8, & terminé par 8, le cube de 8 fe terminera par 2, parce que 8 & 2 font 10, & en effet ce cube de 8 eft 512. 27, cube de 3, & 343, cube de 7, fe terminent par 7 & 3, qui font 10. Il en va de même des cubes de deux nombres également éloignés de 10 & de 20, &c. & en général de deux nombres quelconques ainfi conditionnés, élevés à une puiffance impaire.

Il n'y a point de chiffre par lequel quelque puiffance impaire ne puiffe fe terminer.

Tout cela pofé, il eft affés facile de voir par quels chiffres fe termineront des nombres quelconques élevés à des puiffances quelconques. Il fuffit de confidérer par quel chiffre fera terminé ce nombre à élever, car 11, 12, 13, &c. 21, 22, 23, &c. font de la même condition à cet égard que leurs chiffres terminans, 1, 2, 3, &c. Les puiffances quelconques de 11, 12, 13, &c. de 21, 22, 23, &c. fe termineront par les mêmes chiffres que celles de 1, 2, 3, &c. Il fuffit donc de confidérer quels chiffres termi-

ne-

neront les puissances quelconques de 0, 1, 2, 3, &c. 10. Et même il est inutile de songer à celles de 0, & de 5, qui ne peuvent se terminer que par 0 & par 5.

Si les nombres sont élevés au quarré, tous ceux qui sont terminés par 1, & tous ceux qui le sont par 9 son correspondant, ne peuvent après l'élévation se terminer que par 1, car le nombre simple 1 étant quarré est 1, ou se termine par 1, & il règle en même tems son correspondant 9.

Pour la même puissance, tous les nombres terminés par 2, ou par 8, ne peuvent se terminer que par 4, étant quarrés, puisque le quarré de 2 est 4, ou se termine par 4. De même tous les nombres terminés par 3, ou par 7, auront un quarré terminé par 9. Enfin tous les nombres terminés par 4, ou par 6, auront un quarré terminé par 6, car le quarré de 4 est 16.

Il faut remarquer ici que quoique la 4me puissance soit aussi un quarré, les nombres élevés à cette puissance ne se terminent pas par autant de chiffres différens que ceux qui sont élevés au simple quarré. Ceux qui étoient terminés par 1 & par 9, se terminent après l'élevation par 1; ceux qui étoient terminés par 2, ou par 8, se terminent par 6, parce que la 4me puissance de 2 est 16; ceux qui étoient terminés par 3, ou par 7, se terminent par 1, parce que la 4me puissance de 3 est 81; enfin ceux qui étoient terminés par 4, ou par 6, se terminent par 6, parce que la 4me puissance de 4 est 256. Ainsi des quatre chiffres, 1, 4, 6, 9; car nous ne comptons

tons point 0 & 5, par lesquels se peuvent terminer les nombres élevés aux puissances paires, la puissance 4me & par conséquent toute puissance dont l'exposant est divisible par 4, en retranche deux, qui sont 4 & 9.

Pour les puissances impaires, tous les nombres terminés par 1, ne peuvent, étant cubés, se terminer que par 1, & leurs correspondans terminés par 9, ne peuvent, étant cubés, se terminer que par 9, car selon la Théorie de M. de Beaufort, le nombre simple 1 cubé, étant 1, & terminé par 1, dont le complément à 10 est 9, le nombre simple 9 son correspondant étant cubé, doit être tel que le complément de son dernier chiffre à 10 soit 1, & par conséquent ce dernier chiffre sera 9. De même les nombres terminés par 2, étant cubés, seront terminés par 8, & leurs correspondans terminés par 8, le seront alors par 2. Les nombres terminés par 3, étant cubés, seront terminés par 7, & leurs correspondans terminés par 7, le seront par 3. Enfin les nombres terminés par 4, étant cubés, seront terminés par 4, & leurs correspondans terminés par 6, le seront encore par 6.

On raisonnera de même sur les autres puissances impaires, & il sera même aisé de faire une Table des derniers chiffres de toutes les puissances, au moyen de laquelle tout se présentera au premier coup d'œil, & pourra même faire encore naître de nouvelles réflexions.

On s'apperçoit sans doute que ces chiffres déterminés, qui finissent les puissances des Nom-

Nombres, font une proprieté attachée à ce que la progreffion qu'on a choifie arbitrairement pour le retour périodique des chiffres, eft la progreffion décuple. Dans une autre progreffion qui feroit de neuf en neuf, au lieu que celle-ci eft de dix en dix, ce feroient d'autres chiffres qui auroient la proprieté. Les démonftrations fondamentales dont M. de Beaufort a eu befoin pour fa Théorie, ont été générales, & pour une progreffion quelconque. On pourroit par curiofité en tirer les proprietés de telle autre progreffion qu'on voudroit, mais ce feroit une curiofité affés inutile, & il vaut mieux que les travaux de l'efprit ayent quelque objet plus réel. La proprieté dont il s'agit, prife dans la progreffion décuple, peut avoir fon ufage pour faire reconnoître fi des nombres, fur-tout de grands nombres, font certaines puiffances; au lieu que la même proprieté dans toute autre progreffion ne s'appliqueroit à rien, du moins tant que la pratique ancienne, & fi bien établie, fubfiftera.

Tandis qu'on en étoit à l'Académie fur les proprietés des puiffances des Nombres, M. Pitot en propofa une qui pouvoit avoir affés d'ufage, & des conféquences curieufes.

Toute puiffance de tout nombre eft exactement divifible par 4, ou le devient par l'addition ou le retranchement de 1. Cette alternative demande que l'on entre dans la diftinction des nombres & des puiffances.

Toutes les puiffances des nombres pairs font divifibles par 4. Car tout nombre pair eft 2 multiplié par quelqu'un des nombres na-

naturels 1, 2, 3, &c. Or ce produit étant quarré, 4 en est nécessairement un facteur, s'il est cubé, c'est 8 qui est ce facteur, & 8 est deux fois 4, s'il est élevé à la 4me puissance, c'est 16, à la 5me 32, &c.

Toutes les puissances paires des nombres impairs, diminuées de 1, sont divisibles par 4. Car tout impair est un certain pair plus 1, & si on quarre 3 ou 2 plus 1, ou 4 plus 1, &c. on a 4 plus 4 plus 1, ou 16 plus 8 plus 1, &c. & l'on voit que dans ces grandeurs tout est divisible par 4, pourvû qu'on retranche 1.

Pour les puissances impaires des impairs, il y a un cas où il faut encore retrancher 1, & un autre où il faut l'ajoûter.

Les impairs, où il ne faut pas compter 1 qui n'a point de puissances, sont 3, 5, 7, 9, 11, 13, &c. En ne prenant qu'alternativement tous les termes de cette Suite infinie, on en fait deux, dont la 1re est 3, 7, 11, &c. & la 2de, 5, 9, 13, &c. Les puissances impaires de tous les termes de la 1re, augmentées de 1, & de tous les termes de la 2de, diminuées de 1, sont divisibles par 4. Ainsi 27 cube de 3, 243, 5me puissance de 3, &c. 343 cube de 7, 16807, 5me puissance de 7, étant augmentés de 1, sont divisibles par 4. Au contraire il faut retrancher 1 de 125 cube de 5, de 3125, 5me puissance de 5, &c. de 729 cube de 9, de 59049, 5me puissance de 9, &c.

Il suit de-là que l'addition de 1 n'est que pour les puissances impaires des impairs de la 1re Suite, & que le retranchement de 1 est pour les puis-

puiſſances tant paires qu'impaires des impairs de la 2de Suite, puiſque nous avons vû qu'il eſt néceſſaire pour les puiſſances paires de tout impair.

Ces deux Suites ſont viſiblement des progreſſions arithmétiques, & la différence de l'une & de l'autre eſt 4. M. Pitot démontre leur différente proprieté, en obſervant ſimplement leur formation ou génération par cette différence 4.

Mais comme il a vû que ces deux Suites n'ont 4 pour diviſeur exact des puiſſances paires ou impaires de tous leurs termes, moyennant l'addition ou le retranchement de 1, que parce que ce ſont des progreſſions arithmétiques formées ſur la différence 4, il a jugé avec raiſon que d'autres progreſſions pareilles formées ſur toute autre différence, par exemple, ſur 5, ſur 6, &c. auroient la même proprieté, c'eſt-à-dire, que les puiſſances de tous leurs termes, augmentées ou diminuées de 1, ſeroient diviſibles par 5, par 6, &c. En effet en prenant 5 pour différence, on a pour 1re Suite ſelon la formation de M. Pitot, que l'on retrouvera aiſément, 4, 9, 14, 19, &c. & pour 2de Suite 6, 11, 16, 21, &c. les puiſſances impaires de la 1re Suite augmentées de 1, & les puiſſances tant paires qu'impaires de la 2de, diminuées de 1, ſont diviſibles par 5. Ainſi un nombre quelconque étant donné, que l'on voudra qui ſoit diviſeur des puiſſances quelconques de tous les termes de deux Suites infinies, moyennant l'addition ou le retranchement de 1, on formera aiſément ces deux Suites, & c'eſt-là un Problême nouveau

ſur

ſur les Nombres, qui peut-être aura lieu dans quelques hautes ſpéculations.

Du moins en attendant cet uſage, on a ici de nouveaux moyens de reconnoître ſi des Nombres propoſés ſont des puiſſances parfaites, ou, ce qui eſt le même, ont des racines rationnelles, & quelles pourront être ces racines; car on voit d'un coup d'œil ſi un nombre eſt diviſible par 4, ou s'il le deviendra par l'addition ou le retranchement de 1.

Si un nombre n'eſt pas diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance paire d'un nombre pair; & ſi diminué de 1 il n'eſt point encore diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance paire d'aucun nombre impair, & par conſequent il n'a aucune racine paire rationnelle.

Si par l'addition de 1 il ne devient point diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance impaire d'aucun des termes de la Suite 3, 7, 11, &c.

Si par le retranchement de 1, il ne devient pas diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance impaire d'aucun des termes de la Suite 5, 9, 13, &c.

GEO-

GEOMETRIE.

SUR LE ROULEMENT DES POLYGONES REGULIERS. *

TOUT le monde ſait que la Cycloïde eſt formée par le roulement d'un Cercle ſur une ligne droite, c'eſt-à-dire, par l'application ſucceſſive de tous ſes points à tous ceux de cette ligne. Les Géometres ont démontré que l'eſpace contenu entre la Cycloïde & la droite ou baſe ſur laquelle le Cercle a roulé, étoit triple de celui du Cercle.

Si l'on imagine la Suite des Polygones réguliers commençant par le Triangle équilatéral, par le Quarré, le Pentagone, & continuée à l'infini par des Polygones, dont les côtés toûjours égaux dans chacun, croîtront en nombre, & décroîtront de grandeur, le dernier terme de cette Suite infinie ſera un Cercle; & de-là il ſuit que ſi ces Polygones rectilignes rouloient ſur une baſe droite, comme le Cercle y roule pour la génération de la Cycloïde, on trouveroit dans les eſpaces formés par le roulement de ces Polygones, un rapport aux eſpaces des Polygones générateurs, qui ſeroit ou le même que celui de la Cycloïde au Cercle, c'eſt-

* V. les M. p. 287.

c'est-à-dire, un rapport triple, ou du moins ce rapport modifié de façon qu'il deviendroit triple dans l'infini. M. de Maupertuis, qui a eu cette pensée, où l'analogie le conduisoit, en a éprouvé la vérité.

Un Triangle équilatéral étant appliqué par un de ses côtés sur une base droite, si ensuite on le meut, ensorte qu'une des extrémités de ce côté qui étoit appliqué se releve, & décrive un arc de cercle sur l'autre extrémité immobile, jusqu'à ce que le côté suivant s'applique sur la base, & que ce 2d côté fasse le même mouvement, jusqu'à l'application du 3me sur la base, après quoi le roulement du Triangle sera fini, on verra clairement que l'angle ou sommet du triangle, qu'on aura pris pour point décrivant, aura décrit deux arcs de cercle de 120 degrés chacun sur deux centres différens & sur deux rayons égaux. Si du point où ces deux arcs se rencontrent, on leur tire deux cordes jusqu'à la base où ils se terminent, l'espace compris entre ces deux cordes & la base, sera triple du Triangle équilatéral; c'est une chose qui sautera aux yeux. Il faut bien remarquer que cet espace triple du Triangle générateur, n'est pas celui qui est enfermé par les deux arcs circulaires que le Triangle a réellement décrits, mais seulement celui qui l'est par leurs cordes, qu'il n'a pas décrites.

Ce sera la même chose pour un Quarré roulant de la même maniere. Un de ses angles pris pour point décrivant, décrira trois arcs circulaires sur trois différens centres, & il sera visible à l'œil même que l'espace renfermé par les

les cordes de ces trois arcs & par la base, sera triple du Quarré.

Il n'en faudroit peut-être pas davantage pour prouver que le rapport triple de l'espace Cycloïdal à celui du Cercle générateur est une proprieté commune à tous les Polygones réguliers roulans sur une base droite, car si elle appartient aux deux premiers Polygones, & au dernier de la Suite infinie, il est très vrai-semblable qu'elle est par-tout. Il est vrai qu'elle pourroit d'abord paroître un peu différente dans ces premiers Polygones rectilignes & dans le Cercle. A l'égard des Polygones il faut prendre l'espace renfermé par les cordes des arcs circulaires décrits, & à l'égard du Cercle il faut prendre l'espace renfermé par les arcs mêmes que le point décrivant du Cercle aura décrits. Mais il est aisé de voir que cette différence n'est qu'apparente. Le Triangle décrit deux arcs circulaires, le Quarré trois, le Pentagone en décrira quatre, &c. & en général le Polygone régulier décrira toûjours autant d'arcs moins un qu'il aura de côtés. Plus il décrira d'arcs, moins l'espace renfermé par les arcs, & celui qui le sera par leurs cordes, seront différens; & enfin la différence s'évanouira entièrement, quand le nombre des arcs décrits sera infini, comme il l'est quand le Polygone roulant est un Cercle. Alors les arcs & les cordes se confondent.

Mais M. de Maupertuis n'a pas crû qu'il fût suffisant que la proprieté connue de l'espace circulaire à l'égard du Cycloïdal se trouvât aussi dans les deux premiers Polygo-

 nes

nes réguliers, & il eſt bien certain que cette analogie n'eſt pas du même prix, qu'une démonſtration générale & géometrique, telle qu'on la donne ici. M. de Maupertuis y fait un uſage heureux d'une belle proprieté des Cordes des Polygones donnée par feu M. le Marquis de l'Hôpital.

Si l'on fait rouler un Cercle, non plus ſur une baſe droite, mais ſur un Cercle, l'eſpace de l'Epicycloïde qui en naîtra, ſera quintuple du Cercle générateur, comme le ſavent les Géometres; & M. de Maupertuis fait voir par ſa Théorie générale, qu'il en ira de même de tous les Polygones rectilignes, & d'un nombre de côtés finis qui auront roulé ſur des Polygones égaux & ſemblables. On entend aſſés qu'à l'égard de ces Polygones finis, il faudra prendre l'eſpace déterminé par les cordes des arcs décrits.

Puiſqu'il ſe trouve une ſi conſtante analogie entre les eſpaces du Cercle & de la Cycloïde, & ceux de tous les Polygones réguliers roulans, comparés aux eſpaces décrits par leur roulement, il y a toute apparence que le contour ou la circonférence de la Cycloïde étant quadruple du diametre de ſon Cercle générateur, le contour de la figure formée par un Polygone régulier fini, qui aura roulé ſur une baſe droite, ſera pareillement quadruple de la ligne qui aura fait la fonction de diametre dans ce roulement. C'eſt auſſi ce que M. de Maupertuis démontre, mais il y a ici un peu plus de difficulté. Le contour de la figure formée par le roulement d'un Polygone rectiligne quelconque ſur un Po-

Polygone égal & semblable, est octuple de la ligne qui a été le diametre de ce roulement, précisément comme la circonférence de l'Epicycloïde, formée par le roulement d'un Cercle sur un Cercle égal, est octuple du diametre du Cercle. Il est peut-être remarquable qu'on ait apperçû ces proprietés dans le Polygone infini, avant que de les appercevoir dans les finis: mais il n'est pas extrêmement rare que l'infini nous mene à des connoissances du fini, que l'on n'auroit pas eües autrement; & en général toutes les vérités ont presque toûjours plus de branches qu'on ne pense.

SUR LES POLYGONES REGULIERS CIRCONSCRITS ET INSCRITS. *

SI on circonscrit & si on inscrit à un même Cercle deux Polygones réguliers de même nom, & par conséquent semblables, deux Triangles équilateraux, deux Quarrés, deux Pentagones, &c. il y aura une différence très sensible entre les deux espaces rectilignes compris, l'un par le Polygone circonscrit, & l'autre par l'inscrit. Que sur un des côtés du circonscrit pris pour diametre, on décrive un Cercle auquel on inscrira un Polygone semblable, ou que d'un des côtés du Polygone inscrit pris de même pour diametre,

* V. les M. p. 418.

tre, on décrive un Cercle auquel on circonscrira le 3me Polygone ſemblable, qui ſera le même de laquelle des deux façons qu'on ait operé, & inſcrit ou circonſcrit au même Cercle; l'eſpace compris par ce 3me Polygone ſera égal à la différence des eſpaces compris par les deux 1ers. C'eſt une Propoſition nouvelle, dûe à M. du Fay, & dont la démonſtration ſe fait preſque à l'œil. Il eſt bon, pour plus de facilité, que les deux 1ers Polygones ſoient diſpoſés de ſorte que le point du milieu des côtés de l'inſcrit réponde préciſément au ſommet des angles du circonſcrit.

Le Cercle auquel on circonſcrit & l'on inſcrit deux Polygones réguliers ſemblables, eſt lui-même certainement un Polygone régulier, mais infini; ainſi, puiſqu'il eſt indifférent quels Polygones ſemblables on circonſcrive & inſcrive, on peut circonſcrire & inſcrire deux Cercles qui ſont ſemblables, & le Polygone du milieu, c'eſt-à-dire, celui par rapport auquel on fait la circonſcription & l'inſcription, ſera néceſſairement un Polygone rectiligne ou fini; & alors la proprieté trouvée par M. du Fay doit ſubſiſter, c'eſt-à-dire, que la différence des aires des deux Cercles, l'un circonſcrit, l'autre inſcrit, cette eſpece d'Anneau qu'ils laiſſeront entre eux, doit être égale à quelque autre Cercle, qui ſera le 3me Polygone ſemblable aux deux premiers. Mais où prendre le diametre de ce Cercle? il faudroit, ſelon ce que nous avons établi pour les Polygones rectilignes, que ce fût un côté du Polygone ſoit circonſcrit, ſoit inſcrit; mais ici

les

les deux Polygones, le circonſcrit & l'inſcrit, qui ſont deux Cercles, n'ont aucun côté fini & déterminable. Alors il faut prendre pour diametre du 3me Cercle que l'on cherche, le côté du Polygone du milieu, qui ſera toûjours rectiligne. On le verra très-clairement, ſi le Polygone du milieu eſt un Quarré. L'aire du Cercle circonſcrit ſera double de celle de l'inſcrit, & par conſéquent la différence de leurs aires égale au Cercle inſcrit; d'un autre côté le 3me Cercle, qui aura pour diametre le côté du Quarré, ſera viſiblement le même que cet inſcrit. Mais ceci n'eſt qu'un exemple, & M. du Fay démontre la propoſition en général.

Si au lieu de deux Cercles, on circonſcrit & inſcrit à ce Quarré deux autres Polygones ſemblables, comme deux Octogones, un Cercle qui aura encore pour diametre le côté du Quarré, ſera tel que ſi l'on y inſcrit un 3me Octogone, ſon aire ſera égale à la différence des aires des deux premiers. Ce n'eſt encore là qu'un exemple, qu'il faut concevoir élevé à une entiere généralité.

M. du Fay a trouvé moyen, du moins dans les Polygones pairs, de n'être pas obligé à décrire ſur un côté de Polygone le Cercle où ſera inſcrit le Polygone ſemblable aux deux premiers, & égal à la différence de leurs aires. Il décrit d'une maniere très-ſimple ce 3me Polygone, qui ſe trouve concentrique aux deux premiers, ce qui fait une eſpece d'agrément. Nous ne ſuivrons pas cette matiere juſqu'où M. du Fay l'a pouſſée. La Géometrie, ſur-tout la Géometrie pure, paſſé

un certain point, veut être traitée tout-à-fait géométriquement.

SUR UN NOUVEAU DEVELOPEMENT DES COURBES. *

LES Géometres cherchent de toutes parts des nouveautés dignes de leûr attention, & de l'état où cette ſublime Science eſt aujourd'hui. M. Huigens avoit trouvé la belle Théorie des Dévelopées, en concevant les Courbes couvertes par leur convexité d'un fil ou égal à leur contour, ou plus long, que l'on en détachoit, de façon qu'il fût toûjours Tangent de la Courbe à chaque inſtant où il l'abandonnoit †. La portion de ce fil devenue ligne droite, étoit à chaque inſtant le Rayon d'un arc circulaire infiniment petit décrit par ſon extrémité mobile; & la ſuite de tous ces arcs différemment poſés les uns par rapport aux autres, formoit une nouvelle Courbe, qu'on peut appeller *Dévelopante* par oppoſition à celle qui a été *Dévelopée* du fil. Tous les Rayons qui partent de la Dévelopée ſont donc perpendiculaires à la Dévelopante; & ſi réciproquement on prend une Courbe quelconque pour Dévelopante, comme on le peut, ou, ce qui eſt le même, pour formée par le dévelopement d'une

* V. les M. p. 478.
† V. l'Hiſt. de 1701. p. 101 & celle de 1706. p. 115.

d'une autre, & qu'on imagine des perpendiculaires tirées sur tous ses points du côté de sa convexité, ils se rencontreront deux à deux du côté de la concavité en des points qui appartiendront tous à la Dévelopée, & formeront le contour.

Nous avons vû en 1709 *, que M. de Reaumur avoit étendu cette idée, en faisant tomber sur tous les points de la convexité d'une Courbe quelconque prise pour Dévelopante, des droites qui y fissent toutes non un angle droit, comme dans la Théorie de M. Huigens, mais tout autre angle quelconque. Du concours de ces lignes au dedans de la Dévelopante, naissoient de nouvelles sortes de Dévelopées, que nous avons nommées *imparfaites*.

Dans l'une & l'autre Théorie, les Rayons de la Dévelopée en sont toûjours les Tangentes; maintenant M. de Maupertuis sort absolument de cette idée. Il dévelope une Courbe de façon que le fil qui l'abandonne lui soit toûjours perpendiculaire, au lieu de la toucher. La condition que le Rayon soit Tangente, fait qu'on ne peut déveloper une Courbe que du côté de sa convexité; car les Tangentes ne sont que de ce côté-là: mais on tire aussi-bien une perpendiculaire à la Courbe du côté de la concavité que de celui de la convexité, & par conséquent le dévelopement de M. de Maupertuis se fait des deux côtés également, & on peut concevoir deux fils couchés sur la Courbe, ou plutôt une

* P. 81. & suiv.

une ſeule perpendiculaire qui la coupe à chaque point, & qui par ſes deux extrémités décrit & au dehors & au dedans de la Dévelopée une Dévelopante. La longueur de cette perpendiculaire, ou Rayon, eſt, comme dans le Dévelopement de M. Huigens, égale à l'arc de la Courbe dévelopée juſque-là, à moins que la longueur du fil, ainſi qu'il arrive, & doit arriver ſouvent, n'ait excédé la Courbe, & en ce cas il faut que ce ſoit d'une quantité connue. La Courbe ayant été envelopée ou couverte de deux fils égaux, la longueur de la perpendiculaire ou Rayon entre la Dévelopée, & l'une ou l'autre Dévelopante, eſt viſiblement égale.

Toute Courbe a une Dévelopée à la maniere de M. Huigens, & par conſéquent elle a à chacun de ſes points un Rayon de la Dévelopée, qui lui eſt perpendiculaire, & dont les Géometres connoiſſent l'expreſſion générale. Donc la Courbe, qui ſe dévelope à la maniere de M. de Maupertuis, ſe dévelopant par un fil toûjours perpendiculaire, ce fil eſt dans la même poſition que le Rayon de la Dévelopée de M. Huigens, & il doit faire partie de ce Rayon, ou ce Rayon faire partie de lui. Comme la longueur de tout Rayon de la Dévelopée eſt connue, ſi l'on tire ce Rayon à un point quelconque de la Courbe qu'on dévelope ſelon le nouveau dévelopement, il ira du côté de ſa concavité rencontrer la Dévelopante, qui eſt de ce côté-là, & prolongé du côté de la convexité, il rencontrera l'autre Dévelopante à la même diſtance, ainſi qu'il vient d'être dit.

Il

Il ſe forme donc deux eſpaces *mixtilignes* compris entre 1°. l'Axe commun aux trois Courbes, la Dévelopée & les deux Dévelopantes, 2° le Rayon ordinaire de la Dévelopée, 3° la Courbe qu'on dévelope perpendiculairement, 4° l'une ou l'autre Dévelopante. De ces deux eſpaces, l'un eſt donc vers la convexité de la Dévelopée, l'autre vers la concavité.

Des quatre lignes qui les enferment, ils en ont toûjours trois communes ou égales, & ils ne différent que par la 4me ſeule, qui eſt l'une ou l'autre Dévelopante. Or la Dévelopante qui eſt du côté de la convexité de la Dévelopée eſt plus grande que l'autre; car que l'on conçoive outre le Rayon ordinaire de la Dévelopée, qui eſt une des lignes entre leſquelles l'eſpace eſt compris, un autre Rayon infiniment proche, ces deux Rayons ne peuvent concourir que du côté de la concavité de la Dévélopée, & ils ſe ſerrent toûjours en approchant de ce point où ils concourent. Or c'eſt par leurs parties priſes à diſtances égales de part & d'autre de la Dévelopée, qu'ils décrivent les deux Dévelopantes: ils décrivent donc par des parties plus ſerrées la Dévelopante qui eſt du côté de la concavité de la Dévelopée, & donnent moins d'étendue aux côtés infiniment petits de cette Dévelopante, ce qui la rend moindre dans ſon tout, & l'autre au contraire plus grande. Ce raiſonnement n'eſt pas démonſtratif, parce que dans un intervalle plus ſerré la poſition d'une ligne peut être telle qu'elle en deviendra ſi grande qu'on voudra, & il

faudroit prouver encore que les petits côtés de la Dévelopante, qui eſt vers la concavité, ne deviennent pas par ce principe plus grands que ceux de l'autre Dévelopante, ni égaux : mais la preuve n'en ſeroit pas aſſés aiſée; on peut ſe contenter du fait conſtant par le calcul, que la Dévelopante vers la convexité eſt la plus grande, & l'on ſaura de plus que ce que nous avons dit des deux Rayons infiniment proches eſt un des principes de cette proprieté. De ce que cette Dévelopante eſt la plus grande, il ſuit que l'eſpace auquel elle appartient, eſt auſſi le plus grand.

M. de Maupertuis ayant trouvé l'expreſſion algébrique de l'Elément infiniment petit de ces deux eſpaces, voit aiſément ſi on en peut trouver l'*Intégrale*, c'eſt-à-dire la grandeur finie qui ſera l'un ou l'autre eſpace, auquel cas on auroit la quadrature d'un ou de deux eſpaces terminés en partie par des Courbes, ce qui eſt toûjours précieux aux Géometres. Mais ni l'une ni l'autre expreſſion de l'Elément de ces eſpaces ne peut être *intégrée* abſolument, non pas même en ſuppoſant que l'arc quelconque de la Courbe dévelopée qui entre néceſſairement dans cette expreſſion, fût *rectifiable*, ou égal à une droite déterminée, comme il l'eſt quelquefois. Par conſéquent, aucun des deux eſpaces n'eſt quarrable.

Mais ce qu'ils ne ſont pas, pris ſéparément, ils le ſont pris enſemble, pourvû que l'arc de la Courbe dévelopée ſoit rectifiable. Chaque expreſſion des Elémens des deux eſpaces avoit certaines grandeurs qui l'empêchoient

choient

choient de pouvoir être intégrée; quand on ajoûte les deux expreſſions l'une à l'autre, ces grandeurs qui de part & d'autre empêchoient l'intégration, ſe détruiſent, & diſparoiſſent. Ce ſont là des eſpeces d'accidens de Calcul, qui peuvent ſurprendre quand on les énonce en général, & ne le peuvent plus quand on les voit. M. de Maupertuis a recherché le vrai principe de celui-ci; car ſi on veut de la lumiere, il ne faut pas ſe contenter de prendre ce que le Calcul donne, il faut ſavoir pourquoi il le donne.

Que la Courbe qu'on développe perpendiculairement, ſoit géométrique, ou méchanique, tout ce que nous avons dit eſt indépendant de cette différence de nature, quoique ſi eſſentielle.

Comme on ſait dans la Théorie de M. Huigens, quelle Courbe dévelopante ſera produite par le dévelopement d'une autre quelconque, M. de Maupertuis a voulu déterminer auſſi par une Formule générale, quelles ſeroient les deux Dévelopantes produites par une Courbe quelconque dévelopée à ſa maniere. Il réſulte de ſa Formule, que quand la Dévelopée eſt géométrique, ſi de plus elle eſt rectifiable, les Dévelopantes ſont géometriques, mais méchaniques ſi la Dévelopée n'eſt pas rectifiable; & à plus forte raiſon, quand elle eſt méchanique non rectifiable, les Dévelopantes ſont méchaniques.

On ne peut remarquer ſans une eſpece d'admiration, que la proprieté trouvée à la Spirale logarithmique par feu M. Jacques Bernoulli, ſe retrouve encore ici. Nous a-

vons dit en 1705 * que cette Courbe tournée de tous les sens dont M. Bernoulli avoit pû s'aviser pour lui en faire produire d'autres, ou pour faire qu'elle fût produite par d'autres, étoit toûjours produite par des Spirales logarithmiques, ou en produisoit. Dévelopée à la maniere nouvelle & singuliere de M. de Maupertuis, ses deux Dévelopantes sont encore des Spirales logarithmiques; tant elle s'opiniâtre, pour ainsi dire, à n'être jamais qu'elle-même, tant elle est d'une nature indomptable.

SUR UNE NOUVELLE GONIOMETRIE. †

IL faut se rappeller ici ce qui a été dit en 1725 ‡ sur la Goniométrie de M. de Lagny. Les 3 côtés d'un Triangle rectangle quelconque étant connus, il en considere le plus petit angle aigu, & s'il est plus grand que 15 degrés, il le réduit à être moindre, parce que c'est là un avantage dans sa Méthode; après cela il trouve par une formule générale quel est l'Arc de Cercle qui mesure cet angle réduit, & de-là s'ensuit necessairement la connoissance de ce petit angle aigu tel qu'il étoit avant sa réduction, & celle du grand angle aigu. Il ne s'agit plus ici que de la formule générale qui donne un Arc de cercle cherché, ou la mesure d'un angle.

Cet-

* p. 182. & suiv.
† V. les M. p. 171.
‡ p. 72. & suiv.

Cette formule générale eſt une Suite infinie décroiſſante, qui exprime la valeur d'un Arc circulaire quelconque, moindre que 90, par ſon Rayon, & par ſa Tangente uniquement. Sa ſomme eſt égale à l'Arc, qui par conſéquent feroit égal à une ligne droite ou rectifiée, ſi on pouvoit déterminer cette ſomme; mais on ne le peut, & la Suite, à meſure qu'on en prend plus de termes, ne fait qu'approcher toûjours davantage de la valeur de l'Arc, ſans y pouvoir arriver.

Comme en cherchant la valeur d'un Arc ou Angle qu'on ne peut avoir dans une entiere préciſion, il ſuffit, ſelon les différens objets qu'on ſe propoſe, d'avoir cette valeur juſqu'à un certain point, car en Aſtronomie, par exemple, on n'a guere beſoin de paſſer les Secondes; il ſera donc avantageux de ſavoir à quel terme de la Suite de M. de Lagny il faut s'arrêter, afin que la ſomme de tous les précédens donne l'Arc, tel qu'on ſe contente de l'avoir. Pour cela, M. de Lagny fait deux choſes, qu'il eſt à propos d'expliquer.

1°. Toute cette Suite qui a eſſentiellement une infinité de termes, il la réduit à être repréſentée par un ſeul, parce qu'il laiſſe dans cette expreſſion nouvelle une grandeur indéterminée, qui eſt le *quantieme* de chaque terme dans la Suite. Ainſi en donnant une valeur à ce quantieme indéterminé, on a tout d'un coup le 1er terme de la Suite, le 2d, le 3me, &c. le dernier ou infinitieme.

Et ſur cet infinitieme, il ne ſera pas inutile de remarquer que c'eſt un infiniment petit

d'un ordre prodigieusement bas, ce qui prouve encore mieux que nous n'avions fait en 1725, que cette suite a l'avantage d'être extrêmement convergente ; car ayant commencé par des termes finis, elle ne peut aboutir à un infiniment petit si bas, sans avoir passé par une infinité d'infiniment petits de différens ordres moins bas, qui n'augmenteront point sa somme finie.

2°. Le point où l'on veut s'en tenir sur la valeur de l'Arc étant fixé, par exemple, si l'on veut ne pas passer les Secondes, ou les Tierces, ou les Quartes, &c. M. de Lagny donne une expression générale & indéterminée de la grandeur qu'il faut ajoûter au terme de la suite où l'on s'arrêtera pour avoir par la somme de tous les précédens, l'Arc aussi précis qu'on le demande. Cette derniere expression contient le quantieme indéterminé du terme nécessaire de la suite, de sorte que l'on a tout d'un coup le nombre des termes de la suite qu'il faudra sommer, & la grandeur qu'il y faudra ajoûter, pour être aussi près qu'on l'a voulu de la juste valeur de l'Arc. Il n'y a point à cela de bornes, comme aux Tables les plus étendues, qui ne prennent même les Secondes que de 10 en 10. Ici le champ est ouvert pour toutes les parties de degré si petites qu'on voudra, & des Minutes millioniemes se trouveroient aussi bien que celles qu'on appelle Secondes. On ne peut jamais avoir besoin d'aller jusque-là, mais il semble qu'on soit bien aise de le pouvoir ; du moins l'Art en est plus parfait, & plus digne de la vaste étendue accor-

cordée à notre intelligence en fait de grandeurs & de rapports.

SELON *l'usage établi dans cette Histoire, c'est ici le lieu de rendre compte au Public d'un Ouvrage de Géometrie, qui a paru cette année. Mais parce qu'il ne convenoit nullement à l'Historien d'en parler, comme il auroit pû faire de tout autre, on mettra ici les deux Extraits que M. l'Abbé Terrasson en avoit faits pour le Journal des Savans. Ainsi c'est toûjours un Membre de l'Académie qui parle ici. Ces deux Extraits sont imprimés dans les mois de Juillet & d'Octobre de* 1728, *tels à peu-près qu'on les va voir.*

CEt Ouvrage de M. de Fontenelle, que l'Académie a bien voulu qualifier de *Suite de ses Mémoires*, est intitulé; *Elémens de la Géometrie de l'Infini.* Mais par ce titre modeste, il faut plutôt entendre les Elémens ou les premiers principes de la chose, que les Elémens de la doctrine, ou les premieres leçons données à des Commençans. Le Livre ne peut être bien conçû, & à plus forte raison bien goûté, que par ceux qui ont éprouvé eux-mêmes en combien de manieres on est conduit à l'Infini par les recherches de la Géometrie, & par la résolution des Problêmes qu'elle présente. Il s'agit peu dans cet Ouvrage de prouver l'existence de l'Infini à un homme neuf dans les Mathématiques. Mais l'Auteur s'applique beaucop à découvrir

vrir d'où peuvent venir, ſous la plume des Géometres, les Infinis affectés d'autant de valeurs différentes, & ayant entre eux les mêmes rapports que les Finis. Bien loin que les anciens Géometres ſe ſoient portés d'eux-mêmes à admettre l'Infini, ils ont réſiſté longtems à celui que leur offroient à chaque pas les nombres & les lignes incommenſurables. M. de Fontenelle dans ſa Préface fait une hiſtoire abrégée de l'aveu & de l'emploi toûjours plus déclaré que les Anciens mêmes ont fait de l'Infini. Nous appellons aveu de l'Infini la propoſition, par exemple, dans laquelle ils ont dit que l'eſpace aſymptotique de l'hyperbole n'a point de meſure finie, ni dans ſa longueur, ni dans ſa valeur. C'eſt par une vûe forcée de l'eſprit donné à tous les hommes, & ſeulement plus atteutif & plus exercé dans les Géometres, qu'ils ont reconnû que le Fini & l'Infini naiſſoient auſſi néceſſairement l'un que l'autre des hypotheſes géométriques les plus ſimples. Nous appellons emploi de l'Infini, l'uſage qu'Archimede a fait du Cercle conſidéré comme Polygone infini, pour démontrer que ſon aire eſt égale à la circonférence multipliée par la moitié du rayon, ou la route qu'il a priſe pour arriver à la quadrature de la Parabole.

C'eſt à cet emploi de l'Infini, non plus hazardé ou déguiſé comme autrefois, mais pris pour baſe, réduit en règles, transformé en calcul, que la Géometrie moderne doit ſes progrès immenſes, ſa ſublimité merveilleuſe, & ſon extrême facilité. Mais ce n'eſt pas tout d'un coup que la méthode géométrique des

Mo-

Modernes mêmes eſt montée à cette perfection. A la renaiſſance des Lettres on étudia les anciens Géometres, & l'on s'en tint longtems à entendre leurs démonſtrations, & à croire qu'il étoit impoſſible d'aller plus loin qu'eux. Bonaventure Cavalerius, Religieux Italien de l'Ordre des Jéſuites, eſt le premier qui dans ſa Géometrie des Indiviſibles, imprimée à Bologne en 1635, ait fondé volontairement & par choix tout ſyſtême géometrique ſur les idées de l'*Infini*. Dans cet Ouvrage, Cavalerius conſidere les plans comme formez par des ſommes infinies de lignes qu'il appelle quantités indiviſibles, & les ſolides par des ſommes infinies de plans, qui comme plans ſont indiviſibles. Il eſt vrai qu'il couvre lui-même l'idée de l'Infini du terme adouci d'Indéfini. Il eſt vrai auſſi que le commun des Géometres s'oppoſa à ſon ſyſtême malgré cet adouciſſement: mais de grands Géometres l'adopterent dans toute ſon étendue. M. de Fontenelle ſuit l'avancement de la ſcience de l'Infini, & l'accroiſſement de ſa réputation depuis cette époque, & à meſure qu'il a paſſé par les mains des Deſcartes, des Wallis, des Fermats, des Paſcals & des Barrows. Mais l'Infini n'étoit encore qu'en idée abſtraite dans l'eſprit de ces grands hommes, & ils étoient réduits à ne l'employer que de tête, à peu près comme un homme qui aſſembleroit des nombres ſans chiffres, ou comme les Anciens découvroient les propriétés de leurs courbes ſans calcul. Enfin M. Newton trouva le premier, & M. Leibnits publia le premier l'Algorithme, ou les expreſſions de l'Infini dans toutes ſes variétés,

riétés, nouveau calcul ſoumis aux loix ordinaires de l'Algébre.

Tout étoit donc achevé en quelque ſorte pour l'uſage, entendant même ici par l'uſage, la réſolution des Problêmes de la plus haute Géométrie. Mais les Inventeurs du Calcul, & ceux qui l'ont employé avec le plus de ſuccès & de gloire, comme M^rs. Bernoulli, pluſieurs autres Etrangers, & parmi nous, M. le Marquis de l'Hôpital & M. Varignon, ont donné peu de Théorie. Aucun d'eux du moins n'a préſenté au public une Théorie generale de l'Infini. C'eſt ce vaſte objet que M. de Fontenelle nous propoſe. Il eſt bon même de dire ici que l'infiniment grand ayant toûjours été d'un moindre uſage dans la Géometrie que l'infiniment petit ſon oppoſé, les Géometres ont laiſſé à notre Auteur cette premiere partie toute neuve, non ſeulement en elle-même, mais dans la comparaiſon qu'il en fait avec les infiniment petits.

L'ouvrage entier eſt diviſé en deux parties. La premiere a pour titre: *Syſtême general de l'Infini*; & la ſeconde: *Différentes Applications ou Remarques*. La premiere partie eſt elle-même diviſée en douze Sections. Mais nous en ferons de notre chef une autre diviſion, fondée auſſi ſur la nature des matieres, & qui rendra les deux parties de cet Extrait plus égales. Dans les ſept premieres Sections, qui feront l'objet de notre premiere Partie, M. de Fontenelle examine l'Infini dans les Suites ou dans les Progreſſions des Nombres. Et dans les cinq dernieres, que nous joindrons à la ſeconde Partie de l'Auteur, & qui rempliront enſemble la ſeconde Partie de

de cet Extrait, il examine l'Infini dans les lignes droites ou courbes.

I.

De l'Infini dans les Suites, ou dans les Progreſſions des Nombres.

La premiere Section traite de la Grandeur & de ſes Rapports, des Proportions & des Progreſſions. Quoique ce ſujet, ſur-tout à s'en tenir au Fini, paroiſſe d'abord ne rien promettre que de connu, on ſent déja que l'Auteur veut élever ſur ces fondemens un édifice plus haut que les édifices ordinaires. On y trouve des diſtinctions d'idées qui n'avoient pas encore été faites, & qui annoncent non ſeulement la grandeur, mais la juſteſſe du ſyſtême. On fait partir ordinairement de zero la ſuite naturelle des nombres, & l'on dit 0, 1, 2, 3, 4, &c. On peut auſſi partir de 1. Ainſi zero & 1 peuvent être termes. Mais zero ne pouvant jamais être conſidéré que comme terme, 1 doit être encore plutôt conſidéré comme élément, puiſque les nombres à l'infini ne ſont formés que de l'unité répétée. La diſtance de zero à un nombre, eſt le modele de tous les rapports arithmétiques; & le rapport de 1 à un autre nombre, eſt le modele de tous les rapports géométriques. L'Auteur fait voir comment tous les rapports ſont repréſentés par deux lettres ſeules, jointes à une troiſieme par addition dans les proportions arithmétiques, & par multiplication dans les proportions géométriques. Il établit en cela l'eſſence des unes & des autres, & il

il en tire la proprieté, qui résulte de la comparaison des Extrêmes & des Moyens: proprieté que l'on a prise communément jusqu'ici pour l'essence même.

L'Auteur venant aux Progressions, présente en expressions générales & en exemples particuliers le parallele des deux suites, l'Arithmétique & la Géometrique, enfermées l'une & l'autre entre les mêmes extrêmes pris à volonté. Il explique à fond leurs différences; préparatif nécessaire pour suivre leur cours, & pour avoir leurs sommes, quand les deux extrêmes seront infiniment distans l'un de l'autre. Ainsi le but de cette premiere Section est encore plus important que les choses qu'elle renferme. On la doit considérer comme contenant les loix que l'Auteur s'impose à luï-même, ou auxquelles il prétend assujettir l'Infini qu'il va traiter; & c'est ainsi qu'il écarte de l'esprit de son Lecteur toute idée de spéculation vague, & qu'il donne à son sujet le caractere d'une Science.

Il entre donc dès la seconde Section dans l'examen de la Grandeur infiniment grande. L'essence de la grandeur est d'être susceptible de plus ou de moins, & cette proprieté ne l'abandonnant jamais, elle en est susceptible jusqu'à l'infini. L'esprit peut avoir quelque peine à s'accoûtumer à l'infinité des Nombres, mais il lui est absolument impossible de leur concevoir des bornes; & cette impossibilité suffit seule pour fonder la vérité des raisonnemens sur l'Infini. Nous disons ici de nous-mêmes, qu'il est fort indifférent que

l'idée

l'idée de l'Infini soit positive ou négative, compréhensive ou intellectuelle, mathématique ou métaphysique: mais que dans cette indifférence les Géometres ont choisi de traiter l'Infini suivant une idée positive, compréhensive & mathématique. Sur ce pied-là M. de Fontenelle dit très-bien, que les nombres infinis existent de la même existence que les nombres finis. Les uns & les autres ont les mêmes proprietés entant que nombres, & l'on fait sur tous les mêmes opérations de l'Arithmétique. Mais voici la proprieté particuliere qu'ils ont comme infinis. Le nombre fini poussé jusqu'à l'infini, devient incapable d'augmentations finies; & la seule expérience des Calculs a appris à tous les Géometres, que l'Infini, plus 1, plus 2, plus 3, &c. n'est que l'Infini. Mais l'Infini reçoit des augmentations de son ordre, ou croît par des Infinis; & les calculs se trouvent justes, en admettant 2 infinis, 3 infinis, 4 infinis, &c. En avançant toûjours, on arrive à l'Infini de l'Infini; ou à l'Infini du second ordre. Celui-ci n'est plus augmenté par les Infinis du premier, & ne reçoit d'augmentations, comme le premier, que par les Infinis de son ordre, & ainsi de suite jusqu'à l'ordre infinitieme. La raison de cet effet se trouve dans la nature de la chose. La grandeur est susceptible d'augmentation jusqu'à l'Infini, mais elle ne peut être augmentée que par ce qui est grandeur. Or les nombres d'ordre inférieur ne sont pas grandeur par rapport à l'ordre supérieur. C'est pour cela que les Finis mêmes ne sont pas augmentés par les infini-

ment

ment petits du premier ordre, ni ceux-ci par ceux du ſecond, & ainſi des autres. La même Analogie ſe ſoûtient par-tout, & eſt toûjours juſtifiée par l'application des calculs à des vérités mathématiques connues d'ailleurs.

Comme l'Infini, multiplié par un nombre fini, par exemple 3, ne change point d'ordre, quoiqu'il devienne trois fois plus grand : ainſi l'Infini diviſé par 3, demeure infini quoiqu'il devienne trois fois plus petit, ou le tiers de l'Infini. Mais comme l'Infini multiplié par l'Infini change d'ordre en deſſus, & devient infini du ſecond, du troiſieme, du quatrieme ordre, ſelon la grandeur ou l'ordre du multiplicateur ; ainſi l'Infini diviſé par l'Infini change d'ordre en deſſous, & devient fini ou infiniment petit du premier, du ſecond, du troiſieme ordre, &c. ſelon la grandeur ou l'ordre du diviſenr. Ces vérités ſont connues de tous les Calculateurs de l'Infini. Mais M. de Fontenelle poſe enſuite des principes ſuperieurs au calcul même, & qui ſont dans la Géometrie de l'Infini ce que ſont les axiomes dans la Géometrie commune.

Une proprieté qui a pris naiſſance dans le Fini, & qui s'y conſerve auſſi long-tems qu'on l'y peut ſuivre, reçoit dans l'Infini tout l'accompliſſement dont elle eſt capable. Dans le Fini, par exemple, plus un nombre eſt grand, plus il eſt petit par rapport à ſon quarré ; donc dans l'Infini il ſera infiniment petit par rapport à ſon quarré ; ou, ce qui eſt la même choſe, il ſera d'un ordre inférieur, & diſparoîtra devant lui. Par la raiſon

ſon

ſon des contraires, une proprieté qui va décroiſſant dans le Fini, s'anéantit ſûrement dans l'Infini. Ainſi parce que dans la ſuite naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, &c. les rapports géometriques d'un nombre à l'autre décroiſſent toûjours, & que $\frac{4}{3}$, par exemple, eſt plus petit que $\frac{3}{2}$, & celui-ci plus petit que $\frac{2}{1}$, il eſt ſûr que la ſuite infinie des nombres ſe terminera par un rapport d'égalité, ou par deux Infinis égaux. On trouve ici quelques autres principes de cette eſpece: tout l'ouvrage même eſt ſemé de ces ſortes de vûes qui affermiſſent extrêmement l'eſprit du Lecteur, & qui liant à merveille ce qu'il ſait avec ce qu'il apprend, lui font peu à peu trouver en lui-même des choſes qu'il ne croyoit exiſter nulle-part.

Le premier exemple que l'Auteur donne de l'uſage que peut avoir la Théorie de l'Infini, eſt la détermination de la ſomme entiere des nombres naturels. On ſent bien en général que cette ſomme eſt un Infini, mais on voit par l'application de la formule déja établie pour la ſomme finie quelconque des Finis de cette ſuite, que cette ſomme ſe revêtant des conditions de l'Infini, eſt préciſément la moitié de l'Infini du ſecond ordre.

L'Auteur paſſant aux progreſſions, ſoit arithmetiques, ſoit géometriques, formées entre 1 & l'Infini, conclut très-bien de ſes principes, que ſi le nombre de ces termes moyens introduits dans la progreſſion eſt fini, chaque terme dans l'arithmétique aura une différence infinie, & dans la géometrique un rapport infini au précedent. Cette conſidera-

tion

tion à l'égard de la progression géometrique, est le fondement de la doctrine des ordres radicaux, ou des racines de l'Infini, dans toutes les varietés de leurs exposans. Quelques Géometres avoient deja senti le besoin de ces ordres radicaux dans les équations des courbes, lorsque l'une ou l'autre des deux inconnues de différentes dimensions est portée jusqu'à l'Infini. La Théorie de ces ordres est ici expliquée à fond. Les racines d'un exposant fini, quoique du même ordre potentiel que l'Infini dont elles sont racines, sont infiniment moindres que lui, & disparoissent devant lui. Bien davantage, ces racines formant dans l'intervalle de 1 à l'infini une progression géometrique finie par le nombre de ses termes, & ne différant entre elles que de quelques ordres radicaux, on même d'un seul ordre radical, sont néanmoins infiniment plus grandes les unes que les autres, & disparoissent successivement les unes devant les autres. Il n'en est pas de même, quand le rapport géometrique de 1 à l'infini a été divisé en un nombre infini de parties ou de termes dans la progression. Aucun n'est infiniment grand par rapport à celui qui le précede, & du côte de l'origine ils sont réellement finis. Cette derniere proprieté convient aussi à la progression arithmétique infiniment divisée: & de-là naît une curiosité nouvelle dans les calculs. Une longue suite de nombres finis presentés sous une forme infinie. Cette forme se réduit aux nombres naturels dans la progression arithmétique, & il est impossible de les y réduire dans la géometrique. Mais on

on démontre que dans cette derniere progresſion le ſecond terme plus grand que 1, eſt plus petit que 2, le troiſieme plus petit que 3, le quatrieme plus petit que 4, & ainſi de ſuite.

Il s'agit dans la troiſieme Section de la ſuite infinie des nombres naturels élevée à ſes puiſſances, & comparée à la progreſſion géometrique correſpondante. Cette Section eſt le véritable fondement de tout l'ouvrage. Elle ne peut être compriſe elle-même que par une étude très attentive ; elle enferme des ſuppoſitions que la ſeule accoûtumance à l'objet peut faire paroître d'abord recevables, enſuite neceſſaires, & enfin vrayes. Nous allons rapporter les deux principales. La ſuite naturelle des nombres, à commencer par 1, va juſqu'à l'infini, dernier terme du premier ordre. On ſera ſans doute ſurpris de trouver dans cette ſuite, ſi expoſée aux yeux de tout le monde, des proprietés auxquelles il y a bien de l'apparence que perſonne n'avoit encore penſé. Le dernier terme de cette ſuite eſt infini par l'hypotheſe & par la nature de la choſe. Mais le précédent, qui n'en différe que de l'unité, eſt infini lui-même, puiſqu'il n'eſt moindre que d'une grandeur qui n'eſt pas grandeur par rapport à lui. Nous dirons la même choſe de l'antépénultieme & de tous ſes ſemblables en reculant, juſqu'à ce que nous ayons une quantité infinie d'unités qui mette une différence pleinement infinie entre le plus haut des Infinis & le plus haut des Finis. Il y a donc déja une infinité d'Infinis dans la ſuite des nombres naturels,

suite arithmétique que l'Auteur appelle *A*. De plus nous avons vû que l'Infini divisé par un nombre fini, ou ce qui est la même chose, toute aliquote finie de l'Infini, par exemple, sa 10me, sa 100me, sa 1000me partie, est un Infini. Ainsi divisant la suite infinie des nombres naturels par le plus grand nombre fini possible, il n'y aura que la premiere des parties de cette division qui contienne les Finis. Par-là on apperçoit aisément le nombre prodigieux d'Infinis contenus dans toutes les autres, & il ne reste que la difficulté de comprendre comment les Finis mêmes peuvent être encore en nombre infini. On ne laissera pas de le sentir indépendamment des preuves plus longues que l'Auteur en donne; en pensant que le premier des Infinis, que nous déterminons pour un moment, ne surpassant le dernier des Finis que de 1, ne peut être un nombre infini lui-même que par un nombre infini de Finis qui l'auront précédé.

Le nombre infini des Finis, partie la moins considérable de la suite *A* étant posé: l'Auteur fait une distinction remarquable entre les Infinis suivans, & c'est-là ce que nous appellons sa premiere supposition, qu'il employe en plusieurs autres endroits. Il distingue les Infinis croissans ou variables, de l'Infini fixe qui termine la suite, & il invente même pour eux tous un caractere nouveau. Nous avons besoin, pour faire entendre sa pensée dans un Extrait, d'emprunter une comparaison bien éloignée par elle-même, mais suffisamment exacte dans son rapport. Que l'on prenne pour un moment le nombre mille pour l'Infini fixe, le nombre cent pour le plus

grand

grand des Infinis croissans & variables, & le nombre dix pour le plus petit d'entre eux. Tous les Finis sont représentés par les nombres compris entre 1 & 10. Je divise 1000 par 100, ce qui est la plus grande division que j'en puisse faire sans tomber dans le Fini. Je commence par prendre une centieme de mille qui me donne déja un Infini, mais le plus petit qui existe. Je continue par deux centiemes, trois centiemes, jusqu'à dix centiemes, qu'on doit regarder comme le premier Infini croissant. Au delà je trouve 20 centiemes, second Infini croissant; & allant toûjours, j'arrive enfin à cent centiemes de mille, c'est-à-dire, à mille complet, ou à l'Infini fixe. Au reste cet Infini fixe n'est ici que l'Infini du premier genre; & l'on verra par les hypotheses suivantes, que les nombres revêtus même de la condition d'Infinis, ne peuvent jamais s'arrêter. En effet si un nombre infini par rapport à nous, n'est qu'un nombre au delà de toute compréhension ou de toute détermination humaine, il n'est pas pour cela le dernier des nombres possibles; & rien n'empêche qu'on ne le double, qu'on ne le quarre, en un mot qu'on ne fasse sur lui toutes les opérations que l'on fait sur les grandeurs inconnues ou indéterminées de l'Algebre. Et par rapport à l'Infini fixe, quand ce premier Infini ne seroit pas un nombre unique ou individuel, il seroit toûjours assés fixe comme Infini, pour soûtenir les rapports que l'on appuye actuellement sur lui dans la plûpart des suppositions ou des considérations mathématiques. Ces vûes qu'on pourroit étendre davantage, paroissent suffire pour réduire toûjours aux termes seuls, dont

les Géometres sont obligés de se servir, les contradictions qui leur sont quelquefois reprochées par des hommes étrangers à la Géometrie.

La suite *A*, ainsi établie, l'Auteur passe à l'examen de *A* élevée à 2, ou d'une suite où tous les termes de la premiere sont élevés à leur quarré. Elle finira donc par l'Infini élevé à la seconde puissance, ou par le quarré de l'Infini. Cette suite a autant de termes que la premiere; mais elle saute un nombre toûjours croissant des termes de la premiere: car lorsque la premiere est à 4, celle-ci est à 16, quarré de 4, & 16 dans la premiere est encore bien éloigné. Cette considération conduit M. de Fontenelle à sa seconde supposition, bien plus extraordinaire que celle que nous avons déja exposée.

Il est constant que dans la suite des quarrés on arrive aux Infinis bien plutôt que dans la suite des nombres. Ainsi en concevant ces deux suites placées l'une sur l'autre: & supposant que dans la suite des quarrés on tient le premier quarré infini, ce premier quarré étant prodigieusement plus loin dans la suite des nombres, il y a nécessairement dans celle-ci un nombre innombrable de Finis, au dessus desquels sont leurs quarrés encore plus infinis que le premier, puisqu'ils vont toûjours en croissant. Voilà le paradoxe: Des nombres finis dont le quarré est infini. L'Auteur paroît avoir été effrayé lui-même de cette conséquence. Il va jusqu'à dire qu'elle a pensé lui faire abandonner tout ce systême de l'Infini, & il promet encore très-sincerement de renoncer à cette idée, si on lui fait voir que sans elle on peut faire un systême

lié

lié de l'Infini dans la Géometrie, ou qu'il y ait quelque autre idée à lui substituer, qui fasse le même effet sans avoir la même difficulté ou une équivalente.

Cet aveu est accompagné d'ailleurs de toutes les raisons qui peuvent adoucir une proposition, qui devient un principe pour toute la suite de l'Ouvrage. Les Géometres n'ont opéré jusqu'à présent que sur les Finis qui sont à l'origine, ou au commencement des suites, ou sur les Infinis complets ou fixes qui les terminent; ainsi on n'a encore bien saisi que les deux extrémités. Mais les plus grandes merveilles de l'Infini arrivant dans le passage de l'un à l'autre, il n'est pas étonnant que celui qui examine le premier ce passage, y trouve dequoi surprendre ses Lecteurs, comme il a été surpris lui-même. Les Finis en mouvement, ou comme disent nos habiles voisins, *en fluxion*, pour devenir infiniment grands ou infiniment petits, sont d'une nature moyenne qui a ses propriétés particulieres. En un mot, il ne paroît pas qu'on puisse refuser à l'Auteur le droit d'établir une nouvelle Classe pour ces Finis, qu'il appelle *indéterminables*, & qui n'étant pas encore assés grands pour être infinis par eux-mêmes, sont déja assés grands pour devenir infinis par l'élévation à leur quarré.

M. de Fontenelle ne s'en tient pas à la suite *A*, portée à sa seconde puissance. Il la fait passer par tous les exposans entiers & fractionaires, quelques-uns en expressions particulieres, & tous enfin en expressions générales. Ce détail le mene jusqu'au nombre de dix-huit suites, toutes approfondies & évaluées. Elles le sont

en effet d'une maniere si conforme aux principes qu'il a posés, & pour dire quelque chose de plus, à leur nature propre, qu'il n'y a point de Lecteur intelligent qui prenant les deux ou trois premieres pour modele des recherches qui sont à faire, ne trouvât dans les autres précisément tout ce que l'Auteur y trouve : marque infaillible de la justesse & de la certitude de ses premieres vûes.

La comparaison de la suite *A* avec une suite géometrique introduite entre 1 & l'Infini, & que l'Auteur appelle *G*, est le dernier objet de la troisieme Section. Toutes les différences de la suite *A* sont égales & finies, puisqu'elles sont toutes l'unité, & leur somme est infinie. Il se trouve par la formule générale des calculs, que la somme des différences de la suite *G* est aussi infinie. Mais au lieu qu'il est essentiel à une suite arithmétique que toutes ses différences soient égales, il est essentiel à une suite géométrique que toutes ses différences soient inégales, & même les plus inégales dans leur total qu'il s'en puisse trouver en aucune suite imaginable non géométrique. Par-là la suite *A*, & la suite *G*, sont de toutes les suites les plus opposées entre elles : c'est un principe dont l'Auteur fait un grand usage dans tout son Livre. Il faut donc que ces deux suites convenant dans le nombre infini de leurs différences ; d'ailleurs toutes les différences de *A* étant l'unité, toutes les différences de *G* soient les unes plus petites & les autres plus grandes que l'unité ; & que toutes les différences de *A* étant égales, dans *G* au contraire il y en ait de finies vers l'origine, & d'infinies vers l'extrémité ; de telle sorte

te pourtant que le nombre des finies est infini, & que le nombre des infinies est fini. Enfin au lieu que la somme de *A* est un Infini du second ordre, celle de *G* n'est qu'un Infini du premier; mais au lieu que la somme de *A* n'est que la moitié précise de l'Infini du second ordre, celle de *G* est l'Infini du premier multiplié par un très-grand nombre fini, mais inconnu.

L'Auteur dans la quatrieme Section vient à la grandeur infiniment petite. L'infiniment petit est une partie du Fini résultante d'une division poussée jusqu'à l'Infini. Ainsi l'infiniment petit est essentiellement une fraction dont le numerateur est fini, & le dénominateur infini. L'infiniment petit n'est en quelque sorte que l'inverse de l'infiniment grand. Les mêmes nombres & les mêmes caracteres servent pour l'un & pour l'autre, & l'on ne trouve pas plus de bornes à l'un qu'à l'autre. Une analogie parfaite regne toûjours entre leurs proprietés contraires. Comme l'Auteur continue d'examiner les grandeurs dans les suites; pour comprendre l'objet principal de cette Section, il ne s'agit que de se représenter toutes les suites de la précédente, changées en fractions, dont le numerateur perpetuel est l'unité, & dont les dénominateurs sont les termes consécutifs de chacune de ces suites. Par-là les infiniment grands de différens ordres dans les premieres, deviennent des infiniment petits des mêmes ordres dans les secondes. Mais les Finis demeurent dans leur ordre, quoique diminués dans la proportion, par exemple, de 3 à $\frac{1}{3}$. Les som-

mes de ces ſuites fractionaires ſont bien différentes de celles des ſuites auxquelles on les compare : celles-ci deviennent plus grandes à proportion qu'elles ont moins de termes finis & plus d'infinis ; les fractionairès au contraire ne conſervent dans leurs ſommes quelque valeur ſenſible, que par les Finis de leurs correſpondantes ; & ces ſommes ſont par conſéquent d'autant moins conſidérables, que les ſommes des correſpondantes l'étoient davantage.

Il arrive de-là qu'une ſuite ſi élevée dès le ſecond terme, & ſi croiſſante juſqu'au dernier, qu'elle n'aura eu pour ſomme que ce dernier terme dans la Section précédente, pourra être ſi abaiſſée & ſi décroiſſante dans celle-ci, qu'elle n'aura pour ſomme que ſon premier terme ou l'unité. Enfin par rapport à l'uſage de la ſommation des ſuites qui ſe préſente ſouvent dans la Géometrie, il eſt toûjours certain que la ſomme totale d'une ſuite fractionaire ſera infinie, ſi les Finis de la ſuite d'entiers correſpondante ſont en nombre infini ; & qu'au contraire cette ſomme totale ſera finie, ſi les Finis de la ſuite correſpondante ne ſont qu'en nombre fini.

Nous n'omettrons pas ici un exemple de cette eſpece, qui démontre, *à poſteriori*, l'exiſtence des Finis indéterminables. On ſait par des Méthodes connues d'ailleurs, que la ſuite fractionaire $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. a une ſomme infinie, & qu'au contraire cette même ſuite étant quarrée $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, &c. n'a qu'une ſomme finie. Il y a donc néceſſairement des nombres finis devenus infinis dans leurs quar-

quarrés, qui demeurant finis dans la ſuite fractionaire des nombres, donnent une ſomme infinie, & qui devenant infiniment petits dans la ſuite fractionaire des quarrés, réduiſent leur ſomme à n'être que finie. Cette même expérience de Calcul démontre encore qu'il y a un nombre infini de nombres finis, puiſque la ſuite fractionaire des nombres ne peut être infinie dans ſa ſomme que par le nombre infini de ſes Finis; & l'on voit enfin que les Finis indéterminables ſe trouvent dans le paſſage du Fini à l'infiniment petit, comme dans le paſſage du même Fini à l'infiniment grand.

Nous ne nous étendrons pas davantage ſur la quatrieme Section, quelque nombre d'autres curioſités qu'elle renferme; telles que ſont des ſuites infinies qui n'ont pour valeur qu'un nombre donné 2, 3, ou tel autre qu'on voudra; ou la détermination des Elémens immédiats des Infinis de tout ordre, c'eſt-à-dire, la grandeur préciſe qui, priſe une infinité de fois, donne cet ordre. L'emploi de l'Infini n'a d'abord été imaginé que pour chercher des valeurs finies: & dans cet ouvrage même où l'Auteur ne paroît avoir d'autre objet que l'Infini, on trouvera par-tout beaucoup à gagner pour la Géometrie commune, par la préciſion des idées & par l'adreſſe des Calculs.

La cinquieme Section eſt deſtinée à l'examen des incommenſurables. On a ſû de tout tems que l'incommenſurabilité tient à l'Infini, puiſqu'un incommenſurable cherché entre deux fractions pouſſées à quelques nom-

bres que ce puiſſe être, ne ſe trouve jamais, quoiqu'on ſache qu'il eſt entre l'une & l'autre. Mais M. de Fontenelle fait voir que tout incommenſurable a ſa place dans une progreſſion arithmétique infinie, compriſe entre l'unité & le nombre dont on cherche la racine. Cette ſuite eſt : Un. Un, plus une infinitieme. Un, plus deux infinitiemes. Un, plus trois infinitiemes, &c. L'Infini pris pour conſtant ou fixe, ſert donc de dénominateur à la ſeconde partie de chaque terme dont les nombres naturels ſont les numérateurs ſucceſſifs. Or nous ſavons par la doctrine expliquée dans la troiſieme Section, que ces nombres naturels ſont d'abord des Finis déterminables, enſuite des Finis indéterminables, après quoi viennent les Infinis croiſſans ou variables, ſelon toutes leurs grandeurs, & enfin l'Infini fixe. Tant que ces numerateurs, toûjours diviſés par l'Infini, ne ſont eux-mêmes que Finis déterminables, ou indéterminables, ils n'ajoûtent à l'unité qui les précede que des différences infiniment petites; & ces premiers termes ne peuvent contenir par conſéquent que les racines dont l'expoſant eſt infini. Mais dès qu'on en eſt aux Infinis croiſſans, l'unité ſe trouve augmentée dans chaque terme d'une grandeur finie, quoiqu'inexprimable; & c'eſt parmi les grandeurs de cette eſpece que réſident toutes les racines finies du nombre donné. Cette Théorie eſt démontrée par la nature de la choſe bien entendue, & même par le calcul.

Mais comme l'on ſait fort bien que la racine ſeconde & la racine troiſieme de 3, par

exemple, quoique l'une & l'autre entre 1 & 2, sont à une distance finie, & non infiniment petite, l'une de l'autre; & qu'au contraire les termes de la suite infinie introduite entre 1 & 3 ne croissent de l'un à l'autre que d'une différence infiniment petite; on comprend aisément que les termes de cette suite infinie étant tous des inexprimables, ne sont pas tous pour cela des incommensurables, & qu'ainsi les incommensurables ne sont qu'une très petite partie du nombre infini des inexprimables.

Il suit de cette doctrine & d'autres principes certains, que toute suite arithmétique qui n'aura pas un nombre infini de termes entre 1 & le nombre dont on cherche la racine incommensurable, ne fournira aucun terme qui soit cette racine juste. Elle fournira seulement des termes entre lesquels cette racine sera comprise; & plus on introduira de termes, plus on rétrécira les limites qui enfermeront cette racine. L'Auteur tire de cette Théorie une méthode nouvelle & ingénieuse pour trouver deux nombres commensurables, dont l'un soit plus petit & l'autre plus grand que la racine incommensurable de moins que d'une différence donnée, & cela sans faire différentes approximations comme à l'ordinaire.

L'Auteur parle dans sa sixième Section des grandeurs positives & négatives, réelles & imaginaires. Il remarque d'abord que l'idée de soustraction attachée communément au signe — dans l'Algébre, est l'idée qui convient le moins essentiellement aux grandeurs affectées de ce signe. Les Algébristes ont

paru se borner à cette idée, qui suffit pou la conduite des calculs. Mais il semble que les Géometres ayent mieux connu le véritable esprit de la chose, puisque dans la construction de leurs Problêmes résolus, le signe — leur fait placer à gauche, ce que le signe + leur a fait placer à droite. En effet, selon M. de Fontenelle, le positif & le négatif indiquent principalement une certaine opposition entre des grandeurs qui peuvent d'ailleurs être égales ou inégales entre elles. Ainsi prenant pour positifs les degrés de l'élevation du Soleil au-dessus de l'horizon, les degrés semblables de son abaissement au-dessous de l'horizon seront négatifs, & le point zero de l'horizon sera le passage des uns aux autres. Prenant de même pour positifs les degrés de la partie orientale du Ciel jusqu'au Zenith, les degrés semblables de la partie occidentale seront négatifs; mais en ce cas on aura pour terme moyen ou pour le point du passage, 90 au Zenith, après lequel on compteroit en reculant — 89 — 88, &c. Ce nombre 90, ici arbitraire, représente tout autre; & les Géometres ont aussi eu cette idée, puisqu'ils ont reconnu que l'on passoit du positif au négatif par l'Infini aussi-bien que par zero. Enfin l'exemple d'un exposant négatif qui produit une fraction, prouve que le signe — n'indique pas du moins principalement une soustraction.

Cela posé, l'Auteur considere en toute grandeur son être numérique, par lequel elle est une telle grandeur, & son être spécifique par lequel elle a une certaine opposition avec

une

une autre grandeur égale ou inégale à elle. Nous désignerons desormais avec lui cet être spécifique dans les grandeurs négatives, par l'opposition d'une dette à un fonds. Ainsi appellant un fonds *a*, & une dette —*a*, on trouvera conforme à la nature de cette idée tout ce qui arrive dans les additions & soustractions algébriques. Ajoûter un fonds à un fonds, c'est augmenter le positif. Ajoûter une dette à une dette, c'est augmenter le négatif. Ajoûter une dette à un fonds, c'est diminuer le positif. Ajoûter un fonds à une dette, c'est diminuer le négatif. D'un fonds ôter une dette, c'est augmenter le positif. D'une dette ôter un fonds, c'est augmenter le négatif: exemples, & en même tems raisons, de la conservation ou du changement des signes dans ces premieres opérations.

La distinction de l'être spécifique & de l'être numérique est un peu plus difficile, & néanmoins plus nécessaire à l'égard des multiplications & des divisions. Appellant *a* un fonds, & *b* un nombre, 3, par exemple, *ab* signifie 3 fonds; & — *a* étant une dette, & *b* le même nombre 3, — *ab*, signifiera trois dettes. Mais l'idée de l'être spécifique ne paroît plus dans *ab*, qui peut être regardé comme un produit de nombres purs; au lieu que cette idée particulierement attachée au négatif, subsiste dans — *ab* qui conserve le signe —.

Multiplier un fonds par un fonds, ou une dette par une dette, est une chose absurde. C'est pourquoi cette supposition forcée s'évanouit dans le calcul, & *aa* venant en plus

 dans

dans l'un & dans l'autre cas, ne présente que l'idée de nombre. Il en est de même de la division. Si je divise une dette par un nombre qui me donne, par exemple, le tiers de la dette, l'être spécifique demeure dans le quotient négatif: mais divisant une dette par une dette, chose absurde, le quotient devient un pur nombre positif.

Voilà l'origine des imaginaires: ce sont les racines quarrées, ou les racines paires toûjours réductibles à quelque racine quarrée, d'une grandeur affectée du signe —. Ou pour exprimer la chose d'une maniere qui tienne de plus près à la doctrine que nous exposons; une imaginaire est la racine quarrée d'une grandeur qui réellement n'est point un quarré. En effet, tout quarré est le produit d'une grandeur multipliée exactement par elle-même. Or $-aa$ qui conserve la marque de l'être spécifique, ne peut être qu'une dette $-a$ multipliée par un nombre a, ce qui ne fait point une grandeur multipliée exactement par elle-même, & dont par conséquent on puisse avoir la racine proprement-dite. Mais $-aa$ imaginaire comme quarré est un plan ou un produit réel d'une dette par un nombre: c'est pour cela même que multipliant la racine de $-aa$ par elle-même, ce qui n'est à la lettre qu'ôter le signe radical & écarter l'idée de quarré, je retrouve la grandeur réelle $-aa$.

Nous ne nous étendrons pas davantage sur ce sujet: il nous suffira d'observer qu'il est démontré par l'exemple des imaginaires, que le calcul n'est immanquable dans ses loix, que parce qu'il a un fondement réel; puis-

que

que la moindre supposition fausse, disons mieux, puisque le côté faux d'une supposition qui a un côté vrai, se manifeste séparément du côté vrai par le résultat du calcul même. Ainsi pour nous rapprocher de notre sujet principal, il est impossible, aux yeux du moins de tout Géometre, que la supposition de l'Infini soit fausse dans aucun des cas où elle donne un rapport vrai.

Quoique la septieme Section, qui terminera cette premiere partie de notre Extrait, soit la plus longue de tout l'ouvrage, nous tâcherons d'en rendre compte en peu de mots. Nous avons déja eu lieu de parler des sommes de quelques suites; c'étoit une conclusion attachée à la considération de leurs propriétés particulieres. Mais dans cette Section l'Auteur considere principalement l'ordre & la grandeur des sommes; & examine quelles sortes de suites doivent les avoir données.

Nous apporterons pour premier modele d'une somme de suites, l'exemple aisé de la suite infinie des unités qui ne croissent point, & qui a l'Infini pour somme. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. sont des fractions décroissantes moindres chacune que l'unité; mais comme elles seront en nombre infini, elles auront aussi pour somme un Infini, moindre à la vérité que celui des unités, mais du même ordre. Cet ordre est immédiatement supérieur à celui des termes qui sont tous finis, mais en nombre infini. La suite naturelle des nombres commence par des Finis, & n'a pour différence d'un terme à l'autre que l'unité constante. Cependant elle arrive à l'Infini, bien avant même

même ſes derniers termes, parce que le nombre de ces unités qui lui ſervent de différences eſt infini: Exemple dont on peut conclure, que toute ſomme qui aura un Infini pour ſomme de ſes différences, aura un Infini pour le moins dans ſon dernier terme. En ce cas, la ſomme de la ſuite principale pourra être de l'ordre immédiatement ſupérieur à celui du dernier terme, & ne pourra jamais être d'un ordre plus élevé; elle pourra auſſi n'être que de l'ordre du dernier terme, & ne pourra jamais deſcendre plus bas.

Outre l'ordre des ſommes, on peut auſſi conſiderer leur grandeur. Une ſuite toute formée d'Infinis égaux, auroit pour ſomme l'Infini tout entier du ſecond ordre. La ſuite naturelle des nombres qui commence par des Finis, & qui eſt croiſſante, n'a pour ſomme que la moitié de cet Infini; ainſi ces deux ſuites ſont égales par l'ordre, & différentes par la grandeur.

Une ſuite géométrique formée de tous les ordres d'Infinis, & qui iroit juſqu'à l'Infini de l'ordre infinitieme, n'auroit pour ſomme que ce dernier terme, qui feroit diſparoître tous les autres. Mais la ſuite naturelle des nombres, dont chaque terme ſeroit élevé à une puiſſance infinie, auroit pour ſomme le même Infini que la précédente, multiplié par un très grand nombre fini inconnu. Ainſi ces deux ſommes ſeroient encore égales par l'ordre, & différentes par la grandeur.

Nous ne faiſons cet expoſé, que pour faire concevoir le prix d'une ſpéculation également ſublime & exacte, qui, entre ces termes

réglés d'ordre & de grandeur, place des infinités de suites dans les degrés successifs qui leur conviennent : arrangement toûjours tiré de la nature de leurs différences décroissantes en général pour les grandes sommes, & croissantes pour les moindres ; parce que les différences décroissantes donnent vers la fin des suites, un plus grand nombre de grands termes, & qu'au contraire les croissantes en donnent un moindre. On se doutera bien que l'Auteur pousse sa Théorie jusqu'aux suites fractionaires, dont il détermine les sommes. Elles sont souvent finies, mais elles peuvent être infinies du premier ordre, sans aller jamais plus haut.

L'Auteur examine enfin une suite qui seroit composée d'une infinité de termes introduits entre chacun des nombres de la suite naturelle, ce qui donneroit autant d'infinités qu'il y a de termes dans cette suite, & formeroit par conséquent une suite infiniment infinie. On seroit porté à croire que l'Infini même auroit peine à fournir l'expression de la somme d'une pareille suite. Cependant en prenant la somme de chaque infinité introduite entre tous les nombres, & formant une suite infinie de ces sommes, on voit avec suprise que le tout ensemble ne monte qu'à la moitié de l'Infini du troisieme ordre. Ainsi pour amener cette Théorie à une simple règle d'usage, on connoîtra toujours l'ordre de la somme d'une suite infiniment infinie, en élevant son premier & son dernier terme à l'ordre immédiatement supérieur à celui dont ils sont, & en supposant

que

que ce premier & ce dernier terme ainsi élevés, sont les deux extrêmes d'une suite simplement infinie. Car on saura toûjours par cette Section, de quel ordre sera la somme de cette derniere; & après avoir fait sur la premiere la préparation marquée, elles seront infailliblement l'une & l'autre du même ordre.

La plûpart de ces spéculations, qui ne paroissent que curieuses dans la Section où elles sont présentées, sont des fondemens nécessaires pour l'intelligence de la partie de l'Ouvrage où l'Auteur entrera dans la contemplation des courbes: Et si l'on ne donnoit pas à la doctrine des sommes des suites toute l'attention qui lui est dûe, on se trouveroit obligé de revenir sur ses pas, quand il s'agira des courbes qui ne sont que des représentations de ces mêmes suites. A l'égard, par exemple, des suites croissantes, il est important de connoître celles qui sont sommables de celles qui ne le sont pas; car delà dépendra la quadrature possible ou impossible des courbes qui exprimeront géométriquement ou les unes ou les autres. Et à l'égard des suites décroissantes, il est nécessaire de distinguer celles dont les sommes sont infinies, de celles qui ne sont que finies, pour pouvoir juger dans les courbes asymptotiques quelles sont celles où les espaces qui portent ce nom seront infinis, & celles où ces espaces seront seulement finis. M. de Fontenelle réduit ces différentes observations à un moindre nombre de règles qu'on n'auroit oser l'esperer d'un détail aussi vaste que

celui

celui où il s'est vû obligé d'entrer pour en établir les principes. Rien sur tout ne fait mieux voir le besoin que l'Auteur a eu de ces préparations, que l'examen d'une suite infiniment infinie, qui ne paroît d'abord qu'un exercice d'esprit. Car toutes les courbes dont l'axe est infini, représentent cette derniere espece de suites.

Nous dirons la même chose de plusieurs autres définitions ou distinctions qui terminent la Section septieme, & que nous n'avons pas même dessein d'omettre. Mais nous avons reconnu que dans un abrégé comme celui-ci, l'exposition de ces articles particuliers seroit plus courte, plus claire & plus utile, en les renvoyant aux endroits où nous en devons faire l'application immédiate aux différentes proprietés des courbes qui feront la matiere de la seconde partie de cet Extrait, à laquelle nous allons passer.

II.

De l'Infini dans les Lignes droites ou courbes.

On sait assés que la Géometrie, sur-tout dans sa partie de pure spéculation, consiste à représenter par des lignes, des rapports continus de nombres. Mais aucun Géometre n'a mieux fait sentir cette représentation que M. de Fontenelle, qui employe toute la seconde moitié de son ouvrage à l'établir & à l'expliquer. Nous avons parlé des suites de nombres poussées jusqu'à l'Infini dans la premiere partie, nous indiquerons dans celle-ci l'effet

fet de ces ſuites exprimées par des lignes droites ou courbes.

La huitieme Section de la premiere partie préſente d'abord un triangle dont les trois côtés ſont finis, & dont les angles demeurent toûjours les mêmes, quoique les trois côtés deviennent des infiniment grands ou des infiniment petits de tous les ordres. Enſuite, la baſe demeurant finie, les deux côtés vont monter à l'Infini du premier, du ſecond, du troiſieme ordre, &c. & comprendront par conſéquent un angle infiniment petit de l'ordre correſpondant. Ou bien, les deux côtés demeurant finis, la baſe va deſcendre à l'infiniment petit du premier, du ſecond, du troiſieme ordre, &c. auquel cas les deux côtés comprendront un angle du même ordre que la baſe. En un mot & par règle générale, l'angle du ſommet ſera toûjours de l'ordre inférieur correſpondant à la ſupériorité de l'ordre des côtés ſur la baſe. Dès le premier ordre inférieur de l'angle du ſommet, qui a commencé par le Fini, les deux côtés deviennent paralleles, mais d'un parallelíſme non abſolu, & qui s'augmentera par tous les ordres d'infiniment petits de cet angle juſqu'à zero. Le parallélíſme de deux côtés croiſſant toûjours, les amenera par les mêmes degrés à une perpendicularité abſolue ſur la ligne qu'on avoit d'abord priſe pour baſe.

Nous venons de donner en lignes droites l'idée d'une ſuite de grandeurs croiſſantes ou décroiſſantes d'ordre. Nous donnerons de même en lignes droites l'expreſſion de la ſui-

te entiere des nombres naturels que nous avons appellée *A* dans la premiere Partie. Supposant une ligne infinie qui tiendra lieu d'axe, nous la diviserons en parties égales & finies qui représenteront les unités: & élevant perpendiculairement sur chacune de ces unités, des lignes qui croîtront de l'une à l'autre, comme 1, 2, 3, 4, &c. nous arriverons à une derniere ordonnée infinie & égale à l'axe: de sorte que concevant une hypothenuse ou diagonale tirée de l'origine de l'axe, à l'extrémité de la derniere ordonnée, cette hypothenuse passera par l'extrémité de toutes les autres. Ainsi nous aurons un triangle rectangle isoscele, dont la valeur sera par les Elémens de la Géométrie commune, la moitié de la base ou de l'Infini multipliée par la hauteur ou par l'Infini; c'est-à-dire, la moitié de l'Infini du second ordre, qui est en effet la somme entiere des nombres naturels.

Nous disons plus: un triangle rectangle fini représente aussi, non pas à la verité l'absolu de *A*, qui est infini, mais le nombre, les rapports, & les deux différens ordres de ses termes. Il faut pour cela diviser par l'imagination la base finie en parties infiniment petites & égales, qui seront par conséquent en nombre infini. Sur les premieres de ces parties vers l'origine, je conçois des lignes infiniment petites qui croissent de l'une à l'autre comme 1, 2, 3, 4, &c. Il y aura une infinité de ces ordonnées avant la premiere, qui soit finie & sensible; comme dans la suite *A*, il y a une infinité de nombres finis: & il y aura une autre infinité beaucoup plus gran-

de d'ordonnées finies jusqu'à l'extrémité de l'axe, comme dans la suite *A* il y a une infinité d'Infinis beaucoup plus grande que l'infinité des Finis.

Tous les nombres croissans ou décroissans, selon telle raison qu'on voudra, peuvent être conçûs changés en lignes, & posés ainsi sur un axe. Mais en les concevant tous posés à distance égale, & infiniment petite les unes des autres, il n'y a que les nombres compris dans des suites arithmétiques dont les extrémités puissent former une ligne droite. Tous les autres formeront des courbes qui feront en général l'objet des Sections suivantes.

Pour prendre une idée générale des lignes courbes, ce qui fait le sujet & le titre de la neuvieme Section; il faut détacher toutes ces extrémités d'ordonnées, des ordonnées mêmes auxquelles elles appartiennent, pour en former une ligne continue, qui n'étant pas droite, aura des élémens de courbure que nous allons examiner. Représentons-nous d'abord cette ligne formée par un point qui la décrit. Si ce point ne se détournoit jamais, il feroit une ligne droite; s'il se détourne finiment après chaque pas fini, il fera un polygone fini & sensible; & tout cela n'est point une courbe. Ce point sembleroit pouvoir se détourner finiment, ou faire un angle fini, après chaque pas ou à chaque côté infiniment, petit. Mais comme dans ce cas les angles finis feroient sensibles sans que les côtés infiniment petits le fussent, on sentira bientôt l'impossibilité

de

de cette ſuppoſition. Il reſte donc qu'à chaque pas infiniment petit, le point ſe détourne infiniment peu, ou faſſe un angle infiniment petit. Il arrivera de-là que tant que la courbe n'aura encore eu qu'un cours infiniment petit, on ne verra ni ſes côtés, ni ſes détours. Mais dès qu'elle aura la plus petite étendue finie, & par conſéquent un nombre déja infini & de côtés & de détours, on appercevra en même tems & la ligne & ſa courbure. En portant plus loin cette idée, on pourroit imaginer une ligne qui après chaque pas fini ne ſe détourneroit qu'infiniment peu, & qui par conſéquent, demeurant droite ou comme droite dans le Fini, ne ſeroit courbe que dans une étendue infinie. C'eſt une vûe qui aura ſon uſage dans la ſuite.

Mais à nous en tenir pour le préſent aux côtés infiniment petits ſe détournant l'un de l'autre infiniment peu ; on voit qu'en prolongeant un côté ſuivant vers le précédent, il forme avec lui un angle infiniment petit, qu'on appelle *angle de Contingence*. Le cercle eſt la ſeule de toutes les courbes où cet angle ne varie jamais, & qui ait par conſéquent une courbure uniforme. Cet angle croît ou décroît dans toutes les autres, & nous verrons ailleurs juſqu'où peut aller ſa variation.

Mais cet angle demeurant le même, la courbure peut encore varier, ou en augmentant par des côtés plus courts, ou en diminuant par des côtés plus longs dans le même ordre. Chacun des côtés de la courbe par ſon inclination toûjours différente à l'axe,

dé-

déterminera toûjours la tangente qui n'eſt que ſon prolongement; & ſera toûjours l'hypothenuſe de ce petit triangle rectangle, ſi connu aujourd'hui des Géometres, dont un des petits côtés eſt la différence de l'abſciſſe, & l'autre la différence de l'ordonnée.

La ſuppoſition de l'infiniment petit fait que l'on peut appliquer l'égalité des pas de la courbe, indifféremment, ou à ſa différence qui eſt ce petit côté, ou à la différence de l'abſciſſe, ou à la différence de l'ordonnée; bien entendu pourtant que l'une des trois priſe à volonté pour conſtante, les deux autres varieront à chaque pas d'une différence infiniment petite du ſecond ordre.

La dépendance réciproque de toutes les lignes finies ou infiniment petites, qui entrent dans une même courbe, fait que l'on peut exprimer la loi qui la rend telle par le rapport de l'une de ces lignes à une autre. On s'en tient communément, ou autant qu'on le peut, au rapport de l'abſciſſe à l'ordonnée, d'où l'on tire l'équation de toutes les courbes géométriques. Cette équation fait voir que le rapport de l'abſciſſe à l'ordonnée varie continuellement en toute courbe, mais d'une variation toûjours règlée par la même loi. C'eſt la nature de cette loi qui fait que la courbe a un cours fini comme le cercle, ou infini comme la parabole.

Dans la dixieme Section, l'Auteur explique les variations & les changemens des courbes. Il conſidere d'abord celles qui s'élevent au deſſus de leur axe, de ſorte que leurs ordonnées croiſſent toûjours de moins

en

en moins; d'où il suit que leurs différences sont décroissantes. La courbe arrive donc à deux ordonnées égales ou censées égales; & leurs différences à zero, ou du moins à un ordre d'infiniment petit inférieur à celui dont elles étoient: c'est ce que l'Auteur appelle arriver au parallélisme. Si la courbe arrive à ce terme par un cours fini, la suite des différences est simplement infinie. Mais si elle n'y arrive que par un cours infini, cette suite est infiniment infinie. En effet puisque le demi-diametre du cercle, par exemple, qui n'est que fini, porte une suite infinie d'ordonnées & de différences; l'axe de la parabole, qui contient une infinité de fois le demi-diametre d'un cercle, doit porter une suite infiniment infinie d'ordonnées & de différences. Or comme l'ordonnée qui répond au parallélisme est elle-même la somme de toutes les différences précédentes; si cette somme est simplement infinie, l'ordonnée ne sera que finie, comme celle qui est posée sur le milieu du diametre du cercle, & qui répond au parallélisme de cette courbe. Mais si la somme des différences est infiniment infinie, l'ordonnée sera infinie, comme celle qui est posée à l'extrémité de l'axe infini de la parabole où se trouve son parallélisme.

Il est de toute nécessité qu'une courbe, dont les ordonnées ne croissent que par des différences décroissantes, arrive par un cours infini à une ordonnée moins grande que l'axe, dont les infiniment petits ont été pris égaux. Cette derniere ordonnée dans la parabole est donc moindre que l'axe, quoiqu'elle soit in-

finie. Mais il y a des courbes, où cette derniere ordonnée, à l'extrémité même d'un cours infini, n'est que finie; & ce sont les courbes asymptotiques. La suite des différences infiniment petites des ordonnées de la parabole se termine par un infiniment petit du second ordre, ce qui se connoît par la nature de son équation différentiée, en supposant son axe infini. Mais si dans la supposition d'un axe infini, lorsque l'équation de la courbe la permet, je trouvois que la différence des ordonnées arrivât à un infiniment petit du troisieme ordre, ou de deux ordres au-dessous de la différence de l'abscisse, je conclurois sûrement que la courbe a une asymptote; parce qu'étant devenue parallele dès le premier infiniment petit du second ordre, elle a encore une suite infiniment infinie d'ordonnées, dont les différences infiniment petites du second ordre se terminent par un infiniment petit du troisieme. Or nous savons par la septieme Section, qu'une suite de cette espece n'a jamais qu'une somme finie. La derniere ordonnée, qui est cette somme, n'est donc que finie; & de plus elle est placée à l'extrémité d'une courbe d'un cours infini.

Une suite infiniment infinie de différences, qui est composée d'infiniment petits du premier ordre, & d'infiniment petits du second, & qui cependant ne donne qu'une somme finie, ne doit avoir en nombre infiniment infini que les infiniment petits du second ordre; car ceux du premier en nombre infiniment infini donneroient une somme infinie. Ceux-ci ne sont donc qu'en nombre simplement infini. La courbe asymptotique arrive donc à son asymptote a-

près un cours fini, à la vérité indéterminable; & elle se confond avec cette asymptote pendant un cours infini; puisqu'elle n'en est distante au plus dans toute cette étendue que d'un infiniment petit du second ordre. C'est une proposition véritablement neuve, & presqu'un paradoxe, justifié pourtant par la construction actuelle de toutes les courbes asymptotiques, où, quoiqu'on sache que la courbe ne touchera réellement l'asymptote qu'à l'Infini, on la rencontre sensiblement de très-bonne heure.

La derniere différence des ordonnées d'une courbe qui tend au parallélisme, peut descendre encore plus bas que le troisieme ordre. Mais à proportion que cette derniere différence descendra plus bas, la courbe toûjours plus asymptotique, commencera toûjours plutôt à se confondre avec son asymptote, & ne sera courbe sensiblement que dans un plus petit espace fini indéterminable.

Quand la courbe est arrivée au parallélisme par un cours infini, il la faut regarder comme terminée, & il n'y a plus rien à y considérer. Mais quand elle n'y est arrivée que par un cours fini, elle peut en avançant toûjours par rapport à l'axe, ou redescendre, ou continuer de monter. Si elle redescend, elle demeure concave; si elle monte, elle devient convexe. Mais comme le parallélisme est un terme, il faut qu'elle y subisse un changement. Dans la premiere partie de son cours les ordonnées étoient croissantes, & les différences décroissantes. Si elle redescend, les ordonnées vont devenir décroissantes, & les différences croissantes; & cette contrariété de progrès entre les

ordonnées & les différences eſt la marque infaillible de la concavité. Si la courbe continue de monter, les ordonnées continueront de croître, & les différences croîtront auſſi; conformité de progrès qui accompagne toûjours la convexité. Auſſi les ordonnées croiſſantes arrivées à un terme par un cours fini, pouvoient encore croître ou décroître; mais les différences décroiſſantes arrivées à zero ne pouvoient que croître dans la ſuite d'une courbe. Le paſſage de la concavité à la convexité s'appelle *inflexion*.

Comme les angles de la courbe tournés vers l'axe dans la concavité ſont tournés en ſens contraire dans la convexité; il faut qu'au terme de paſſage, il y ait deux côtés de la courbe dont l'angle ne ſoit tourné de part ni d'autre; c'eſt-à-dire, qu'il y ait deux côtés qui ne faſſent préciſément aucun angle, ou poſés bout à bout l'un de l'autre. On conçoit là trois ordonnées égales dans le cas du parallèliſme parfait. Mais ſi le terme n'étoit qu'un certain degré de plus grande obliquité, les trois ordonnées ſeroient ſeulement les moins inégales de tout le cours.

La partie montante ou la partie deſcendante, en partant du parallèliſme, tendent toutes deux à la perpendicularité parfaite qui ſeroit un terme naturel, ou à un certain degré d'obliquité ſur l'axe qui ſeroit un terme arbitraire donné par l'équation de la courbe. Le terme même du paſſage pouvoit être, au lieu du parallèliſme, une obliquité plus grande où ſeroit arrivée la courbe qui après l'inflexion continuera de monter; mais il ne pouvoit être qu'un paral-

rallélisme parfait à l'égard de la courbe qui doit redescendre.

La même courbe arrivée au parallélisme, ou à la plus grande obliquité, peut revenir sur ses pas, & redescendre intérieurement ou extérieurement à sa premiere partie, ou bien encore monter à contre-sens de la premiere partie; c'est à dire, devenir convexe à l'axe auquel la premiere partie étoit concave: cette espece de changement s'appelle *rebroussement*. Il se fait par un petit côté de la courbe exactement posé sur celui qui le précede; ainsi les deux côtés n'en font qu'un. Cela n'empêche pas que l'on ne conçoive là comme dans l'inflexion trois ordonnées égales, ou les moins inégales de tout le cours: mais comme il y a ici un retour, la troisieme se confond avec la premiere.

L'Auteur, après avoir examiné les courbes qui arrivent au parallélisme, examine celles qui arrivent à la perpendicularité. Ces courbes sont d'abord convexes sur l'axe, & pour commencer par celles qui ont un cours infini, elles arrivent à une derniere ordonnée infinie à l'extrémité d'un axe infini, comme la parabole prise en dehors; ou bien elles arrivent à cette derniere ordonnée infinie à l'extrémité d'un axe fini, comme la cissoïde; les premieres n'ont point d'asymptote, & les secondes en ont. En supposant toûjours l'axe divisé en infiniment petits égaux; si la derniere différence croissante de l'ordonnée se trouve par le calcul ou un infiniment petit, ou même un fini, il n'y a point encore d'asymptote. Mais il y en aura une, si cette différence se trouve infinie. Elle sera donc supérieure de deux ordres à l'infiniment petit

de l'axe dans le cas de la perpendicularité, au lieu qu'elle lui étoit inférieure de deux ordres dans le cas du parallélisme.

Il y a un troisieme asymptotisme moyen entre les deux autres. Il consiste en ce que la courbe arrive à un autre côté oblique par un cours infini : tel est celui de l'hyperbole rapportée à son axe. Son asymptote dans ce sens est sa tangente infinie. Elle se confond avec elle après un cours fini indéterminable; aussi l'hyperbole paroît-elle bien-tôt une ligne droite infinie ; & à son extrémité le rapport de l'infiniment petit de l'ordonnée à l'infiniment petit de l'axe est fini. Le caractere général & infaillible de l'asymptotisme est donc qu'à l'extrémité d'un cours infini, le rapport de l'infiniment petit de l'ordonnée à l'infiniment petit de l'axe soit fini pour l'obliquité; supérieur au moins de deux ordres pour la perpendicularité ; & inférieur au moins de deux ordres pour le parallélisme. C'est encore une observation dûe toute entiere à M. de Fontenelle.

Si la courbe arrive à la perpendicularité par un cours fini, & qu'elle continue encore, il est nécessaire qu'elle ait là un rebroussement ou une inflexion, qui ne different point assez de ce que nous avons exposé dans le cas du parallélisme pour nous y arrêter

L'Auteur, à la fin de cette même Section, donne une premiere idée de la courbure des courbes, qui est un des principaux objets de son ouvrage. Nous avons déja remarqué qu'en toute autre courbe que le cercle, l'angle de contingence, qui détermine la courbure,

re, varie ſans ceſſe. Cet angle eſt infiniment petit par lui-même, puiſqu'il diſtingue les pas d'une courbe. Tant qu'il demeure dans cet ordre il forme, quoique croiſſant ou décroiſſant, une courbure qu'on appelle ordinaire ou finie. Mais, comme décroiſſant, il a un terme qui eſt zero, ou du moins un infiniment petit d'un ordre inférieur, à ce qu'il étoit ; & en ce cas il donne une courbure nulle. Ainſi, comme croiſſant, & tendant à donner une courbure infinie, il ſembleroit qu'il dût avoir le fini pour terme, ou devenir lui-même fini. C'eſt même l'idée que les Géometres en ont eue juſqu'à préſent, & qui ne les a point trompés dans le calcul. Mais M. de Fontenelle rectifie cette idée par rapport à la ſpéculation, & parvient dans la ſuite à rendre le calcul plus ſimple. Il ne s'agit ici que d'expoſer en quoi il fait conſiſter la courbure infinie, ou le dernier terme de la courbure croiſſante.

La courbure infinie n'arrivant jamais que dans un paſſage ou un changement de la courbe, il démontre d'abord qu'il eſt impoſſible qu'il y ait là un angle fini, qui par la loi de la croiſſance qui l'auroit amené à ce terme, pourroit être très grand, & même droit. Or il n'y a point de courbe, quelque point de paſſage qu'on lui ſuppoſe, dans le cours de laquelle on puiſſe appercevoir ni aſſigner aucun angle non plus qu'aucun côté déterminable. Cela eſt contraire à ce que l'œil, & bien plus encore à ce que l'eſprit voit dans les courbes, pour peu qu'on ait approfondi leur nature. Voici donc en quoi conſiſte

la courbure infinie. On se souvient que vers le commencement de cette seconde Partie, nous avons remarqué que l'angle de contingence demeurant le même, la courbure augmente par un côté qui devient plus court. Ainsi l'angle de contingence demeurant infiniment petit, la courbure deviendra infinie, si à un côté de la courbe infiniment petit du premier ordre, tels qu'ils le sont tous, succede immédiatement & tout d'un coup un côté infiniment petit du second. La courbure croissante n'arrive donc pas à la courbure infinie par un angle fini qui est impossible dans une courbe. Mais sur le point que cet angle, pour satisfaire à la loi de la croissance, alloit être fini; le côté de la courbe devenant infiniment petit du second ordre, fait par rapport à la courbure infinie, la fonction qu'auroit faite un angle de contingence fini, s'il avoit pû exister.

De-là il suit que si la courbure infinie est jointe à une inflexion, il y aura deux côtés infiniment petits du second ordre posés bout à bout l'un de l'autre; & si elle est jointe à un rebroussement, ces deux côtés infiniment petits du second ordre seront exactement posés l'un sur l'autre.

Enfin, comme cette courbure infinie n'arrive qu'en un seul point de passage ou de changement, les côtés de la courbe reprennent aussi-tôt leur grandeur, & même leur égalité précédente; & les angles de contingence arrivés à un terme de croissance, décroîtront ensuite jusqu'à zero, ou jusqu'à un infiniment pe-

petit d'un ordre inférieur, & donneront là une courbure nulle.

Dans les deux dernieres Sections de la premiere Partie, l'Auteur justifie par le calcul les vérités de spéculation que nous avons tirées des Sections précédentes. Il en trouve quelques-unes, en se servant du calcul différentiel, tel qu'on l'a employé jusqu'à présent; c'est-à-dire, en désignant tous les Infinis croissans ou fixes, complets ou incomplets, par un caractere uniforme; ou en ne distinguant les infiniment petits, qu'on a plus étudiés, que par des exposans en nombres entiers. Il y a bien des cas où cette indication vague suffit, parce qu'on n'y cherche que le rapport du Fini à l'Infini ou à zero, toûjours suffisamment déterminé par les distances les plus générales de l'un à l'autre. On a même établi des rapports finis, ou de nombre à nombre, entre des Infinis qu'on a presque toûjours pris du même ordre, ou entre des infiniment petits de différens ordres toûjours complets. Mais M. de Fontenelle introduisant la distinction des ordres potentiels & des ordres radicaux, met une plus grande exactitude dans le calcul, & répand par conséquent une nouvelle lumiere sur la Géometrie.

C'est par cette distinction que tout ce qu'il a avancé sur le parallélisme & sur la perpendicularité des courbes asymptotiques, ou non asymptotiques, est vérifié dans la Section onzieme. Cette distinction n'est pas nécessaire à l'égard des courbes, où l'une des deux inconnues devenant infinie, l'autre demeure fi-

 nie,

nie, ou devient zero; parce que l'Infini quelconque de la premiere, ainsi que nous venons de le dire, la distingue suffisamment de l'autre. Mais lorsque deux inconnues de différente dimension deviennent infinies ensemble, elles le sont infailliblement en différent degré: & ce n'est qu'en démêlant cette différence, par le calcul même, quoiqu'on ne l'ait pas encore porté à cette précision, que l'on peut reconnoître la valeur propre ou le rapport exact de ces inconnues, dans cette situation extrême. Dans le cas du parallélisme des courbes, on sait, par exemple, que la différence de la derniere ordonnée de la parabole est infiniment inférieure à la derniere différence de l'axe, celle-ci étant toûjours un infiniment petit constant. Mais on n'avoit pas encore pris garde que cette infériorité infinie peut ne consister que dans l'infériorité d'un seul ordre radical dans le même ordre potentiel: & de plus, en ne se servant que d'Infinis vagues, cette supériorité suffit pour réduire l'infiniment petit de l'ordonnée à zero, en comparaison de l'infiniment petit de l'axe. Vérité de rapport général, dont les Géometres se sont contentés.

D'un autre côté il arrive quelquefois, comme dans la premiere parabole cubique, que le calcul différentiel ordinaire abaissera l'infiniment petit de l'ordonnée de trois ordres au-dessous de l'infiniment petit de l'axe, auquel cas la courbe devroit avoir une asymptote, puisqu'il ne faut qu'une infériorité de deux ordres pour cet effet: cependant la premiere parabole cubique n'en a point. Mais si l'on

avoit

avoit bien caractérisé les Infinis, on auroit vû que ces ordres ne sont que des ordres radicaux; & il faut pour l'asymptotisme, que l'infériorité de la différence de l'ordonnée, par rapport à celle de l'axe ou de l'abscisse, soit de deux ordres potentiels.

L'Auteur discute avec la même attention le cas où les courbes arrivent à la perpendicularité par un cours infini; & il enseigne par des exemples la maniere dont il faut se servir du calcul différentiel pour trouver, par les distinctions qu'il a établies, les rapports justes que l'on cherche. Mais comme il observe lui-même que la perpendicularité d'une courbe sur un axe n'est que son parallélisme sur un autre; cette raison suffit pour nous dispenser de l'explication de ce second cas dans un Extrait.

Cette même Section finit par l'examen des soutangentes. Nous nous bornerons à dire sur ce sujet, que l'Auteur démontre que dans la perpendicularité, arrivant au bout d'un cours infini d'une courbe, la soutangente est souvent infinie. Cette proposition paroîtra sans doute un paradoxe aux Géometres, qui ont toûjours dit que toute soutangente étoit nulle dans la perpendicularité. Mais, outre qu'ils ne fondent cet axiome que sur ce qui arrive à l'origine ou à l'extrémité des courbes considérées dans un cours fini; d'ailleurs à l'extrémité même d'un cours infini, ils ont raison encore, non à l'égard de la valeur réelle de la soutangente qui est infinie, mais à l'égard de son rapport avec l'ordonnée, qui sera toûjours infinie au moins d'un ordre ra-

dical supérieur à celui de la soutangente. Ainsi la confusion des Infinis n'a pas donné une erreur de rapport entre ces deux lignes : mais elle a empêché de connoître la valeur propre de chacune d'elles.

Enfin, dans la douzieme & derniere Section de sa premiere Partie, l'Auteur applique à des courbes particulieres, ce qu'il a déja dit en général de la courbure. Les Géometres avoient tiré jusqu'à présent l'évaluation des courburess, des rayon des dévelopées, parce que l'angle que deux de ces rayons infiniment proches forment entre eux, est toûjours égal à l'angle de contingence. Mais sans employer les rayons d'une dévelopée, étrangere par elle-même à la courbe dont on cherche les proprietés; M. de Fontenelle donne une formule toute nouvelle de la courbure, tirée immédiatement de la nature de la courbe principale. Il trouve que le sinus de l'angle de contingence, dont il s'agit uniquement dans cette recherche, est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dont un des côtés est la seconde différence de l'ordonnée de cette courbe, & l'autre la seconde différence de son abscisse. Et de plus cette formule est beaucoup plus simple que celle du rayon de la dévelopée, dont il falloit tirer encore par une seconde opération le sinus de l'angle de contingence.

Cette formule, dont la valeur varie sans cesse à l'égard des autres courbes, a une valeur toûjours constante dans le cercle. Mais il faut la savoir trouver constante; comme dans les autres courbes, il faut savoir suivre sa variation; ce qui ne se peut sans un examen

men attentif de qui leur arrive à chaque point en conſéquence de leur nature.

L'Auteur réſout ici une difficulté qui a été faite depuis longtems au ſujet du Cercle, & par laquelle même quelques-uns ont crû ébranler la certitude de la Géometrie. On démontre qu'entre le cercle & ſa tangente on ne ſauroit faire paſſer aucune ligne droite; & l'on démontre auſſi qu'entre le même cercle & ſa tangente on peut faire paſſer une infinité d'autres cercles. Il y a là une contradiction qui paroît d'autant plus formelle, qu'il s'agit non ſeulement d'une ligne, mais d'une infinité de lignes qu'on ſemble faire paſſer dans un eſpace où l'on ſoûtient qu'il n'en peut paſſer une ſeule. Cette difficulté s'évanouira par l'image ſeule qu'on voudra ſe faire d'un nombre quelconque de cercles de différentes grandeurs, mais tous polygones infinis, appuyés tous par un de leurs côtés ſur la même tangente, qui n'eſt que le prolongement de tous ces côtés de différentes grandeurs eux-mêmes, en une ſeule ligne droite. Car on verra qu'aucun de ces cercles ne paſſe dans l'autre; mais ils ſe détournent de cette tangente plus loin du premier point touchant les uns que les autres, à proportion qu'ils ſont plus grands: & ſuivant l'idée que nous avons donnée de la courbure, faiſant tous le même détour après de plus grands pas, ils ſont moins courbes les uns que les autres, à proportion de leur grandeur. Au contraire, je ne ſaurois faire paſſer une ligne droite entre la tangente & aucun de ces cercles; & la ligne qui partant du premier point tou-

 chant,

chant, coupera un ſeul d'entre eux, les coupera tous.

L'application que l'Auteur fait de la formule de la courbure à pluſieurs ſortes de courbes, & ſur-tout aux paraboles, eſt extrêmement curieuſe, par la gradation qu'il obſerve entre ces paraboles, non ſeulement d'un degré à l'autre, mais de la premiere à la derniere de chaque degré. En général, la courbure des courbes peut être croiſſante ou décroiſſante vers l'origine, & le contraire vers l'extrémité. Cette contrarieté indique qu'il y a un point où elles ont changé à cet égard la nature de leur progrès, & où par conſéquent elles ont eu un *maximum* ou un *minimum* de courbure que la formule fait trouver exactement. Mais le principal eſt de juger par la courbure de l'extrémité, ſi la courbe n'a point d'aſymptote, ou en a une. La comparaiſon de la branche perpendiculaire de la logarithmique qui n'en a point, avec la branche perpendiculaire de l'hyperbole qui en a une, fera conclure d'abord que le ſinus de l'angle de la courbure tombant à l'infiniment petit du quatrieme degré, ne marque point encore l'aſymptotiſme; au lieu que tombant à l'infiniment petit du cinquieme, il le marque infailliblement. Mais un examen plus profond donne quelque choſe de plus précis.

Le ſinus de l'angle de contingence qui exprime la courbure, étant par lui-même un infiniment petit du ſecond ordre, ce qui fait une courbure ordinaire & finie; il ſuffit qu'il s'éleve d'un ſeul ordre radical au-deſſus de ce ſecond ordre pour donner une courbure in-

infinie. Mais dès qu'il commence à descendre du second vers le troisieme, il donne une courbure nulle; & par conséquent les extrémités des courbes comprises dans cet intervalle, seront lignes droites dans une étendue infiniment petite. Depuis le troisieme ordre jusqu'au quatrieme ces extrémités seront lignes droites dans des étendues finies, ce qui déja ne peut arriver qu'à des courbes d'un cours infini. Depuis le quatrieme jusqu'au cinquieme elles seront lignes droites dans des étendues infinies sans asymptote. Enfin au cinquieme ces extrémités seront lignes droites dans des étendues infinies avec asymptote: & la courbure descendant plus bas, ces asymptotes se confondront toûjours plutôt avec ces courbes, que nous avons appellées ailleurs par cette raison *toûjours plus asymptotiques*.

Nous n'alleguerons plus au sujet de la courbure que l'exemple de la cycloïde; il semble fait exprès pour autoriser l'idée de l'Auteur sur la courbure infinie naissant d'un côté infiniment petit du second ordre, qui succede immédiatement à des côtés de la courbe infiniment petits du premier, & tous égaux. La courbure de l'extrémité de la cycloïde, ou du point où elle rencontre sa base, se trouve infinie par la formule. Les ordonnées du demi-cercle générateur prolongées ont toûjours été celles de la cycloïde. Mais le dernier côté du demi-cercle arrivant à la base de la cycloïde, se joint parallelement à cette base; au lieu que le dernier côté de la cycloïde tombe perpendiculairement sur

ſur elle. Les deux dernieres ordonnées du demi-cercle conçûes tirées des deux extrémités de ſon dernier côté, ne feront donc diſtantes l'une de l'autre en ce point que d'un infiniment petit du ſecond ordre, quoique juſque-là les ordonnées ayent été diſtantes d'un infiniment petit du premier. Ces deux dernieres ordonnées du demi-cercle, prolongées juſqu'à la cycloïde, enfermeront donc entre elles un dernier côté de la cycloïde infiniment petit du ſecond ordre, & perpendiculaire ſur la baſe; quoique tous les précédens ayent été du premier, & égaux entre eux. Ainſi voilà un changement d'ordre en un point unique, prouvé par la ſeule comparaiſon de la cycloïde avec ſon cercle générateur, indépendamment d'abord de toute recherche de courbure, & qui s'accorde enſuite avec la courbure infinie donnée par la formule, indépendamment de la comparaiſon des deux courbes.

La ſeconde Partie de l'ouvrage de M. de Fontenelle, à laquelle nous arrivons ici, eſt intitulée, *Différentes Applications, ou Remarques*. Les vérités que l'Auteur y dévoile, ne ſont en effet qu'une ſuite des principes qu'il a poſés. Mais ces vérités déja neuves de la nouveauté de leurs principes peu connus juſqu'à préſent, le paroîtront encore beaucoup par l'art qui les en a tirées. Cette Partie eſt diviſée en huit Sections. Dans la premiere, l'Auteur prouve l'exactitude du calcul de l'Infini, principalement à l'égard de la ſuppreſſion que l'on y fait, non ſeulement des Finis, mais des Infinis d'ordres inférieurs.

Le fond de sa preuve est que le vrai caractere de l'Infini est de faire disparoître les grandeurs finies. Nous ne pouvons presque saisir sa valeur propre ou son rapport que par-là. Ainsi lorsque je laisserai subsister une grandeur finie devant l'expression générale d'une autre grandeur; j'aurai beau appeller celle ci infinie, elle ne le sera point; puisque je ne la fais pas assez grande par rapport à l'autre. Bien loin donc que le calcul fût plus exact par la conservation de l'autre, je n'aurois seulement pas la principale proprieté de celle que j'examine. Ce raisonnement doit s'étendre aux Infinis supérieurs par rapport aux inférieurs.

Dans la deuxieme Section, l'Auteur cherche la valeur des espaces hyperboliques, & il la trouve par la Théorie des sommes des suites, & par celle des Infinis radicaux. L'élément de tout espace de courbe étant, selon la nouvelle Géométrie, le produit de l'ordonnée par l'infiniment petit de l'axe; il ne s'agit que de trouver la valeur de cet élément, tant à l'origine de l'hyperbole de tout degré qu'à son extrémité, soit parallele, soit perpendiculaire. On aura alors la représentation du commencement & de la fin d'une suite infinie de nombres qui commence par un infiniment petit du premier ordre, & qui finit ou par un infiniment petit d'un ordre quelconque, ou par un Fini, ou même par un infiniment grand. Or on sait par la septieme Section, si la somme de ces sortes de suites est finie ou infinie, dans tous les cas qui peuvent se présenter; on saura donc si l'espa-

l'eſpace hyperbolique eſt fini ou infini. Il faut ſeulement obſerver que depuis l'origine de toute hyperbole juſqu'à ſon extrémité parallele, la ſuite eſt infiniment infinie ; & qu'ainſi il faut élever ſon premier & ſon dernier terme d'un ordre, pour pouvoir juger de la ſomme; au lieu que depuis l'origine juſqu'à l'extrémité perpendiculaire, la ſuite eſt ſimplement infinie ; & qu'ainſi la ſomme ſe manifeſte par elle-même. Cette méthode fait voir que les deux eſpaces de l'hyperbole ordinaire ſont infinis ; au lieu que toutes les autres en ont un fini & l'autre infini. On apprend encore par-là que les deux aſymptotes de toutes les hyperboles, excepté celles de l'hyperbole ordinaire, ſont inégales de quelques ordres radicaux ou potentiels, & que l'eſpace infini eſt toûjours du côté de la plus grande aſymptote.

Il s'agit dans la troiſieme Section des rencontres de différentes courbes, ou de différentes branches d'une même courbe. L'Auteur y explique le fameux cas où le numerateur & le dénominateur de la fraction qui exprime une ſoutangente deviennent tous deux égaux à zero. La raiſon de cet effet eſt que les deux infiniment petits de la formule des ſoutangentes ſont devenus infiniment plus petits qu'ils ne le ſeroient hors du cas de la rencontre de deux branches, ainſi le calcul doit les préſenter en zero. S'il y a trois branches, une ſeconde différentiation donnera encore zero, & ainſi de ſuite. Mais cela n'arriveroit point, ſi du premier coup on portoit la formule au degré d'infiniment petit qui répond au nombre des branches. Cependant comme les infiniment petits

de

de la formule, demeurant dans le premier ordre, ont la même position, & par conséquent le même rapport entre eux qu'ils auroient dans un ordre convenable ; il ne résulte pas de-là une soutangente fausse, mais il ne résulte rien. En effet, nous avons déja insinué que les rapports généraux, conservés entre les Infinis, ne jettent point dans l'erreur; mais il n'y a que leur valeur propre qui puisse donner les grandeurs exactes que l'on cherche.

La quatriéme Section traite des figures isopérimetres. Elle tient au sujet principal du Livre, parce que les proprietés de ces sortes de figures ont leur naissance dans l'infiniment petit, & leur accomplissement dans le Fini. Mais nous ne donnerons ici que les premieres idées de cette recherche, & les dernieres conclusions où elle conduit. Les figures isopérimetres sont celles qui ont un contour de même longueur : & l'on demande selon quelle disposition des parties de ce contour elles auront la plus grande aire, ou enfermeront le plus grand espace. Un fil d'un pied de long, duquel je joins les deux bouts, & que j'étends en deux côtés d'un demi-pied chacun, forme une espece de figure, mais la moindre de toutes : c'est un infiniment petit d'espace, & un des deux extrêmes de la supposition. Faisons-en un triangle le premier des polygones ; l'équilatéral sera le plus grand de tous ; ce qui m'apprend déja que la figure isopérimetre tire un grand avantage de l'égalité des côtés, jointe non seulement à l'égalité, mais à la multiplicité & des angles & des côtés. Si je passe au quarré & de-là aux polygones supérieurs, toûjours plus grands les uns que

les autres dans le même contour; je découvre qu'en conservant toûjours l'égalité & des angles & des côtés, l'espace augmente par l'augmentation de chaque angle & par la diminution de chaque côté; jusqu'à ce qu'enfin j'arrive au cercle, la plus grande des figures isopérimetres, l'autre extrême de la supposition, qui contient un nombre infini de côtés & d'angles, ceux-là les plus petits, & ceux-ci les plus grands qu'ils puissent être, en conservant l'égalité parfaite dans le contour ou le périmetre donné.

Mais les Géometres, en comparant ensemble des courbes isopérimetres, forment ordinairement un espace mixtiligne composé de l'arc de la courbe, de son abscisse & de son ordonnée correspondante. Alors prenant les arcs égaux, ils trouvent les plus grandes aires dans les courbes dont le progrès des courbures approche le plus d'une progression arithmétique, ou qui gardent un certain rapport constant & le plus approchant de l'égalité dans les sinus de leurs courbures.

Nous ne dirons qu'un mot de la cinquieme Section, qui est elle-même fort courte. L'Auteur y examine la formation élémentaire des lignes, des plans & des solides. Il prouve que les lignes droites ou courbes ne sont pas formées par des points, qui étant sans étendue, même linéaire, ne sont capables d'aucune multiplication. Ainsi une infinité de *non-étendues* ou de zero ne donne rien. Mais une infinité de lignes infiniment petites, donnent une ligne finie. A l'égard des courbes,

bés, tous les Géometres conviennent que leurs élémens ont une position qui détermine leur inclinaison sur l'axe, & dont le prolongement fait la tangente. Or un point n'a aucune position, & l'on ne peut pas le prolonger plutôt d'un côté que d'un autre. De même les plans doivent être conçûs comme formés par d'autres plans infiniment petits. Un cercle, par exemple, est composé de petits triangles élémentaires dont la pointe est au centre, & dont les bases sont les arcs conçûs eux-mêmes comme lignes droites. Par-là on sauve toutes les chicanes tirées d'un cercle formé par des rayons plus distans les uns des autres vers la circonference que vers le centre. Enfin les solides sont formés par des solides élémentaires convenables à leurs figures; un cylindre, par exemple, est composé de prismes triangulaires qui concourent tous à l'axe. Aussi la nouvelle Géométrie donne-t-elle toûjours les élémens ou les differentielles de la même dimension que les grandeurs ou les intégrales.

Dans la sixieme Section, l'Auteur cherche la valeur des espaces asymptotiques, & des solides formés par leur révolution autour d'un axe. Nous avons déja dit que les courbes asymptotiques ne sont courbes que pendant un cours fini indéterminable, & que par conséquent elles sont paralleles à leur asymptote pendant un cours infini. Mais ce parallelisme est susceptible d'augmentation. Pour le faire concevoir; au lieu de supposer l'axe infini qui sert d'asymptote divisé en un nombre infiniment infini de parties infiniment pe-

ti-

tites, nous le ſuppoſerons diviſé en un nombre ſimplement infini de parties finies. De-là il ſuivra que les ordonnées priſes aux extrémités de ces intervalles vers l'origine de la courbe, n'auront plus que des différences finies. Le parallélisme commence dès que ces ordonnées encore finies commencent à n'avoir aux extrémités de ces intervalles que des différences infiniment petites : & le parallélisme augmente, lorſque ces ordonnées, devenant elles-mêmes infiniment petites, prennent des différences d'un ordre inférieur à elles, ſucceſſivement juſqu'au dernier ordre que puiſſe donner l'équation ou la nature de la courbe, & au commencement duquel on doit s'arrêter. Il faut donc ſe repréſenter la courbe depuis le point où elle devient parallele à l'aſymptote juſqu'à l'extrémité de ſon cours, comme compoſée de côtés qui après des pas finis ſe détournent infiniment peu, & par conſéquent comme une ligne qui demeure droite dans une étendue finie, & qui ne devient courbe que dans une étendue infinie.

Les courbes, toûjours plus aſymptotiques, ſont celles qui ont le plus de ces côtés toûjours plus paralleles à l'aſymptote, & toûjours plus proches d'elles. Mais ce ſont auſſi celles qui ont les eſpaces aſymptotiques les plus petits. L'ordre d'ordonnées qui précede immédiatement celui où l'on doit s'arrêter, eſt le ſeul où ces ordonnées ſoient en nombre infini. Et l'eſpace aſymtotique ne peut être infini que lorſque ces ordonnées en nombre infini ſont elles-mêmes finies. Or comme cela arrive en peu de courbes, on en

doit

doit conclure qu'entre les espaces asymptotiques tous infinis en longueur, il y en a infiniment plus de finis que d'infinis dans leur valeur.

Au sujet des solides formés par des espaces asymptotiques, nous nous contenterons de dire qu'on peut les considérer suivant deux sortes de révolutions. La premiere est celle qui fait tourner cet espace autour de la premiere ordonnée finie; & la seconde est celle qui le fait tourner autour de l'asymptote infinie. Dans la premiere, le solide a une hauteur finie sur une base infinie; & dans la seconde, il a une hauteur infinie sur une base finie. La base de la premiere révolution étant un plan circulaire dont l'asymptote infinie du premier ordre est le demi-diametre, & les aires circulaires étant toûjours comme les quarrés de leurs diametres, cette base est toûjours un Infini du second ordre. Le cylindre ne peut jamais être moindre que le Fini, à cause de sa partie du milieu, qui a toûjours une hauteur & une base finie. Mais le tout ensemble peut demeurer fini; & il demeurera tel, lorsque les dernieres ordonnées en nombre infinie sur l'asymptote ne seront que des infiniment petits du second ordre; car c'est une moyenne entre elles qui fera la hauteur du solide. Or un infiniment petit du second ordre, multipliant un infiniment grand du même ordre, ne fait qu'un Fini. Ainsi à proportion que ces ordonnées en nombre infini s'éleveront d'ordre depuis le second jusqu'au fini, elles feront des solides infinis plus grands; & à proportion qu'elles baisseront

d'or-

d'ordre depuis le même terme, elles feront des solides finis plus petits. Mais dans cette premiere révolution il y a une longue suite de cas où des espaces finis donnent des solides infinis.

A l'égard de la seconde, sa hauteur, comme nous l'avons dit, est l'asymptote infinie; & la base, qui est le quarré de quelque ordonnée moyenne entre celles qui sont en nombre infini, ne peut jamais être que finie, & même une fraction. Or afin que le solide demeure infini, il faut que cette fraction, étant quarrée, ne devienne pas un infiniment petit; car un infiniment petit multipliant un Infini, ne fait qu'une grandeur finie. La courbe qui conservera infini son solide de la seconde révolution, comme la premiere & la seconde hyperbole du cinquieme degré, sera donc moins asymptotique que l'hyperbole ordinaire qui n'a son solide de la seconde révolution que fini. Enfin, l'exemple de l'hyperbole ordinaire fait voir que tout au contraire de la premiere révolution, des espaces infinis peuvent ne donner que des solides finis dans la seconde. Cette Section, bien étudiée & bien comprise, donne le dénouement de ces variétés que les grands Géometres ont admirées eux-mêmes dans ces especes de cubatures ; & l'on pourra desormais prévoir par le seul examen de l'aire asymptotique d'une courbe, de quel ordre sera sa solidité.

La septieme Section a pour titre : *De la communication ou de la non-communication des rapports entre l'Infini & le Fini.* Elle est sans contre-

tre-

tredit une des plus belles & des plus utiles de tout l'ouvrage ; l'Auteur y dévelope le principe qui fait qu'on a la valeur de certains espaces curvilignes, ou la quadrature de certaines courbes, sans qu'on puisse avoir la valeur ou la quadrature des autres. Il conçoit un axe infini, divisé en parties finies, sur chacune desquelles il éleve les termes successifs de différentes suites infinies de nombres qui formeront une espace croissant. Si cet espace a un rapport fini quelconque avec le rectangle formé par l'axe & par la derniere & la plus grande des ordonnées, rectangle infini qu'il appelle *suite pleine* ; ce rapport se conservera dans le Fini. L'Auteur change donc les parties finies de l'axe en infiniment petits, & il abaisse les ordonnées à l'ordre inférieur à celui dont elles étoient, en conservant leur rapport entre elles. Elles vont remplir maintenant un espace curviligne fini, qui gardera nécessairement avec le rectangle fini correspondant le rapport que l'espace curviligne infini avoit au rectangle infini : or en connoissant la somme de cette suite infinie d'ordonnées infiniment proches, & qui ne laissent aucun vuide entre elles, on connoîtra le rapport de l'espace qu'elles remplissent avec l'espace total du rectangle correspondant; & l'on aura la quadrature de la courbe, par une communication de rapport entre l'Infini & le Fini. La suite *A* élevée à tous les exposans entiers ou fractionaires qu'on voudra lui donner, répond à des paraboles, espece de courbe quarrable dans tous ses degrés; parce qu'on a la somme de *A*, élevée à tous

ses exposans entiers ou fractionaires. On quarre par la même raison les courbes qui représentent tous les nombres polygones ou figurés, parce qu'on a leurs sommes. Ces courbes sont encore des paraboles; mais tous les polygones sont compris dans la seule parabole ordinaire, en changeant seulement son origine ou son parametre; & tous les figurés sont exprimés successivement par les dernieres paraboles de chaque degré.

Mais il arrive souvent que le rectangle infini, dont nous venons de parler, n'aura aucun rapport fini avec l'espace pris par une courbe que l'on auroit tracée dans l'aire de ce rectangle. Ce cas arrive à l'égard de toutes les courbes asymptotiques, dont l'espace n'est jamais qu'un Infini radical en comparaison du rectangle infini correspondant, qui est un Infini complet. Or, il est impossible d'amener dans le Fini, le rapport d'un Infini complet. Ainsi il y a là une *non-communication* de rapport entre l'Infini & le Fini. Mais au défaut de ce rapport, on peut trouver, sinon la valeur précise, du moins l'ordre des sommes des ordonnées qui remplissent l'espace asymptotique. La suite *A*, élevée à tel exposant entier ou fractionaire qu'on voudra, mais rendue elle-même fractionaire sous le numerateur perpetuel 1, sera représentée par des hyperboles. L'hyperbole ordinaire représente la suite $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. Aussi son espace asymptotique est-il infini, parce que la somme de cette suite est infinie. Mais elle n'est qu'un Infini radical en comparaison de la suite pleine, ou de l'Infini complet des unités, re-

pré-

présentée par le rectangle *infini correspondant*. Tous les polygones réduits en fraction forment l'hyperbole du troisieme degré différemment modifiée : & tous les figurés réduits aussi en fraction, forment les dernieres hyperboles du degré qui répond au leur.

A l'égard du cercle dont on n'a point encore la quadrature, on la trouveroit par le seul rapport de son diametre à sa circonférence. Ce rapport est fini sans doute, mais selon toute apparence, étant incommensurable, il vient de l'Infini, & y tient d'une maniere qui nous est inconnue. L'examen de l'Infini a fait découvrir à M. de Fontenelle, quatre especes d'incommensurables. La premiere seule nous est connue. On ne sauroit la représenter en nombres, mais on la représente en lignes : & les trois autres ne se peuvent représenter ni de l'une ni de l'autre maniere. Si l'on démontroit que le rapport de la circonférence au diametre n'est ni commensurable, ni incommensurable de la premiere espece, on démontreroit par exclusion qu'il est de l'une des trois autres. Mais comme elles sont également hors de prise à l'esprit humain, il sera toûjours impossible, non seulement de déterminer ce rapport dans quelqu'une d'elles, mais de décider même dans laquelle des trois il peut être.

Enfin, la huitieme & derniere Section traite des forces centrales. La Théorie des mouvemens réduits au calcul n'a jamais été présentée d'une maniere plus claire & plus sensible ; & cette explication donne un nouveau lustre à la résolution du problême qui fit trou-

trouver à M. le Marquis de l'Hôpital la courbe d'égale pression. Mais indépendamment du terme qu'il est tems de mettre à cet Extrait ; les parties de cette derniere Section sont tellement liées les unes aux autres, qu'il seroit très-difficile de trouver un milieu entre la seule exposition du sujet, telle que nous venons de la faire, & la Section toute entiere qu'il faudroit transcrire.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Nicole sur la Sommation d'une infinité de Suites nouvelles, dont on n'auroit point les sommes par les méthodes connues.

† Les Recherches de M. Saurin sur la rectification du Barometre.

* V. les M. p. 361.
† V. les M. p. 396.

ASTRONOMIE.

SUR LE PREMIER SATELLITE DE JUPITER,

Et sur les Tables que feu M. Cassini en a données.

C'Est une chose très connue, que la grande utilité des Eclipses des Satellites de Jupiter. Ils avoient été découverts en 1610 par Galilée, mais leurs mouvemens ne furent observés avec un peu d'exactitude que depuis 1650; & cependant feu M. Cassini fut en état d'en donner dès 1668 des Tables, qu'il publia encore plus parfaites en 1693, ce qui paroîtra un Chef-d'œuvre d'Astronomie à quiconque saura & la nature & le nombre des difficultés qu'il avoit eues à vaincre dans une entreprise si hardie. Ces Tables sont construites sur des principes qui pourroient être assés cachés pour la plûpart de ceux qui en feroient usage; M. Maraldi a cru qu'il feroit utile de les expliquer. De plus, si pour une plus grande sûreté on compare encore tous les jours les Observations aux Tables des mouvemens celestes les plus anciennement connus, tels que ceux du Soleil & de la Lune, à plus forte raison sera-t-il bon de comparer

* V. les M. p. 493.

parer les Observations des Satellites connus depuis si peu de tems à leurs Tables, quoique composées par un excellent Astronome. Nous allons donner d'abord une idée des principes de leur construction. Il ne s'agira que du 1er Satellite, le plus utile, & pour ainsi dire, le plus employé des quatre, parce qu'étant le plus proche de Jupiter, il fait autour de lui la révolution la plus courte, & tombe plus souvent dans son ombre. Sa révolution autour de Jupiter n'est que de 1 jour, 18h 28′ 36″.

On cherche à déterminer le plus précisément qu'il soit possible, le tems où arrivent les Eclipses du Satellite vûes de la Terre. Si nous étions dans Jupiter, cette détermination ne dépendroit que du mouvement du Satellite autour de Jupiter; mais de dessus la Terre où nous sommes, elle dépend encore du mouvement du Satellite par rapport à la Terre, ou plutôt du mouvement par lequel Jupiter qui tourne *essentiellement* autour du Soleil, & par *accident* autour de la Terre, emporte son Satellite avec lui autour de la Terre.

A en juger par la Lune, vrai Satellite de la Terre, le Satellite de Jupiter se meut autour de lui dans une Ellipse dont le centre de Jupiter est un foyer, & par conséquent son mouvement sera inégal. Mais cette Ellipse, si elle existe, ne peut être pour nous qu'un Cercle concentrique à Jupiter à cause de notre grand éloignement, & le mouvement du Satellite autour de Jupiter sera uniforme, toûjours égal en tems égaux. Feu M. Cassini

a.

a pris cela pour certain, quoique les Observations pussent à la fin démentir un peu cette supposition, & faire appercevoir quelque légere inégalité. Il ne reste donc à considérer que le mouvement par lequel Jupiter emporte avec lui son Satellite autour de la Terre, c'est-à-dire, le mouvement même de Jupiter par rapport à la Terre.

Ce mouvement, aussi bien que celui de toutes les Planetes principales, a deux inégalités, l'une qu'on appelle premiere, & qui est réelle, l'autre qu'on appelle seconde, & qui n'est qu'optique. La 1re vient de ce que Jupiter se meut réellement dans une Ellipse autour du Soleil, & non pas dans un Cercle concentrique au Soleil; la 2de vient de ce que Jupiter est vû, non du Soleil, mais de la Terre, ce qui donne encore à son mouvement une inégalité apparente, outre la réelle qu'il avoit déja. Nous avons assés parlé de ces deux inégalités des Planetes dans quelques-uns des Volumes précédens.

La 1re inégalité de Jupiter se distribue dans son Orbe Elliptique, qui doit être parcouru en un peu moins de 12 ans. On commence la distribution à l'Aphélie, qui est le point de l'Orbe le plus éloigné du Soleil, & où le mouvement moyen, que l'on feint égal, concourt avec le vrai, qui est inégal. De-là jusqu'au Périhélie, où ces deux mouvemens se retrouvent ensemble, il faut toûjours pour avoir le vrai ajoûter au moyen, que l'on a toûjours par les Tables, ou en retrancher une certaine quantité, qu'on appelle *la 1re Equation*.

La 2de inégalité de Jupiter vient de ce que, tandis qu'il se meut en 12 ans sur son Orbe autour du Soleil, la Terre se meut aussi sur le sien en un an autour du même centre, & par conséquent ces deux mouvemens se combinent de façon, que tantôt la Terre voit Jupiter aller plus vîte, tantôt plus lentement, par la seule raison qu'elle est différemment posée à son égard. Cette 2de inégalité se compte du point où la Terre est sur la même ligne droite que Jupiter & le Soleil, & est entre eux, ce que nous appellons une *opposition* de Jupiter. Alors il est vû de la Terre comme il le seroit du Soleil, c'est à dire, rapporté au même point du Zodiaque. La 2de inégalité est nulle à ce point, & se distribue ensuite à tout le demi-Cercle qui est jusqu'à la Conjonction suivante. La Terre revient à ce même point au bout d'un an, mais elle n'y retrouve pas Jupiter, qui pendant ce tems-là a fait la 12me partie de son cours. Il faut donc, pour le retrouver, que la Terre se meuve encore un mois, & il y a 13 mois entre une opposition de Jupiter & la suivante.

Feu M. Cassini auroit pû distribuer dans ses Tables du premier Satellite, ces deux inégalités de Jupiter, comme le font ordinairement les Astronomes; mais il y auroit eû de l'embarras de calcul, & il trouva une méthode nouvelle, plus ingénieuse, & plus commode. A l'égard de la 1re inégalité, il s'apperçut que dans le tems d'un retour de Jupiter à son Aphélie, qui est un point mobile, & dont le mouvement est connu, le 1er Satel-

tellite faisoit précisément 2448 révolutions autour de Jupiter : or nous avons vû que c'est de ce point de l'Aphélie que se compte la 1re inégalité. Quant à la 2de, qui se compte d'une opposition de Jupiter à la suivante, il vit que pendant ce tems-là le Satellite faisoit 225 révolutions & $\frac{1}{4}$. Tout cela fut le fruit d'une assés longue & assés fine recherche. Il donna au Satellite la quantité qui lui convenoit de l'une ou de l'autre inégalité de Jupiter, selon le nombre de la révolution qu'il faisoit alors par rapport à l'une ou à l'autre inégalité.

Ce sont donc ces nombres ou quantiemes des révolutions du Satellite autour de Jupiter, prises de l'une ou de l'autre maniere, qui règlent dans les Tables de M. Cassini, l'une ou l'autre inégalité du Satellite dans le moment dont il s'agit. Mais comme il n'étoit point dit dans ces Tables à quoi ces nombres avoient rapport, & d'où ils étoient tirés, & qu'il n'étoit pas facile de le deviner, M. Maraldi en a donné tout l'éclaircissement nécessaire.

Si les Tables s'en tenoient là, on n'y trouveroit que le moment des Conjonctions centrales du Satellite avec Jupiter, soit dans la partie supérieure de son Orbe, soit dans l'inférieure. Les Conjonctions dans la partie inférieure sont inutiles, parce qu'elles sont invisibles, le Satellite est alors perdu dans la lumiere de Jupiter. Les Conjonctions de la partie supérieure se font, lorsque le Satellite est dans l'axe de l'ombre de Jupiter, mais ce n'est pas là un moment où le Satellite soit

visible, il ne l'est que quand il tombe dans l'ombre, ou en sort : c'est-là le moment dont nous avons besoin, & dont on demande la détermination.

On l'aura bien certainement, si l'on sait de quelle durée est une Eclipse entiere, car les Tables, dont nous venons de parler, ayant donné le moment de la Conjonction centrale ou du milieu de l'Eclipse, il ne faudra pour avoir l'entrée du Satellite dans l'ombre, ou son Immersion, que retrancher du tems de la Conjonction la moitié de la durée connue de l'Eclipse entiere, ou au contraire pour avoir le moment de l'Emersion. Mais cete connoissance de la durée des l'Eclipses, on ne l'a pas par tout ce qui vient d'être dit, & il la faut tirer d'ailleurs.

Ce seroit une facilité pour y parvenir, que de voir dans une même Eclipse l'Immersion & l'Emersion, car le tems compris entre l'une & l'autre seroit la durée de cette Eclipse; mais on ne voit jamais que l'Immersion ou l'Emersion, & voici d'où cela vient. Quand Jupiter est précisément en opposition, l'axe du Cone de son ombre est une continuation de la ligne droite sur laquelle sont les centres du Soleil, de la Terre & de Jupiter, rangés selon cet ordre. Si l'on conçoit les quatre Satellites de Jupiter disposés autour de lui à différentes distances, & tombans en même tems dans son ombre, on concevra aisément qu'il pourra y en avoir quelqu'un si proche de Jupiter, qu'on ne le verra point alors, parce qu'il sera caché à nos yeux par le corps de Jupiter, & quelque autre au con-

traire

traire assés éloigné pour être vû ; & par la position où la Terre est alors à l'égard de Jupiter & de son ombre, le Satellite qu'on aura vû entrer dans l'ombre, on l'en verra sortir aussi ; & celui qu'on n'aura pas vû y entrer, on ne l'en verra pas sortir non plus ; car cette position de la Terre est parfaitement la même par rapport à l'un & l'autre phénomene. Or quoique le 1[er] Satellite de Jupiter soit à peu près aussi éloigné de lui que la Lune l'est de la Terre *, il est cependant si proche de Jupiter par rapport au grand éloignement où nous en sommes, qu'il est dans le cas de ne pouvoir être vû au moment de son Immersion, ni de son Emersion dans les oppositions de Jupiter. Mais la raison qui l'empêche d'être vû, cesse avant & après ces oppositions, la position de la Terre à l'égard de Jupiter & de son ombre est changée. Avant l'opposition, la Terre qui va d'Occident vers Jupiter, voit le côté Occidental de son ombre ; & comme le Satellite dans la moitié supérieure de son Orbe va d'Occident en Orient, il tombe dans l'ombre par le côté vû de la Terre, ce qui est son Immersion, mais son Emersion nous est cachée par le globe de Jupiter, dont il est trop proche. Il est clair qu'après l'opposition, il n'y aura au contraire que l'Emersion qui soit visible.

Si l'on ne voit pas les deux extrémités d'une Eclipse du 1[er] Satellite dans l'ombre de Jupiter, on voit du moins celles d'une autre

* V. l'Hist. de 1716. p. 70. & suiv.

tre Eclipse tout opposée, qu'il souffre en passant devant cet Astre, dont la lumiere le fait évanouir à nos yeux. On le voit se plonger dans cette lumiere, & en sortir, & la durée de cette Eclipse seroit égale à celle de l'Eclipse dans l'ombre, si ce n'étoit que dans la premiere il traverse tout le disque de Jupiter, & que dans l'autre il fait un moindre chemin à cause que l'ombre est un Cone, & qu'il passe loin de sa base, dont le diametre est celui de Jupiter. On peut cependant s'aider quelquefois de cette méthode avec toutes les précautions requises, car dans des matieres si délicates on n'a point trop de tous les secours possibles.

Encore un moyen pour avoir la durée d'une Eclipse du 1er Satellite, ce seroit d'avoir par observation le moment d'une Immersion avant l'opposition de Jupiter, & le moment d'une Emersion après cette même opposition. Pendant le tems compris entre ces deux momens, le Satellite a fait un certain nombre de révolutions autour de Jupiter, & quelque chose de plus; car le 1er moment a précédé une Conjonction avec Jupiter, & le 2d en a suivi une autre. Ce quelque chose de plus est précisément la durée de l'Eclipse qu'on cherche: il ne faut donc, pour la trouver, que retrancher du tems total écoulé entre les deux momens, celui qui appartient au nombre connu des révolutions. Ce moyen sera d'autant plus exact, que l'Immersion & l'Emersion observées auront été moins éloignées de l'opposition de Jupiter, & par conséquent moins éloignées entre elles,

les, car autrement les inégalités du mouvement de Jupiter entreroient pour une quantité trop considérable dans les tems d'une Immersion & d'une Emersion fort éloignées. Par cette même raison on voit que ce moyen ne peut guere être pratiqué qu'une fois pour chaque opposition de Jupiter, & qu'il est d'un usage rare, puisqu'entre une opposition de Jupiter & la suivante, il y a 13 mois, sans compter les obstacles étrangers qui s'opposent si souvent aux Observations.

Il en faut venir enfin à trouver la durée des Eclipses du Satellite par la même voye que l'on a trouvé celle des Eclipses de Lune, quoique nous soyons à l'égard du Satellite dans une situation infiniment desavantageuse en comparaison de celle où nous sommes à l'égard de la Lune; mais l'art de M. Cassini a vaincu toutes les difficultés.

La détermination de la durée de nos Eclipses de Lune dépend de ces trois principes.

1°. Il faut savoir quelle est la grandeur de l'ombre de la Terre arrivée à l'Orbe de la Lune. Pour cela, il faut savoir de quelle grandeur seront les diametres tant du Soleil que de la Terre, vûs l'un & l'autre de la Lune *, & de plus quelle est la distance de la Lune à la Terre; car il est clair que plus cette distance sera petite, plus sera grande la projection de l'ombre de la Terre dans l'Orbe de la Lune, & au contraire; & quant à la grandeur des diametres du Soleil & de la Terre vûs de la Lune, on a vû dans l'endroit

* V. l'Hist. de 1703. p. 95. & suiv.

droit cité, comment ils déterminent la grandeur de l'ombre.

2°. Il faut savoir quelle est la latitude de la Lune, c'est-à-dire, le plus grand éloignement du plan de son Orbe au plan de l'Ecliptique ; car comme l'axe de l'ombre de la Terre est toûjours dans le plan de l'Ecliptique, la Lune pourroit être si éloignée de cet axe, ainsi qu'elle l'est souvent, qu'elle ne tomberoit point dans l'ombre de la Terre, & plus elle approche de cet axe, plus elle s'y plonge, & au contraire.

3°. Il faut savoir quel est dans l'Ecliptique le lieu des Nœuds de la Lune, ou de l'intersection de son Orbe avec l'Ecliptique. Il est visible que plus elle est proche de ces Nœuds, plus elle se plonge dans l'ombre.

Tout cela a dû être transporté aux Eclipses du Satellite causées par l'ombre de Jupiter.

1°. Il a fallu avoir le diametre du Soleil tel qu'il est vû de Jupiter, & non pas de la Terre où nous sommes; ce qu'on a tiré des distances connues de la Terre & de Jupiter au Soleil. Ensuite il a fallu avoir de même & par les mêmes principes le diametre de Jupiter vû du Soleil. Quant à la distance du Satellite à Jupiter, ou, ce qui est à peu près le même, quant au rapport du diametre de Jupiter à celui de l'Orbe du Satellite, c'est une chose connue immédiatement.

2°. Il a fallu avoir la latitude de l'Orbe du Satellite à l'égard de l'Ecliptique de Jupiter, c'est-à-dire, du plan tiré par le centre de Jupiter, & par celui du Soleil; & c'est une recher-

cherche des plus épineuses. Quand le Satellite, étant dans la partie inférieure de son Orbe, passe devant le disque de Jupiter, s'il n'a aucune latitude à l'égard de Jupiter, c'est-à-dire, s'il est dans le plan de l'Ecliptique de Jupiter, il est certain que du Soleil on le verra passer dans le plus long tems qu'il soit possible, parce qu'il décrit tout le diametre de Jupiter; mais s'il a de la latitude, il paroît décrire un arc d'Ellipse, toûjours d'autant plus petit que la latitude est plus grande, & il paroît décrire cet arc en un tems toûjours plus court. Ce n'est pas qu'on voye décrire au Satellite ni le diametre de Jupiter, ni l'arc Elliptique, il est alors perdu dans la lumiere de Jupiter; mais on le voit lorsqu'il y entre & lorsqu'il en sort, & l'on compte le tems qu'il employe à son passage en différentes Conjonctions inférieures : le tems le plus long est celui du diametre de Jupiter, où il a été sans latitude : le tems le plus court est celui du plus petit arc Elliptique, où il a eu sa plus grande latitude, qui est la mesure de l'inclinaison de son Orbe à l'égard de celui de Jupiter, ou de l'Ecliptique de Jupiter. On voit que pour cela il faut un très grand nombre d'Observations très précises de la durée des Conjonctions inférieures. Mais quand on a tout ce qu'on peut desirer sur ce point, on n'a que la latitude ou inclinaison de l'Orbe du Satellite à l'égard de celui de Jupiter, telle qu'elle est vûe de la Terre, & elle en est vûe différente ou sous un autre angle qu'elle ne le seroit du Soleil; or ce n'est que la latitude vûe du Soleil, ou

la réelle, qui eſt à conſidérer pour les Eclipſes du Satellite: il faut donc réduire l'apparente, qui a été tirée de longs calculs, à la réelle par des calculs encore auſſi longs.

3°. Il a fallu avoir le lieu où ſont les Nœuds du Satellite avec l'Orbe de Jupiter. Quand on a par la plus courte Eclipſe du Satellite ſa plus grande latitude à l'égard de Jupiter, on ſait quel eſt le lieu du Zodiaque où étoit Jupiter quand cette plus courte Eclipſe eſt arrivée, & c'eſt dans ce même lieu du Zodiaque où eſt la plus grande latitude du Satellite, c'eſt à dire, où eſt la plus grande élevation de ſon Orbe ſur l'Ecliptique de Jupiter. A 90 degrés de ce point du Zodiaque de part & d'autre, ſont les Nœuds de l'Orbe du Satellite avec l'Ecliptique de Jupiter. D'autres méthodes donnent auſſi ces Nœuds, & on en employe d'ordinaire pluſieurs dans les matieres délicates, pour vérifier les unes par les autres, & s'aſſûrer de leur concours.

Il eſt à remarquer, que juſqu'à preſent on ne s'eſt apperçû d'aucun changement dans le lieu des Nœuds des quatre Satellites de Jupiter, tel que feu M. Caſſini l'avoit déterminé. Ces Nœuds ſont donc immobiles, ou n'ont qu'un mouvement très-lent. En cela les Satellites ſont différens non-ſeulement de toutes les Planetes principales, mais encore plus de notre Lune.

La plus grande durée d'une Eclipſe du 1er Satellite peut être environ de $2^h \frac{1}{4}$, & celle d'une Eclipſe de notre Lune eſt environ de 4^h. On en pourroit être ſurpris, ſi l'on ne ſongeoit qu'à la grande vîteſſe du Satellite, qui étant preſ-

presque aussi éloigné de Jupiter, que la Lune l'est de la Terre, fait sa revolution quinze fois plus vîte qu'elle; mais d'un autre côté, le diametre de Jupiter est dix fois plus grand que celui de la Terre.

Après l'explication des Tables de feu M. Cassini, & des principes de leur construction, M. Maraldi vient aux corrections que l'Auteur lui-même s'apperçut qu'il y falloit faire, quelque tems après les avoir publiées, & à celles dont un tems encore plus long a fait découvrir la nécessité par rapport à l'extrême précision. Elles sont toutes si peu considérables en elles-mêmes, qu'il en résulte le plus grand éloge qu'on puisse donner à l'habileté de M. Cassini. Cependant il y a lieu de croire, & M. Maraldi le soupçonne, que les Siecles ameneront encore des corrections nouvelles aux Satellites de Jupiter; à leurs cercles, par exemple, qui paroissent concentriques à Jupiter, & qui pourroient bien ne l'être pas; à leurs Nœuds, que l'on a trouvés jusqu'ici immobiles; aux inclinaisons de leurs Orbes sur celui de Jupiter, qui peut-être varient, &c. Ces petits Astres éloignés sont si importans pour nous, qu'on ne peut trop les étudier.

SUR LA QUESTION

Si la Lune tourne autour de la Terre, ou la Terre autour de la Lune. *

IL paroîtra d'abord étonnant que cette queſtion en ſoit une. Le Syſtême de Copernic, ſi généralement reçû aujourd'hui, & ſi bien prouvé, a accoûtumé tout le monde à croire ſans héſiter que la Lune tourne autour de la Terre. Tout convient à cette idée; la Terre cinquante fois plus groſſe que la Lune, eſt plus propre à occuper le centre d'un Tourbillon, & à y être le principe d'un grand mouvement qui emportera la Lune; les quatre Satellites de Jupiter, les cinq de Saturne ſont tous plus petits que leurs Planetes principales dont les Tourbillons les entrainent; toutes les Planetes principales elles-mêmes, qui par rapport au Soleil ſont des Satellites aſſujettis à ſuivre ſon mouvement, ſont beaucoup plus petites que le Soleil; & ſelon cette analogie générale, qui ne ſe dément jamais, la Lune ne peut être que Satellite de la Terre, & ce ſeroit une choſe unique que la Terre le fût de la Lune. Cependant il faut convenir que cette analogie, quoique ſi perſuaſive, n'eſt pas une démonſtration abſolue; & un Auteur, qui dans un Ouvrage ingénieux a eû beſoin que la Terre tournât autour de la Lune, s'eſt crû en droit de le ſuppoſer, & en a même donné des preuves aſſés ſéduiſantes, qu'il eût peut-être été

* V. les M. p. 90.

été autrefois absolument impossible de détruire.

La nouveauté & la hardiesse de cette pensée ont fait naître à M. de Mairan le dessein de l'approfondir. Il a trouvé d'abord qu'elle n'étoit pas nouvelle, tant il est difficile que rien le soit; un noble Genois du dernier Siecle, savant en Astronomie, l'avoit déja pensé. Ce systême en mérite donc encore plus d'être examiné à fond, & c'est ce que nous allons faire d'après M. de Mairan, en dévelopant par rapport à ce sujet toute la Théorie des Planetes subalternes, ou secondaires.

Si une Planete se meut uniformément autour du Soleil immobile, & dans un Cercle qui lui soit concentrique, il est certain que comme elle attribuera son mouvement au Soleil, elle le verra se mouvoir toûjours uniformément dans un Cercle d'Etoiles fixes, qui sera le Zodiaque, & toûjours selon la même direction, qui sera d'Occident en Orient, puisque tel est le mouvement général de notre Tourbillon. Mais si cette Planete emporte avec elle une Planete subalterne placée dans la circonférence d'un Cercle concentrique à la Planete principale, il s'agit de savoir quel mouvement la subalterne attribuera au Soleil, ou, ce qui est le même, comment elle le verra se mouvoir.

Si la subalterne, quoiqu'emportée autour du Soleil par la principale, est immobile sur son Cercle particulier, c'est-à-dire, qu'elle ne se meuve point autour de la principale, il est clair que pendant le tour annuel de la principale autour du Soleil, elle ne décrira comme elle qu'un Cercle concentrique au Soleil, & par conséquent

quent elle verra toûjours le Soleil ſe mouvoir également, & ſelon la même direction, ou d'Occident en Orient. Mais ſi elle ſe meut autour de la principale, il eſt ſûr déja qu'elle ne décrira plus un Cercle concentrique au Soleil, & ne lui verra plus un mouvement égal, mais tantôt plus vîte, tantôt plus lent, ſelon que ſon mouvement particulier autour de la Planete principale lui altérera le mouvement du Soleil, tel qu'il ſeroit vû de cette Planete.

Puiſque dans le cas où la ſubalterne ſeroit immobile à l'égard de la principale, la ſubalterne verroit le mouvement du Soleil toûjours égal, comme la principale le voit, & que dans le cas oppoſé la ſubalterne voit le mouvement du Soleil inégal, il ſuit que plus la ſubalterne s'éloigne du cas de l'immobilité, c'eſt-à-dire, plus elle a de mouvement par rapport à la principale, ou, ce qui eſt le même, plus le tems qu'elle employe à tourner autour de la principale eſt petit par rapport au tems que la principale employe à tourner autour du Soleil, plus la ſubalterne voit le mouvement du Soleil inégal. Et comme le rapport de ces vîteſſes des deux Planetes peut être ſuppoſé tel qu'on voudra, & par conſéquent auſſi l'inégalité de mouvement que la ſubalterne verra au Soleil, il ſe peut que dans certaines rencontres, ou combinaiſons des mouvemens, la ſubalterne voye le mouvement du Soleil ſi lent que ce ne ſera pas un mouvement, & que le Soleil lui paroîtra *ſtationnaire*. Les mêmes principes pouſſés un peu plus loin, feront paroître le Soleil *rétrograde*, ou allant d'Orient en Occident; car ſi un mouvement réellement égal, peut devenir un

mou-

mouvement apparent nul, il peut devenir aussi un mouvement apparent d'une direction contraire.

Et pour le concevoir très-distinctement, il ne faut que se représenter le mouvement de la Planete subalterne sur son Cercle particulier. Quoique réellement & à l'égard de la Planete principale, elle se meuve toûjours d'Occident en Orient, elle ne se meut, selon cette direction à l'égard du Soleil, que dans la moitié supérieure de son Cercle, c'est-à-dire, dans la plus éloignée du Soleil, & dans la moitié inférieure elle se meut à l'égard du Soleil d'Orient en Occident. De-là il suit que dans la moitié supérieure son mouvement particulier concourt avec le mouvement général du Tourbillon qui l'emporte, à lui faire voir le Soleil allant d'Occident en Orient; & au contraire dans la moitié inférieure, l'un des deux mouvemens combat l'autre par rapport à cet effet. Ainsi dans la moitié supérieure la Planete subalterne doit voir le mouvement du Soleil d'Occident en Orient accéléré, ou plus vîte que ne le voit la Planete principale; & dans la moité inférieure elle le doit voir retardé, ou même nul, ou même rétrograde. Le plus haut degré de l'un ou de l'autre des deux effets contraires se trouve au milieu de la moitié soit supérieure, soit inférieure. Dans le premier cas, où la Planete principale est entre la subalterne & le Soleil, & sur la même ligne, la subalterne est en opposition avec la principale ou le Soleil; dans le second cas elle est en conjonction, parce qu'elle est alors entre la principale & le Soleil. La subalterne doit donc dans ses oppositions voir le mou-

mouvement du Soleil le plus accéléré, & dans ses conjonctions le plus retardé qu'elle le puisse voir, & même rétrograde, si cela lui est possible. On peut se rappeller ici ce qui a été dit en 1709 * sur les mouvemens apparens des Planetes, & on verra l'accord des Théories.

Quand la Planete subalterne voit le mouvement du Soleil accéléré, il n'y a point à cela de bornes, pour ainsi dire, on peut toûjours supposer tel rapport de son mouvement particulier, au mouvement de la Planete principale autour du Soleil, que cette accélération apparente croîtra tant qu'on voudra. Mais il n'en est pas de même du mouvement retardé du Soleil, entant qu'il peut devenir rétrograde, il ne le peut devenir, que quand il est à un certain degré; au-dessous il n'est que retardé & encore direct, au-dessus il peut être plus rétrograde à l'infini. Il est aisé de déterminer le point de ce passage. Quand la plus grande accélération apparente du mouvement du Soleil est égale au mouvement du Soleil, tel qu'il est vû de la Planete principale, ce qui arrive dans une opposition de la subalterne, le mouvement du Soleil est doublé pour la subalterne. Quand elle sera en conjonction, il faudra ôter du mouvement du Soleil vû de la principale, la même quantité qu'on y avoit ajoûtée; on réduira donc le mouvement apparent du Soleil à Zero, & la Planete subalterne en conjonction verra le Soleil stationnaire. Donc tant

* pag. 104. & suiv.

tant que la plus grande accélération, que la Planete subalterne attribuera au mouvement du Soleil vû de la principale, sera moindre que ce mouvement, elle ne pourra voir le Soleil que retardé; passé cela, elle le verra rétrograde.

On voit par-là que tout consiste à savoir quelle est la grandeur de l'accélération ou du retardement que la Planete subalterne attribuera au mouvement du Soleil vû de la principale. L'accéleraton suffit, car le retardement lui est toûjours égal. Elle sera d'autant plus grande que le mouvement de la Planete subalterne autour de la principale sera plus grand par rapport au mouvement de la principale autour du Soleil, ou, ce qui est le même, que la vîtesse de la subalterne sera plus grande par rapport à celle de la principale, ou au contraire, puisque c'est cette inégalité des deux vîtesses qui fait toute l'apparence de l'accélération, & qu'il n'y en auroit plus si la Planete subalterne n'avoit nul mouvement autour de la principale. Il faut donc avoir le rapport des vîtesses. M. de Mairan en donne une formule générale, qu'il forme du diametre ou de la circonférence de l'Orbe de la Planete principale, & du tems de sa révolution, toûjours connu, & du diametre ou de la circonférence de l'Orbe de la Planete subalterne autour de la principale, & du tems de sa révolution particuliere, toûjours connus pareillement. Il est clair que ce sont là les élémens des deux vîtesses. Dès que l'on a déterminé quelque Planete subalterne en particulier, on trouve aussi-tôt par

la

la formule générale quelle accélération ou quelle inégalité elle verra au mouvement du Soleil.

Pour appliquer cette Théorie à la Queſtion, Si la Lune eſt Satellite de la Terre, ou la Terre de la Lune; il eſt certain d'abord, que ſi la Terre eſt le Satellite, ou la Planete ſubalterne, elle voit de l'inégalité dans le mouvement du Soleil, au lieu qu'elle n'en voit point ſi elle eſt la Planete principale, car il faut ſe ſouvenir de la ſuppoſition que les Planetes principales ſe meuvent uniformément dans des Cercles concentriques au Soleil. Si l'on met dans la formule de M. de Mairan 22000 demi-diametres terreſtres pour le demi-diametre du grand Orbe annuel, ou pour la diſtance de la Lune devenue Planete principale au Soleil, 56 demi-diametres terreſtres pour la diſtance de la Terre à la Lune, ou pour le demi diametre de l'Orbe de la révolution particuliere de la Terre autour de la Lune, 1 mois pour le tems de cette révolution, 12 mois pour le tems de la révolution annuelle de la Lune autour du Soleil, on trouvera que la vîteſſe de la Terre, Planete ſubalterne, ſera à celle de la Lune, Planete principale, comme 1 eſt à 30. De-là il ſuit que ces deux vîteſſes étant fort éloignées de l'égalité, & celle de la Planete ſubalterne de beaucoup la moindre, celle-ci ne pourra jamais voir le Soleil rétrograde, mais ſeulement accéléré ou retardé de $\frac{1}{30}$ du mouvement qu'il auroit, vû de la Planete principale, c'eſt-à-dire, de ſon mouvement moyen toûjours égal & connu. Comme ce mouvement eſt, à peu-près de 1 de-

degré par jour, sa 30me partie est 2′ de degré, dont le mouvement moyen du Soleil seroit accéléré ou retardé; accéléré quand la Terre seroit en opposition avec la Planete principale ou le Soleil, auquel cas nous aurions nouvelle Lune; retardé dans la conjonction, auquel cas nous aurions pleine Lune, ainsi qu'il est aisé de se le représenter. Le mouvement apparent du Soleil dans les nouvelles Lunes seroit donc toûjours de 4′ de degré plus grand que dans les pleines Lunes, puisque dans les nouvelles il seroit de 2′ plus grand que le moyen ou réel, & dans les pleines plus petit de 2′. Or quoique 4′ de degré puissent paroître une assés petite quantité, elles ne pourroient pourtant pas échapper à l'extrême exactitude de l'Astronomie moderne, qui a bien apperçû d'aussi petites grandeurs, & elles lui échapperoient d'autant moins qu'elles reviendroient régulierement de 15 jours en 15 jours, & par des retours si fréquens forceroient enfin les Astronomes les moins attentifs à les appercevoir. Mais on ne les a jamais ni apperçûes, ni même soupçonnées; donc ce n'est pas la Terre qui tourne autour de la Lune, & il faut que la Lune tourne autour de la Terre, & voye ces inégalités dans le mouvement du Soleil.

Cette démonstration suppose que le mouvement du Soleil, vû de la Planete principale, soit égal; & certainement il ne l'est pas, puisque la Planete principale ne décrit pas autour du Soleil un Cercle concentrique, mais une Ellipse, & que d'ailleurs l'Aphélie

de cette Ellipse est un point mobile. On croira donc peut-être que les inégalités du mouvement du Soleil, que la Terre verroit, parce qu'elle feroit Planete subalterne, pourroient se confondre de façon avec ces autres inégalités nécessaires & incontestables, qu'on ne les en distingueroit plus. Il est vrai que par la combinaison des inégalités différentes du mouvement du Soleil, il doit arriver des cas où celles d'une espece détruiroient en partie celles d'une autre, & par-là rendroient insensibles celles dont on douteroit; mais les cas opposés doivent arriver aussi, ceux où les différentes inégalités s'ajoûteroient, & feroient une somme sensiblement plus forte que s'il n'y entroit que des inégalités d'une espece. D'ailleurs comme le tems, où cette somme plus forte se trouveroit, ne pourroit être que celui de la nouvelle Lune, ce seroit un grand indice aux Astronomes que la Terre seroit Satellite. Mais depuis le tems qu'on observe les mouvemens du Soleil & de la Lune, qui sont de tous les mouvemens célestes les mieux connus, & les plus anciennement connus, on n'a rien observé de ce qui seroit nécessaire pour le nouveau Systême.

Voici encore une démonstration plus sensible, parce qu'elle roule sur une plus grande inégalité. Je suppose la Lune Satellite de la Terre, selon l'opinion générale. Au moment de l'Equinoxe du Printems, quand la Terre voit le Soleil au 1er d'*Aries*, qu'il y ait alors Nouvelle ou Pleine Lune, il est certain que la Terre ayant fait son tour, &

étant

étant revenue à voir le Soleil au 1er d'*Aries*, il y aura une année *Equinoxiale* révolue, mais qu'il n'y aura point alors Nouvelle ni Pleine Lune, car le mouvement du Soleil ou de la Terre, & celui de la Lune, ont une espece d'incommensurabilté qui ne permet pas que leurs révolutions entieres, ni les moitiés, les tiers, les quarts, &c. de ces révolutions, se retrouvent juste ensemble, si ce n'est après un grand nombre d'années. La Lune ne sera donc pas sur sa ligne menée par les centres de la Terre & du Soleil jusqu'au 1er d'*Aries*, mais ou en deçà de cette ligne, ou au delà, c'est-à-dire, qu'elle n'aura pas encore vû le Soleil au 1er d'*Aries*, ou qu'elle l'aura déja vû, qu'elle n'aura pas encore eu cet Equinoxe du Printems, ou l'aura déja eu. Ainsi son année Equinoxiale, comptée comme celle de la Terre, sera plus longue ou plus courte que celle de la Terre.

On a laissé indéterminé le point où la Lune pouvoit être sur son Orbite, qûand la Terre a eu son second Equinoxe du Printems; cette détermination demanderoit celle d'une certaine année, & elle n'est nullement nécessaire, il ne s'agit que de savoir la plus grande inégalité possible des années Equinoxiales de la Lune. On la trouvera, si on suppose, comme on le peut, qu'au retour de la Terre à son second Equinoxe du Printems, la Lune se trouve dans l'une de ses deux Quadratures. M. de Mairan calcule que delà au point où la Lune verra le Soleil au 1er d'*Aries*, il y aura plus de $3\frac{1}{2}$ heures de différence, & par conséquent plus de 7 heures

entre les deux années Equinoxiales de la Lune, qui différeront le plus; & par les mêmes principes de calcul on aura les différences moindres; ce que M. de Mairan trouve en effet pour les années 1728 & 1729.

Si la Terre eſt à la place de la Lune ſelon le nouveau Syſtême, il peut donc y avoir plus de 7 heures de différence entre les années Equinoxiales de la Terre, qui différeront le plus. M. de Mairan avoue que chés les Anciens, qui ne pouvoient obſerver le moment des Equinoxes qu'à 6 heures près, cette grande inégalité de nos années Equinoxiales pouvoit être preſque entierement emportée par l'erreur des obſervations, & diſparoître; mais il ſoûtient que dans l'état où eſt aujourd'hui l'Aſtronomie, l'erreur ne peut aller à une heure, & par conſéquent il nous reſte une marque bien ſûre que la Terre n'eſt pas Satellite de la Lune, car nos années Equinoxiales les plus différentes ne peuvent jamais l'être de 6 heures, il s'en faudra beaucoup.

En général il eſt aiſé de voir que l'Aſtronomie, & principalement l'Aſtronomie Phyſique, ayant ſuppoſé juſqu'ici que la Terre ſe meut dans ſon Orbe autour du Soleil, & la Lune dans un autre Orbe particulier autour de la Terre, on ne ſauroit tranſporter la Terre & la Lune, ſans qu'il arrive des changemens conſidérables, qui dérangeroient des calculs d'Aſtronomie, auxquels on a tout ſujet de ſe fier. Par exemple, la Terre ne voit les diametres apparens du Soleil dans
ſon

ſon Apogée ou dans ſon Périgée diminuer ou augmenter que d'une certaine quantité qui dépend uniquement de ce que l'Orbe de la Terre eſt excentrique au Soleil. Mais ſi la Terre tournoit autour de la Lune, elle verroit encore varier les diametres du Soleil par un principe indépendant de l'excentricité de l'Orbe de la Planete principale, car ſelon qu'elle ſeroit poſée ſur ſon Orbe particulier, elle ſeroit ou plus éloignée ou plus proche du Soleil. Il eſt vrai que l'augmentation de variation n'iroit qu'à 10 ou 11 Secondes; mais il faut toûjours ſe ſouvenir que l'Aſtronomie moderne eſt devenue extrêmement ſubtile, & capable d'appercevoir, du moins à la longue, de très-petites grandeurs, ſur-tout dans les cas où tout s'accumuleroit enſemble d'un certain côté. Par cette raiſon M. de Mairan s'eſt engagé dans des détails d'Aſtronomie aſſés fins, qui autrement ne lui auroient pas été néceſſaires. Nous en paſſerons pluſieurs, pour venir à une preuve que tout le monde peut ſaiſir.

La Lune nous préſente toûjours la même face, & ſi la Terre tourne autour de la Lune en un mois, il faut néceſſairement que la Lune, placée au centre de l'Orbe terreſtre, tourne auſſi ſur ſon axe en un mois, ſans quoi elle ne nous préſenteroit pas toûjours cette même face. Donc la circonférence du globe de la Lune, & la circonférence beaucoup plus grande de l'Orbe terreſtre, dont la Lune occupe le centre, tournent dans un tems égal. Or cela eſt ſans exemple dans tous les mouvemens céleſtes connus, de plus

grands Cercles d'un même Tourbillon sont toûjours décrits en plus de tems selon la fameuse proportion trouvée par Kepler, & toûjours vérifiée après lui par les nouvelles découvertes. A la vérité, cette Règle exactement observée par tous les Corps célestes, qui tournent autour d'un centre commune par les Orbes de toutes les Planetes principales autour du Soleil, par les Satellites de Jupiter autour de Jupiter, par ceux de Saturne, n'est pas observée de même à l'égard de la circonférence d'un Corps qui occupe le centre commun du mouvement, & tourne sur son axe. Par la Règle de Kepler, la circonférence du Soleil devroit tourner en 3 heures, & elle ne tourne qu'en 25 ½ jours; Jupiter devroit tourner en moins de 3 heures, & il ne tourne qu'en un peu moins de 10; pour la révolution de Saturne sur son axe, on ne la connoît point encore. Mais du moins le Soleil tourne en moins de tems que Mercure, qui ne tourne qu'en 3 mois à peu près; Jupiter en moins de tems que son 1er Satellite, qui tourne en 42 heures; & par conséquent la Lune, quoique dispensée de suivre exactement dans sa révolution sur son axe la Règle de Kepler, parce qu'elle tiendroit le centre de l'Orbe terrestre, devroit pourtant toûjours tourner en un tems considérablement plus court que celui de la révolution de la Terre autour d'elle, ce qui nous feroit voir son Hémisphere caché.

On a supposé dans tous ces raisonnemens que les Orbes étoient circulaires, & que les mouvèmens étoient les *moyens*; mais pour

ne

ne laisser aucun lieu de douter, M. de Mairan a fait voir qu'il mettoit par-là les choses sur le plus bas pied, & qu'en prenant des Orbes elliptiques, comme ils le sont réellement, & les mouvemens *vrais*, les conclusions étoient encore plus favorables au Systême qu'il soûtient.

Il reconnoît qu'on pourroit éluder ses démonstrations d'une maniere plus raisonnable. Il s'est fondé sur le rapport de la vîtesse de la Planete principale autour du Soleil, à la vîtesse de la subalterne autour de la principale. Des deux espaces ou chemins, & des deux tems, qui sont les quatre élémens de ce rapport, il n'y a qu'un seul élément qui puisse être douteux, c'est le chemin que fait la Planete principale autour du Soleil, ou, ce qui revient au même, sa distance au Soleil. M. de Mairan a posé cette distance selon feu M. Cassini. Il est certain que si on la pose plus grande, la Planete principale aura plus de vîtesse, puisqu'elle décrira un plus grand Cercle dans le même tems, qui est nécessairement un an; & par conséquent la vîtesse de la Planete subalterne étant toûjours exprimée par 1, celle de la principale le sera par un nombre plus grand que 30, ce qui pourra aller à tel point que la vîtesse de la Planete subalterne deviendra insensible par rapport à celle de la principale, & que ce qui s'ensuivoit de ce que ce rapport étoit sensible & déterminable, n'aura plus aucun lieu. Or on a l'autorité de M. de la Hire, qui fait la distance de la Terre au Soleil beaucoup plus

grande que M. Cassini. Elle est 3 selon l'un, & 5 selon l'autre, presque double.

M. de Mairan fait voir que même dans l'hypothese de M. de la Hire, le rapport des deux vîtesses seroit encore plus sensible, & déterminable par les observations. Mais il en revient à l'hypothese de M. Cassini, comme à la plus sûre. On en fait les raisons ; elle est fondée sur la parallaxe de Mars bien observée*, & vérifiée encore dans la suite †: au lieu que M. de la Hire ne s'est point expliqué sur les raisons qu'il a eûes de s'éloigner de M. Cassini sur ce sujet. Les Astronomes n'ont point suivi M. de la Hire, & s'ils se sont quelquefois un peu écartés de M. Cassini, ç'a été en faisant la distance de la Terre au Soleil plus petite, ce qui fortifieroit les démonstrations de M. de Mairan.

Nous avons dit d'abord, que la petitesse de la Lune par rapport à la Terre avoit pû la faire prendre pour Satellite de la Terre, & d'autant plus naturellement que tous les Satellites incontestablement tels sont plus petits que leurs Planetes principales. Cette preuve n'est que de pure convenance, mais M. de Mairan la change en démonstrative par les réflexions qu'il y ajoûte.

Si un Corps pesant, un Globe, a une impulsion qui lui fasse décrire un Cercle autour d'un Centre où sa pesanteur le fait tendre continuellement, c'est le centre de ce Globe qui décrit la circonférence du Cercle, en

cas

* V. l'Hist. de 1706. p. 119. & suiv.
† Et celle de 1722. p. 125. & suiv.

cas que le Globe soit d'une matiere homogene, & que par conséquent son centre de figure soit le même que son centre de gravité. Si cela n'est pas, & qu'il y ait une partie de ce Globe, par exemple une moitié, plus pesante que l'autre, le centre de gravité s'éloignera du centre de figure, ira dans la moitié plus pesante, & s'y enfoncera, pour ainsi dire, d'autant plus que cette moitié plus pesante sera plus pesante que l'autre. Le diametre du Globe deviendra un Levier partagé par le centre de gravité en deux parties inégales, qui seront en raison renversée des pesanteurs des deux moitiés. En même tems ce ne sera plus le centre de figure du Globe qui décrira la circonférence du Cercle supposé, mais le centre de gravité; & comme c'est une Loi inviolable de Méchanique que le centre de gravité d'un Corps s'approche toûjours le plus qu'il est possible du point où il tend par sa pesanteur, le Globe, dont le centre de gravité décrira une circonférence circulaire, se tournera de façon que sa moitié la plus pesante sera en dedans de cette circonférence, & l'autre en dehors, car autrement le centre de gravité du Globe ne seroit pas le plus proche qu'il pût être du point central où tend sa pesanteur.

Maintenant si au lieu du Globe non homogene, on imagine un Levier chargé de deux poids inégaux, & dont le point d'appui, centre de gravité des deux poids pris ensemble, doive se mouvoir comme faisoit le Globe, ce sera parfaitement la même chose, ce point d'appui du Levier décrira

une circonférence circulaire autour du point central où tend la pesanteur totale du Levier chargé, le plus grand poids sera en dedans de cette circonférence, & le plus petit au dehors; & si on ignoroit lequel seroit en dedans ou en dehors, en connoissant seulement leur différente grandeur, on sauroit sûrement que le plus petit seroit en dehors, & l'autre en dedans.

Il est constant aujourd'hui que tous les les Corps célestes pesent vers le Soleil, ou y tendent, comme tous les Corps terrestres vers la Terre. Quand la Lune & la Terre sont emportées par un même Tourbillon qui se meut sur la circonférence de l'Orbe annuel, il faut, puisqu'elles ont toutes deux une pesanteur vers le Soleil, les concevoir toutes deux attachées aux deux extrémités d'un Levier divisé en raison de leurs pesanteurs vers le Soleil, & dont le point d'appui, ou le centre de gravité *Solaire* commun de ces deux Corps, décrit la circonférence de l'Orbe annuel, car alors ce n'est plus la Planete qu'on met au centre du Tourbillon qui décrit cet Orbe. Mais la pesanteur des deux Planetes peut être si inégale, & par conséquent la distance du commun centre de gravité à la Planete la plus pesante peut être si petite, que cette Planete sera sensiblement au centre du Tourbillon, ou paroîtra le centre du mouvement de l'autre. Mais quand l'inégalité de pesanteur ne seroit pas si grande, la Planete la moins pesante ayant un plus long bras de Levier, enfermeroit toûjours l'autre dans son Orbe, & tourneroit autour d'elle, quoique ce ne

fût

fût pas comme autour d'un point.

Il ne reste plus qu'à savoir laquelle est la plus pesante vers le Soleil, ou de la Terre ou de la Lune. A en juger par les masses, la chose est bientôt décidée; la Lune est au moins cinquante fois plus petite que la Terre, & selon M. Newton, qui outre la masse fait entrer dans cette pesanteur la densité qu'il trouve plus grande à la Lune qu'à la Terre, la Lune est encore quarante fois moins pesante. C'est donc certainement la Lune qui tourne autour de la Terre.

Par cette considération des centres de gravité des Corps célestes mûs autour de quelque centre commun, on trouvera, en la rendant générale, que les Satellites de Jupiter doivent être plus petits que Jupiter, ceux de Saturne plus petits que Saturne, toutes les Planetes principales plus petites que le Soleil; & que quand il s'agit de la qualité de Satellite, la petitesse de la masse en est une preuve sûre. On peut remarquer ici en passant, que selon cette Théorie, le grand Tourbillon, qui comprend le Soleil & toutes les Planetes, ne tourne point autour du centre du Soleil, mais autour d'un centre de gravité commun placé fort près du Globe du Soleil, à cause de la grande masse de ce Globe par rapport à ceux des Planetes.

Tandis que M. de Mairan, à l'occasion de la Lune, avoit en main une Théorie générale des inégalités que les Planetes subalternes voyent dans le mouvement du Soleil, précisément parce qu'elles sont subalternes, il en a voulu jouir, & en faire l'application à tous les

Satellites de notre Tourbillon solaire. S'il y avoit des Astronomes dans ces Satellites, ils s'appercevroient plus ou moins facilement par ces inégalités plus ou moins grandes, qu'ils habiteroient des Planetes subalternes, & non pas une principale. Nous pouvons avec la formule de M. de Mairan nous transporter à leur place, & savoir sûrement ce qu'ils verroient.

A mesure que les Satellites de Jupiter sont plus éloignés de cette Planete principale, leur vîtesse autour d'elle est moindre par rapport à celle de Jupiter autour du Soleil. Ainsi le 1er Satellite est celui qui a cette vîtesse relative la plus grande, & elle est telle qu'il voit dans ses oppositions le moyen mouvement du Soleil plus que doublé, & dans ses conjonctions le Soleil stationnaire & rétrograde. Tout cela arrive en un jour 18 heures. Extrême facilité pour les Astronomes de ce Satellite, de s'appercevoir qu'ils sont sur un Satellite.

Le 2d Satellite a encore les mêmes apparences, mais moindres.

Le 3me ne peut plus voir le Soleil rétrograde, & il s'en faut peu qu'il ne le puisse voir stationnaire un instant.

Le 4me ne verra pas même le Soleil stationnaire un instant, il ne le verra que direct, mais accéléré ou retardé, comme le voit notre Lune, & comme nous le verrions si nous étions à sa place. Seulement l'inégalité apparente du mouvement du Soleil est dix-huit fois plus grande pour ce Satellite, & ses Astronomes ne peuvent pas encore tomber

dans

dans l'erreur de se croire habitans d'une Planete principale.

La vîtesse des cinq Satellites de Saturne dans leurs Orbes particuliers par rapport à celle de Saturne dans son Orbe autour du Soleil, est moindre en général que la pareille vîtesse rélative des Satellites de Jupiter. Ainsi il n'y a que le 1[er] Satellite de Saturne qui voye le Soleil bien sensiblement rétrograde, & il le voit une fois moins rétrograde que le 1[er] Satellite de Jupiter ne le voit. Le 2[d] de Saturne à peine le verra-t-il rétrograde, & par conséquent les trois autres ne le peuvent plus voir que direct, mais retardé dans les conjonctions, & le 5[me] moins retardé que les deux inférieurs.

Cette autre inégalité que nous avons dit qui se trouveroit dans les années solaires, si la Terre étoit Satellite de la Lune, & qui est effectivement pour la Lune, M. de Mairan la transporte aux Satellites de Jupiter & de Saturne, & la calcule pour eux. Mais nous n'entrons point dans ces recherches délicates, non plus que dans quelques idées incidentes de M. de Mairan, telle que celle de la mesure du diametre de Jupiter, & des distances de ses Satellites, qui paroît attendre une plus ample explication. Nous finissons par cette espece d'échantillon que nous venons de donner d'Astronomie *comparée*, c'est-à-dire, de celle qui ne partant plus de la Terre pour contempler les mouvemens célestes, part de tel point de l'Univers qu'elle veut, & compare les différens points de vûe. De tous les points d'où l'on peut partir,

tir, ceux d'où le voyage eſt le plus difficile ſont les Planetes ſubalternes, parce que leurs mouvemens plus compliqués rendent auſſi plus compliquées les apparences de tous les autres mouvemens. Mais cette difficulté n'arrête pas l'Aſtronomie moderne, & elle peut hardiment opérer à ſon gré dans quelque Monde que ce ſoit du grand Tourbillon ſolaire.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Les Recherches du mouvement propre des Etoiles fixes, par M. Deliſle de la Croyere.

† Un Ecrit de M. Caſſini ſur la Théorie des Cometes.

* V. les M. p. 26.
† V. les M. p. 321.

M E-

MECHANIQUE.

SUR LA FORCE DES REVETEMENS

qu'il faut donner aux Levées de Terres, Digues, &c. *

VOICI la ſuite de ce que nous avons dit en 1726 †, & nous ſuppoſons qu'on ſe le rappellera.

M. Couplet avoit conſidéré les ſurfaces verticales des Revêtemens oppoſées aux Terres qu'ils empêchoient de s'ébouler, comme parfaitement polies, auſſi-bien que les grains ſphériques des Terres ou Sables qui étoient ſoûtenus; & de-là il ſuivoit que ces grains ne pouvoient avoir contre ces ſurfaces que des efforts horizontaux, dont la recherche géométrique & le calcul ont été l'objet de la Théorie précédente.

Mais il faut rentrer dans le vrai phyſique, & dans le réel, ou du moins s'en rapprocher le plus qu'on pourra. Les grains de terre ou de ſable ſont graveleux, les ſurfaces des Revêtemens ſont fort inégales, ces grains s'engrenent dans ces ſurfaces, & l'effort qu'ils exercent contre elles, leur pouſſée, n'eſt plus horizontale, elle ne peut être que dans la direc-

* V. les M. p. 200. † p. 78. & ſuiv.

direction d'une perpendiculaire tirée du centre d'un grain de sable sur la surface d'un grain de Revêtement, où il s'engrene, & s'appuye; ce qui apporte de grands changemens à la Théorie de 1726.

D'abord il faut prendre ici comme là un Tétraëdre formé de grains de sable égaux, dont les supérieurs poussent les inférieurs pour les écarter: mais parce qu'ils s'engrenent présentement les uns dans les autres, les supérieurs ne poussent que par des lignes perpendiculaires à la surface des inférieurs. Ainsi on ne peut imaginer l'effort des supérieurs que dirigé suivant une ligne qui soit ou l'arrête du Tétraëdre, ou celle qui partant de son sommet en partagera une face en deux moitiés égales. Lorsque le Tétraëdre se tient en état, & ne s'éboule point, c'est parce que sa base est telle que la demande la poussée des grains, & que leur effort est entiérement soûtenu. Alors en concevant un Triangle, qui soit une section verticale du Tétraëdre, & dont un des côtés en soit une arrête, & l'autre la ligne qui coupera en deux moitiés égales la face opposée, on trouvera aisément par les principes établis en 1726, le rapport de la pesanteur d'un grain supérieur à l'effort dont il pousse les inférieurs soit selon l'arrête, soit selon la face du Tétraëdre, ces deux efforts étant inégaux.

Ce Triangle, car il suffit de le considérer seul dans le Tétraëdre, qui aura ces dimensions précises, ou qui sera ramené à les avoir, ainsi qu'il a été expliqué dans l'autre Théorie, n'aura nul besoin de Revêtement

pour.

pour se soûtenir ; mais le Triangle renversé égal & semblable qu'il faudroit lui joindre pour faire la section parallélogrammique d'un Terre-plein, ne se soûtiendroit pas sans Revêtement, & l'on auroit à combattre dans ce 2d Triangle les mêmes efforts, qui étoient satisfaits dans le 1er.

Lorsque le Revêtement étoit parfaitement poli, les grains n'agissoient contre lui que par une ligne horizontale perpendiculaire à sa surface ; mais ici ils n'agissent que par l'arrête du Tétraëdre, ou par la ligne qui en coupe une face en deux, & l'une & l'autre de ces lignes ne peuvent être qu'obliques à la surface verticale du Revêtement, & par conséquent les grains de sable ou le Terre-plein n'agissent contre lui que par une ligne qui tend, non plus à le faire tourner sur l'extrémité extérieure de sa base en le renversant, mais à le fendre de haut en bas & de biais, de sorte qu'il lui restera une partie inférieure immobile, & que la supérieure seulement sera renversée. Cette partie inférieure du Revêtement devient elle-même la base d'une partie correspondante du Terre-plein, & la masse du Terre-plein qui agit contre le Revêtement en est diminuée d'autant ; ce qui fait que dans l'hypothese purement géométrique des grains & Revêtemens parfaitement polis, l'effort des Terres contre le Revêtement est plus grand que dans l'hypothese physique & réelle des Revêtemens graveleux.

Tout cela posé, M. Couplet trouve le centre de gravité de cette partie des terres, qui

qui eſt ſeule agiſſante, le point d'appui ſur lequel elle agit, la diſtance de ſa direction toûjours connue à ce point d'appui, ou, ce qui eſt le même, ſon bras de levier, & par conſéquent ſon énergie totale.

Il faut remarquer que dans cette hypotheſe phyſique, le bras de levier, par lequel agiſſent les terres, ſe trouve plus court, ce qui diminue encore la force qui eût été néceſſaire au Revêtement dans l'autre hypotheſe.

L'énergie du Terre-plein, ou plutôt d'une lame Triangulaire du Terre-plein, étant trouvée, celle d'une lame correſpondante du Revêtement lui doit être égale, & cela dépend de la figure de cette lame, où l'on prendra ſon centre de gravité, & le bras de levier de ce centre par rapport au point d'appui, ſur lequel le Revêtement ſeroit renverſé. La hauteur de cette figure eſt ordinairement la même que celle du Terre-plein, il ne s'agit que de ſa baſe, qui doit être plus ou moins grande ſelon la force ou l'énergie dont le Revêtement a beſoin. Mais en laiſſant cette baſe inconnue dans l'Equation formée des deux énergies du Terre-plein & du Revêtement, elle ſe détermine bien vîte, telle qu'elle doit être par rapport à toutes les autres circonſtances ou conditions connues ou ſuppoſées. Il ne faut pas oublier que comme le Revêtement eſt ordinairement de pierre, plus peſante que des terres ou du ſable, on doit avoir égard à cette différence de peſanteur.

Lorſque nous avons d'abord établi la figure que prennent des grains de terre ou de ſable qui ſe ſoûtiennent d'eux-mêmes & ſans Revêtement, nous n'avons conſideré qu'un grain

poſé

posé sur trois inférieurs, ce qui forme un Tétraëdre, ou Piramide réguliere; & de-là nous avons tiré d'après M. Couplet les efforts du grain supérieur sur les inférieurs, soit suivant une arrête du Tétraëdre, soit suivant une face. Mais on peut concevoir aussi un autre arrangement, qui sera celui d'un grain sur quatre inférieurs, & de-là résultera une Piramide à base quarrée, & d'autres efforts du grain supérieur sur les inférieurs. Dans le Tétraëdre le grain supérieur, qui agit sur trois inférieurs, agit sur un d'un côté, & sur deux de l'autre. S'il agit sur un, cet un est nécessairement posé sur l'arrête du Tétraëdre, & le grain supérieur agit donc par cette arrête; s'il agit sur deux, ces deux sont une face du Tétraëdre; & des deux actions ou efforts du grain supérieur, il en résulte un troisieme total dont la direction passe entre les deux grains inférieurs, & par conséquent le supérieur agit par une ligne qui coupe en deux la face du Tétraëdre; & comme dans la supposition du Tétraëdre le talut qu'on aura à soûtenir en peut être ou la face ou l'arrête, il a fallu distinguer ces deux cas, & les différens efforts qui s'y trouvent. Mais dans la supposition présente de la Piramide quarrée, il suit du raisonnement que nous venons de faire, qu'un grain supérieur porté sur deux d'un côté & sur deux de l'autre, ne peut agir ni de l'un ni de l'autre côté, que par la ligne qui coupe en deux une face de la Piramide, & jamais par une arrête, & par conséquent qu'on aura toûjours le même talut à soûtenir. M. Couplet a trouvé que dans le Tétraëdre la pesanteur totale est à l'effort qui se fait selon face, comme un

peu

peu plus de 7 à 5 ; & celui qui se fait par une arrête, comme un peu moins de 5 à 2; & que dans la Piramide quarrée elle est à l'effort unique selon la face, comme un peu moins de 5 est à 3.

De-là il suit, que si l'on supposoit la pesanteur totale la même dans tous les cas, les efforts ou pousſées selon l'arrête du Tétraëdre, ou selon la face de la Piramide quarrée, ou selon la face du Tétraëdre, seroient à cette pesanteur à peu près comme 14, ou 21, ou 25 à 35; de sorte que la poussée, selon la face du Tétraëdre, seroit la plus grande de toutes, & celle selon la face de la Piramide quarrée en seroit la plus approchante. Mais en supposant, comme il le faut ici, la hauteur du Tétraëdre la même que celle de la Piramide quarrée, cela change, la Piramide quarrée est évidemment plus pesante que le Tétraëdre, & par conséquent la poussée est plus grande en elle-même, lorsqu'elle est la même partie d'un plus grand tout, il se trouve enfin que les hauteurs étant égales, la poussée par la face de la Piramide quarrée est la plus grande de toutes.

La Piramide quarrée ne tend, aussi bien que le Tétraëdre, qu'à fendre le Revêtement de haut en bas & de biais, & cela en s'appuyant sur un certain point par rapport auquel elle a son bras de levier, c'est-là ce qui fait son énergie totale; & en lui égalant celle du Revêtement dont on laissera la base inconnue, on aura une Equation dont on tirera la valeur de cette inconnue, qui est tout ce qu'on cherche.

La forme de Tétraëdre, ou celle de Piramide quarrée, étant les deux seuls arrangemens qu'on puisse imaginer pour les grains de sable

ou

ou de terre qui feront un talut, il auroit pû suffire de déterminer le cas de leur Equilibre avec le Revêtement ; mais M. Couplet pour ne rien laisser à désirer dans sa Théorie, & de plus pour donner dans la pratique des Revêtemens bien sûrement inébranlables, suppose qu'à la poussée des terres il se joindra des accidens qui en augmenteront la force : il évalue ces efforts accidentels au poids d'une masse de terre haute de dix pieds, dont le Terre-plein qu'on veut soûtenir seroit chargé, & qui par conséquent augmenteroit d'autant son énergie totale.

Comme les terres ne peuvent prendre que trois différens taluts, dont on ait les poussées à soûtenir, ou selon la face d'un Tétraëdre, ou selon son arrête, ou selon la face d'une Piramide quarrée, M. Couplet ayant calculé ses formules générales pour ces trois cas, en a construit des Tables, où les hauteurs des Revêtemens croissant depuis cinq pieds jusqu'à cent, on voit quelle doit être pour chaque hauteur la base du Revêtement nécessaire. Si l'on sait par expérience lequel des trois taluts les terres prendroient plus naturellement, on se règlera sur celle des trois Tables qui est faite pour ce talut ; si on n'a pas cette connoissance, on verra bien du moins quel sera le parti le plus sûr.

SUR L'IMPULSION OBLIQUE DES FLUIDES *.

DES hommes ont long-tems broyé des Grains, qu'ils auroient pû faire broyer en leur place à l'Eau, ou à l'Air; & ces Agens si puissans n'ont été employés qu'assés tard, autant qu'ils pouvoient l'être, pour nous secourir dans nos travaux. L'expérience & l'usage ont produit à la longue diverses Machines où ces Forces ont été mises en œuvre; & enfin la Géométrie, qui n'avoit eu guere de part à ces inventions, & peut-être aucune, est arrivée, & elle s'applique maintenant à mettre la derniere main à tout, & du moins à éclairer tout.

Lorsqu'un fluide, tel que l'Eau ou l'Air, frappe perpendiculairement une surface exposée à son cours, il est évident qu'il la frappe avec toute la force qui est en lui. S'il ne la frappe qu'obliquement, c'est-à-dire, si le fil de son courant est une ligne oblique à cette surface, il est évident encore que cette direction oblique du fluide étant décomposée en deux partiales, dont l'une est perpendiculaire à la surface, & l'autre parallele, la surface n'est frappée que par ce qu'il y a de perpendiculaire à elle dans la direction totale oblique, & nullement par ce qu'il y a de parallele; qu'elle n'est pous-

* V. les M. p. 69.

pouſſée que dans le ſens de cette direction partiale perpendiculaire; & qu'elle eſt d'autant plus ou moins pouſſée, que cette direction perpendiculaire eſt plus ou moins grande par rapport à la parallele correſpondante. La force d'un choc oblique eſt donc d'autant plus grande que le choc eſt moins oblique, ou, ce qui eſt le même, que l'angle aigu d'incidence, & par conſéquent ſon Sinus, eſt plus grand; & les forces de deux chocs obliques, qui de ce chef ſeroient comme les Sinus des angles d'incidence, ſont comme les quarrés de ces Sinus, parce qu'il ſe trouve d'ailleurs que moins le choc d'un fluide eſt oblique, plus il y a de parties de ce fluide, & en même raiſon, qui frappent la ſurface choquée.

Si une ſurface plate, & qui peut ſe mouvoir ibrement, eſt expoſée obliquement au cours l'une Riviere, il eſt donc clair qu'elle ne poura ſe mouvoir que par une ligne qui lui ſera erpendiculaire, & qui ſera l'une des deux qui ompoſoient l'impulſion oblique de l'eau. En nême tems cette ligne ſera néceſſairement enore oblique au fil de l'eau, quoique d'une aure obliquité, & la ſurface que la ſuivra ira par e 2d mouvement oblique au fil de l'eau vers un des deux bords, & s'y arrêtera. Si c'eſt là e qu'on a prétendu, il n'y a rien de plus à faie, nulle autre induſtrie à employer. Mais ſi n vouloit que la même ſurface ſe mût perendiculairement au fil de l'eau, & traverſât la iviere ſelon cette direction, comme font quelefois des Bacs, alors il faudroit conſidérer ie cette ligne que la ſurface ſuivroit, parce i'elle lui eſt perpendiculaire, étant en même tems

tems oblique au fil de l'eau, eſt compoſée de deux directions, l'une perpendiculaire, l'autre parallele au fil de l'eau ; qu'il eſt également poſſible de faire en ſorte que la ſurface ne ſuive que l'une ou l'autre, en empêchant par quelque induſtrie qu'elle ne ſuive celle qu'on ne voudra pas ; & que dans le cas propoſé il n'y a qu'à l'empêcher de ſuivre celle qui eſt parallele au fil de l'eau. Alors la ſurface qui n'a eu d'autre principe de mouvement qu'une impulſion oblique du fil de l'eau, & qui n'auroit pas ſuivi cette ligne, mais une autre encore oblique au fil de l'eau, viendra enfin à ſe mouvoir par une ligne perpendiculaire à ce fil.

On voit qu'il ſe fait ici deux décompoſitions de mouvement. Celui du fil de l'eau oblique à la ſurface eſt décompoſé en deux, l'un perpendiculaire à cette ſurface, l'autre parallele; & il n'y a que le perpendiculaire qui la pouſſe. Ce perpendiculaire à la ſurface, étant oblique au fil de l'eau, peut encore être décompoſé en deux, l'un perpendiculaire à ce fil, l'autre parallele; & la ſurface choquée peut ſuivre celui des deux qu'on voudra, pourvû qu'on l'empêche de ſuivre l'autre. La 1ere décompoſition ſe fait naturellement, & néceſſairement; & il n'y a que l'une des deux directions compoſantes, la perpendiculaire, qui agiſſe. Dans la 2de décompoſition, la ſurface choquée, ſi elle ne ſuit pas la direction totale, qui eſt cette 1re perpendiculaire, eſt, pour ainſi dire, indifférente, entre les deux directions compoſantes, & elle peut également ſuivre l'une ou l'autre, mais il faut que l'art la détermine à l'une des deux. Il eſt viſible que la 2de décompoſition affoiblit la for-

force primitive, qui étoit déja foible, parce qu'elle résultoit de la 1re décomposition d'une impulsion oblique du fluide; mais ce qui reste de force ne laisse pas d'être précieux, & on en tire de grands usages pour faire tourner les aîles des Moulins à vent, pour faire agir le Gouvernail, ainsi que nous l'avons déja expliqué dans les Histoires de 1701 * & 1714 †.

Comme cette matiere est fort utile dans la Méchanique, & que les Géometres n'en ont examiné que des cas particuliers, & souvent par des méthodes très-compliquées, M. Pitot a entrepris d'en donner une Théorie générale, & des Formules qui renfermassent tout. L'impulsion du fluide étant toûjours supposée oblique sur la surface choquée, d'où naît une perpendiculaire *primitive*, qui est toute la force que l'on a, & l'intention étant de faire mouvoir la surface selon une direction qui ne soit pas cette perpendiculaire, il s'agit de la décomposer en deux lignes, dont l'une sera la direction requise, & l'autre perpendiculaire à cette derniere direction, & qui n'agira point. M. Pitot appelle *latérales*, les deux directions dans lesquelles se décompose la perpendiculaire primitive; il recherche le rapport de grandeur, & par conséquent de force qu'elles ont l'une & l'autre à cette perpendiculaire, & il calcule algébriquement la grandeur de toutes les deux, afin qu'on les ait toûjours, lorsque toutes deux seront à considerer, ou qu'on ait la seule qui sera utile.

* p. 175. & suiv. † p. 137. & suiv.

La force totale, dont on n'aura qu'une partie à employer, dépend entierement de la perpendiculaire primitive, c'est-à-dire, du rapport de grandeur qu'elle a à ce qu'il y a de parellele à la surface choquée dans l'impulsion oblique du fluide, ou enfin de la grandeur de l'angle aigu d'incidence. Mais il ne s'ensuit pas que l'angle d'incidence étant le même, quand on vient à faire la seconde décomposition, cette perpendiculaire primitive soit également avantageuse pour faire suivre à la surface choquée la direction qu'on veut qu'elle suive; car avec deux angles d'incidence égaux, cette perpendiculaire elle-même aura une direction qui tiendra plus ou moins de la direction requise, & lui sera plus ou moins favorable. Et pour le prouver, il suffit de faire voir que la perpendiculaire dans ses deux positions différentes ne sera pas parallele à elle-même, car elle approchera donc plus ou moins dans une position que dans l'autre d'être parallele à la direction requise. Soit la surface conçue comme attachée par une de ses extrémités au centre d'un demi-cercle, dont elle sera toûjours le rayon. Le fluide la peut toûjours frapper sous deux angles d'incidence égaux, l'un dans le premier quart de Cercle, l'autre dans le second. Dans ces deux positions de la surface, la ligne qui lui sera perpendiculaire sera tangente du Cercle; mais il est évident que ces deux tangentes ne seront pas paralleles, elles ne pourroient l'être qu'aux deux extrémités d'un même diametre.

M. Pitot ayant voulu donner les formules gé-

générales des forces laterales de la seconde décomposition pour tous les angles d'incidence possibles, a donc dû donner, comme il a fait, ces formules doubles pour chaque angle, puisque pour chaque angle la perpendiculaire étant la même, aura deux directions différentes plus ou moins favorables à la direction requise, selon que cet angle sera dans un quart de Cercle, ou dans l'autre. La surface étant choquée sous les deux angles égaux, il se trouve que quand elle est plus tournée vers le point d'où part le fluide, la direction de la perpendiculaire primitive est plus favorable dans ce cas que dans l'autre à la direction requise. Les directions plus favorables de cette perpendiculaire tiennent donc un quart de Cercle, & les moins favorables tiennent l'autre.

Dans lequel que ce soit de ces deux Quarts, la force que l'on aura selon la direction requise dépend de deux pricipes, 1°. de la force ou de la grandeur de la perpendiculaire primitive, d'autant plus grande que l'angle d'incidence du fluide sur la surface aura été plus grand, 2°. de la direction de la perpendiculaire primitive. Ces deux principes se combinant ensemble, il peut arriver, & il arrive en effet que la direction la plus favorable de la perpendiculaire primitive demanderoit un trop petit angle d'incidence, & que par-là la force de cette perpendiculaire seroit trop petite; ou qu'au contraire un assés grand angle d'incidence donneroit à la perpendiculaire primitive une direction trop peu favorable. Il y a donc nécessairement un certain

point où les deux principes s'ajustent de façon qu'il en résulte l'effet le plus avantageux, & c'est *un plus grand* que l'on détermine par les règles connues des Géometres, & ce plus grand donne l'angle, sous lequel la surface posée dans l'un ou l'autre quart de Cercle doit être frappée pour suivre après cela, avec la plus grande force possible, la direction qu'on veut qu'elle suive. On trouve par-là l'angle le plus avantageux de l'inclinaison des aîles d'un Moulin sur son axe, celui du Gouvernail par rapport à la Quille pour faire tourner le Vaisseau, &c.

Il n'est pas surprenant que la surface choquée puisse recevoir du fil de l'eau une impulsion qui la fasse aller contre le fil de l'eau même; car la perpendiculaire primitive, toûjours oblique à ce fil, étant décomposée de façon qu'une de ses directions composantes soit parallele au fil de l'eau, la surface qui ne pourra suivre que cette direction la suivra, ou en descendant avec le fil de l'eau, ou en remontant selon que l'angle aigu de la perpendiculaire primitive avec le fil de l'eau sera tourné d'un côté ou de l'autre, ce qui dépend uniquement de la maniere dont cette perpendiculaire est posée ou dirigée. Le cas où la surface choquée doit aller contre le fil de l'eau, arrive dans le quart de Cercle où la surface est plus loin de l'origine du courant. Il en va de même dans la Navigation du cas de *gagner au vent*, que nous avons expliqué en 1714 *. Enfin toutes les Questions qui

* p. 137. & suiv.

qui appartiennent à cette matiere se résoudront aisément par les formules générales de M. Pitot, & il paroît que la Géometrie en a fait desormais son devoir.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCXXVII.

I.

UN Instrument de M. Clairaut, par le moyen duquel on peut prendre les Angles, faire les Calculs arithmétiques, tels que la multiplication, la division, l'extraction des Racines, & résoudre les Triangles rectangles. C'est un Cercle de Carton gradué de 21 pouces de diametre, dans lequel M. Clairaut à décrit un grand nombre de circonférences concentriques pour exprimer par les longueurs de ces circonférences, les Logarithmes des Nombres, & ceux des Sinus. L'Instrument a paru ingénieux, & assés exact; la pratique fera connoître quelle sera la facilité de s'en servir.

I I.

Un Clavessin de M. Thevenard de Bordeaux, à un seul rang de cordes, où les Sautereaux sont garnis d'une petite piece de cui-

vre ou de leton, qui tient lieu de la Languette ordinaire, & de toutes ses appartenances. Cette invention a paru ingenieuse, & utile en ce qu'elle dispense pour toûjours de l'entretien des Plumes & des Soyes, qui sont communément sujettes au Ver, & s'usent promptement.

I I I.

Un Pont de Bateaux de M. du Bois Ingénieur. Il peut se séparer en deux, ou s'ouvrir dans le tems des grandes Eaux ou des Glaces, qui pourroient l'endommager. On le referme & on l'ouvre, par le moyen de deux Cabestans, disposés chacun sur le rivage opposé. Lorsqu'il est fermé, ou dans son état ordinaire, on l'arrête par des Boulons de fer, qui étant attachés à des Pilotis, entrent perpendiculairement dans des Anneaux fixés à l'extrémité des deux Bateaux du milieu du Pont. Ces Anneaux s'élevent & s'abbaissent avec les Bateaux suivant la hauteur de la Riviere, & le Pont est également retenu. La partie par laquelle le Pont est arrêté à la Culée, est une espece de Charniere formée par des Anneaux de fer roulans sur un long Pivot, & qui permet au Pont de suivre aussi de ce côte-là la hauteur des Eaux. Quand il s'ouvre, chaque moitié va se placer le long du rivage, où elle est à l'abri par les Culées qui sont de chaque côté. Ce Pont a paru ingénieusement imaginé, & solidement construit; & si dans l'exécution l'on a l'attention nécessaire pour la force des Pivots & Anneaux,

sur

ſur leſquels le Pont fait un effort conſidérable quand il s'ouvre, & que l'on ait ſoin de déterminer la viteſſe du Courant, en ſorte qu'elle diminue en approchant du rivage, il y a lieu de croire qu'on ſe ſervira utilement de cette invention.

I V.

Un Globe céleſte mouvant de M. Outhier, Prêtre du Dioceſe de Beſançon, qui repréſente le mouvement diurne & le mouvement annuel du Soleil, leur différence, ou celle du Tems vrai & du moyen, tous les mouvemens de la Lune, ſes Phaſes, les Eclipſes, le paſſage des Etoiles fixes par le Meridien, leur mouvement particulier, &c. tout cela par la conſtruction intérieure du Globe, qui contient deux mouvemens ſéparés, dont l'un ſe fait ſur l'axe de l'Equateur, & l'autre ſur celui de l'Ecliptique. Il contient auſſi une Horloge ſonnante. Quoiqu'il y ait déja pluſieurs Ouvrages dans ce goût-là, on a trouvé que celui-ci étoit très-ingénieuſement imaginé, que quelques diſpoſitions nouvelles, celle, par exemple, qui regarde les Phaſes de la Lune & ſes latitudes, le rendoient ſimple, & donnoient une idée avantageuſe de l'intelligence & de l'habilité de l'Inventeur.

V.

Une Horloge à Sable de M. le Comte Proſper, Capitaine dans le Régiment de Milan, Infanterie Italienne, au ſervice du Roi Catholique. Ce ſont deux Vaſes parfaitement

égaux, pleins du même Sable, au bas de chacun desquels est adapté un tuyau de verre où le Sable doit couler, les deux tuyaux étant aussi parfaitement égaux, & le tout posé verticalement. Les deux Vases & les deux Tuyaux sont fort proches, & une plaque de cuivre percée à ses deux extrémités de deux ouvertures égales à celles des tuyaux de verre, est disposée de façon que tournant sur un Pivot qui est entre les deux tuyaux, elle ferme l'un tandis qu'elle laisse l'autre entierement ouvert. On sait par expérience en quel tems un tuyau se remplit du Sable tombé du Vase, & en graduant ce tuyau par des divisions égales, on a des parties égales de ce tems, ou, ce qui peut être encore plus exact, à un moment quelconque de la chûte du Sable dans un des tuyaux, on ferme ce tuyau par le moyen de la Plaque, on le détache, ce qui est très-facile, & on pese le Sable tombé; & comme on connoît le poids de tout le Sable qu'un Vase contient, il a la même proportion à celui du Sable tombé, que le tems total pendant lequel le Tuyau se seroit rempli, au tems pendant lequel il n'a reçû qu'une partie du Sable. Par la disposition de la Machine, à l'instant qu'on a fermé ce tuyau, l'autre s'est ouvert, & le Sable du Vase correspondant y a coulé, ainsi il n'y a point de tems perdu à peser le Sable d'un tuyau, & la Machine mesure toûjours le tems. Elle a paru assés ingénieuse, quoique sujette aux inconvéniens ordinaires des Sabliers, tels que la différente ténacité du Sable,
&

& l'élargissement des trous par sa chûte continuelle.

ELOGE

DE M. DE MALEZIEU.

NICOLAS DE MALEZIEU nâquit à Paris en 1650, de Nicolas de Malézieu Ecuyer Seigneur de Bray, & de Marie des Forges, originaire de Champagne. Il étoit encore au berceau, lorsqu'il perdit son Pere, & il demeura entre les mains d'une Mere qui avoit beaucoup d'esprit. Elle ne fut pas long-tems à s'appercevoir que cet Enfant méritoit une bonne éducation. Il la prévenoit même, & dès l'âge de quatre ans il avoit appris à lire & à écrire, presque sans avoir eu besoin de Maître. Il n'avoit que douze ans, quand il finit sa Philosophie au College des Jésuites à Paris. De là il voulut aller plus loin, parce qu'il entendoit parler d'une Philosophie nouvelle, qui faisoit beaucoup de bruit. Il s'y appliqua sous M. Rohaut, & en même tems aux Mathématiques, dont elle emprunte perpétuellement le secours, qu'elle se glorifie d'emprunter.

Ces Mathématiques, qui souffrent si peu qu'on se partage entre elles & d'autres Sciences, lui permettoient cependant les Belles-Lettres, l'Histoire, le Grec, l'Hébreu, & même la Poësie, plus incompatible encore

avec elles que tout le reste. Toutes les sortes de Sciences se présentent à un jeune Homme né avec de l'esprit, mille hazards les font passer en revûe sous ses yeux, & c'est quelque inclination particuliere, ou plutôt quelque talent naturel, source de l'inclination, qui le détermine à un choix; on préfere ce que l'on sent qui promet plus de succès. M. de Malézieu ne fit point de choix, & il embrassa tout; tout l'attiroit également, tout lui promettoit un succès égal.

Feu M. l'Evêque de Meaux le connut, à peine âgé de vingt ans, & il n'eut pas besoin de sa pénétration pour sentir son mérite. Ce n'étoit point un mérite envelopé, qui perçât difficilement au travers d'un extérieur triste & sombre; sa facilité à entendre & à retenir lui avoit épargné ces efforts, & cette pénible contention, dont l'habitude produit la mélancolie: les Sciences étoient entrées dans son Esprit comme dans leur séjour naturel, & n'y avoient rien gâté; au contraire, elles s'étoient parées elles-mêmes de la gayeté & de la vivacité qu'elles y avoient trouvées. M. de Meaux prit dès-lors du goût pour sa conversation, & pour son caractere.

Des affaires domestiques l'appellerent en Champagne. Comme il étoit destiné à plaire aux gens de mérite, il entra dans une liaison étroite avec M. de Vialart, Evêque de Châlons, aussi connu par la beauté de son esprit, que par la pureté de ses mœurs, & il se fortifia par ce commerce dans des sentimens de Religion & de piété, qu'il a conservés toute sa vie. Il se maria à vingt-trois ans avec Demoi-

moiselle Françoise Faudelle de Faveresse, & quoiqu'amoureux, il fit un bon mariage. Il passa dix ans en Champagne dans une douce solitude, uniquement ocupé de deux passions heureuses, car on juge bien que les Livres en étoient une. C'est un bonheur pour les Savans que leur réputation doit amener à Paris, d'avoir eu le loisir de se faire un bon fonds dans le repos d'une Province; le tumulte de Paris ne permet pas assés qu'on fasse de nouvelles acquisitions, si ce n'est celle de la maniere de savoir.

Le feu Roi ayant chargé M. le Duc de Montausier & M. l'Evêque de Meaux, de lui chercher des gens de Lettres, propres à être mis auprès de M. le Duc du Maine, qui avoit déja le savant M. Chevreau pour Précepteur, ils jetterent les yeux sur M. de Malézieu & M. de Court. Tous deux furent nommés par le Roi, & une seconde fois en quelque sorte par le Public, lorsqu'il les connut assés. Il se trouvoit entre leurs caracteres toute la ressemblance, & de plus toute la différence, qui peuvent servir à former une grande liaison; car on se convient aussi par ne se pas ressembler. L'un vif & ardent, l'autre plus tranquille & toûjours égal, ils se réunissoient dans le même goût pour les Sciences, & dans les mêmes principes d'honneur, & leur amitié n'en faisoit qu'un seul homme, en qui tout se trouvoit dans un juste degré. Ils rencontrerent dans le jeune Prince des dispositions & d'esprit & de cœur si heureuses & si singulieres, qu'on ne peut assûrer qu'ils lui ayent été fort utiles, prin-

cipalement à l'égard des qualités de l'ame, qu'ils n'eurent guere que l'avantage de voir de plus près, & avec plus d'admiration. Le Roi les admettoit souvent dans son particulier à la suite de M. le Duc du Maine, lorsqu'il n'étoit question que d'amusemens, & ces occasions si flateuses étoient extrêmement favorables pour faire briller la vivacité, le génie, & les ressources de génie de M. de Malézieu.

La Cour rassembloit alors un assés grand nombre de gens illustres par l'esprit, Mrs Racine, Despréaux, de la Bruyere, de Malézieu, de Court; M. de Meaux étoit à la tête. Ils formoient une espece de Societé particuliere, d'autant plus unie qu'elle étoit plus séparée de celle des Illustres de Paris, qui ne prétendoient pas devoir reconnoître un Tribunal supérieur, ni se soûmettre aveuglément à des jugemens, quoique revêtus de ce nom si impośant de jugemens de la Cour. Du moins avoient-ils une autorité souveraine à Versailles, & Paris même ne se croyoit pas toûjours assés fort pour en appeller.

M. le Prince, M. le Duc, M. le Prince de Conti, qui brilloient beaucoup aussi par l'esprit, mais qui ne doivent être comptés qu'à part, honoroient M. de Malézieu de leur estime, & de leur affection. Il devenoit l'ami de quiconque arrivoit à la Cour avec un mérite éclatant. Il le fut, & très particulierement, de M. l'Abbé de Fénélon, depuis Archevêque de Cambrai, & il n'en conserva pas moins l'amitié de M. de Meaux, lorsque ces deux grands Prélats furent brouillés

lés par une Queſtion ſubtile & délicate, qui ne pouvoit guere être une queſtion que pour d'habiles Théologiens. On dit même que ces deux reſpectables Adverſaires le prirent ſouvent pour Arbitre de pluſieurs articles de leurs différends. Soit qu'il s'agît des procédés, ou du fonds, quelle idée n'avoient-ils pas ou de ſes lumieres, ou de ſa droiture?

Quand M. le Duc du Maine ſe maria, M. de Malézieu entra dans une nouvelle carriere. Une jeune Princeſſe, avide de ſavoir, & propre à ſavoir tout, trouva d'abord dans ſa maiſon celui qu'il lui falloit pour apprendre tout, & elle ne manqua pas de ſe l'attacher particulierement par ce moyen infaillible que les Princes ont toûjours en leur diſpoſition, par l'eſtime qu'elle lui fit ſentir. Souvent pour lui faire connoître les bons Auteurs de l'Antiquité, que tant de gens aiment mieux admirer que lire, il lui a traduit ſur le champ, en préſence de toute ſa Cour, Virgile, Térence, Sophocle, Euripide; & depuis ce tems-là les traductions n'ont plus été néceſſaires que pour une partie de ces Auteurs. Il ſeroit fort du goût de cette Académie que nous parlaſſions auſſi des Sciences plus élevées, où elle voulut être conduite par le même guide; mais nous craindrions de révéler les ſecrets d'une ſi grande Princeſſe. Il eſt vrai qu'on devinera bien les noms de ces Sciences, mais on ne devinera pas juſqu'où elle y a pénétré.

M. de Malézieu eut encore auprès d'elle une fonction très-différente, & qui ne lui réuſſiſſoit pas moins. La Princeſſe aimoit à

donner chés elle des Fêtes, des Divertissemens, des Spectacles; mais elle vouloit qu'il y entrât de l'idée, de l'invention, & que la joye eût de l'esprit. M. de Malézieu occupoit ses talens moins sérieux à imaginer, ou à ordonner une fête, & lui-même y étoit souvent Acteur. Les Vers sont nécessaires dans les plaisirs ingénieux; il en fournissoit qui avoient toûjours du feu, du bon goût, & même de la justesse, quoiqu'il n'y donnât que fort peu de tems, & ne les traitât, s'il le faut dire, que selon leur mérite. Les Impromptu lui étoient assés familiers, & il a beaucoup contribué à établir cette langue à Seaux, où le génie & la gayeté produisent assés souvent ces petits enthousiasmes soudains. En même tems il étoit Chef des Conseils de M. le Duc du Maine, à la place de Mrs Daguesseau & de Fieubet Conseillers d'Etat, qui étoient morts; il étoit Chancelier de Dombes, premier Magistrat de cette Souveraineté. L'esprit même d'affaires ne s'étoit pas refusé à lui.

En 1696 feu M. le Duc de Bourgogne étant venu en âge d'apprendre les Mathématiques, Mad^e de Maintenon porta le Roi à confier cette partie de son éducation à M. de Malézieu, tandis qu'il donneroit à M. Sauveur les deux autres Enfans de France. M. de Malézieu, assés délicat pour craindre qu'un si grand honneur ne s'accordât pas parfaitement avec l'attachement inviolable qu'il devoit à M. & à Mad^e du Maine, & rassûré par eux-mêmes sur ce scrupule, demanda du moins en grace, que pour mieux marquer qu'il

ne

ne sortoit point de son ancien engagement, il lui fût permis de ne point recevoir d'appointemens du Roi.

Parmi tous les Elémens de Géométrie, qui avoient paru jusque-là, il choisit ceux de M. Arnaud, comme les plus clairs, & les mieux digérés, pour en faire le fond des leçons qu'il donneroit à M. le Duc de Bourgogne. Seulement il fit à cet Ouvrage quelques additions, & quelques retranchemens. Il remarqua bientôt que le jeune Prince, qui surmontoit avec une extrême vivacité les difficultés d'une étude si épineuse, *tomboit aussi quelquefois dans l'inconvénient de vouloir passer à côté, quand il ne les emportoit pas d'abord.* Pour le fixer davantage, il lui proposa *d'écrire de sa main au commencement d'une leçon ce qui avoit été enseigné la veille.* Toutes ces leçons écrites par le Prince pendant le cours de quatre ans, & précieusement rassemblées, ont fait un Corps, que M. Boissiere, Bibliothécaire de M. le Duc du Maine, fit imprimer en 1715 sous le titre d'*Elémens de Géométrie de Mgr le Duc de Bourgogne*. L'Editeur les dédie au Prince même qui en est l'Auteur, & n'oublie pas tout ce qui est dû au savant Maître de Géométrie. Il y a à la fin du Livre quelques Problêmes, qui n'appartiennent point à des Elémens, résolus par la méthode Analitique, & qui, selon toutes les apparences, sont de M. de Malézieu. Il est dit sur ce sujet, qu'Archimede, & les grands Géometres anciens, *ont dû avoir notre Analyse, ou quelque méthode équivalente, parce qu'il est moralement impossible qu'ils eussent suivi, sans s'égarer, des routes aussi composées que celles qu'ils proposent.*

Mais

Mais par-là on leur ôte la force merveilleuse, qui a été nécessaire pour suivre, sans s'égarer, des routes si tortueuses, si longues & si embarrassées, & cette force compense le mérite moderne d'avoir découvert des chemins sans comparaison plus courts & plus faciles. On veut que pour causer plus d'admiration, ils ayent caché leur Secret, quoiqu'en le révélant ils eussent causé une admiration, du moins égale, & qu'ils eussent en même tems infiniment avancé des Sciences utiles; on veut qu'ils ayent été tous également fideles à garder ce secret, également jaloux d'une gloire qu'ils pouvoient changer contre une autre, également indifférens pour le bien-public.

Au renouvellement de l'Académie en 1699, M. de Malézieu fut un des Honoraires, & en 1701 il entra à l'Académie Françoise. On ne sera pas étonné qu'il fût Citoyen de deux Etats si différens.

Il faisoit dans sa maison de Châtenai près de Seaux, des Observations astronomiques selon la même méthode qu'elles se font à l'Observatoire, où il les avoit apprises de Mrs Cassini & M. Maraldi, ses amis particuliers, & il les communiquoit à l'Académie. Une personne du plus haut rang avoit part à ces Observations, aussi bien qu'à celles qu'il faisoit avec le Microscope, dont nous avons rapporté la plus singuliere en 1718 *. S'il n'eût pas été assés savant, il eût été obligé de le devenir toûjours de plus en plus pour faire sa cour, & pour suivre les progrès de qui prenoit ses instructions.

Son

* p. 12.

Son temperament robuste & de feu, joint à ne vie règlée, lui a valu une longue santé, ui ne s'est démentie que vers les 76 ans, enore n'a-ce été que par un dépérissement lent, x presque sans douleur. Il mourut d'Apoplexie e 4 Mars 1727 dans la 77me année de son âge, x la 54me d'un mariage toûjours heureux, où 'estime & la tendresse mutuelles n'avoient point été altérées. La double louange qui en résulte sera toûjours très-rare, même dans d'autres biecles que celui-ci.

Il a laissé cinq Enfans vivans: trois Garçons, dont l'aîné est Evêque de Lavaur; le 2d, Brigadier des Armées du Roi & Lieutenant-général d'Artillerie; & le 3me, Capitaine de Carabiniers: & deux filles, dont l'une est mariée à M. de Messimy, premier Président du Parlement de Dombes, & l'autre à M. le Comte de Guiry, Lieutenant-général du Païs d'Aunis, & Mestre de Camp de Cavalerie.

ELOGE

DE M. NEWTON.

ISAAC NEWTON nâquit le jour de Noel V.S de l'an 1642, à Volstrope dans la Province de Lincoln. Il sortoit de la Branche aînée de Jean Newton, Chevalier Baronnet Seigneur de Volstrope. Cette Seigneurie étoit dans la famille depuis près de 200 ans. Mrs Newton s'y étoient transportés de Westby dans la même Pro-

Province de Lincoln, mais ils étoient originaires de Newton dans celle de Lancaftre. La mere de M. Newton, nommée Anne Afcough, étoit auffi d'une ancienne famille. Elle fe remaria après la mort de fon premier mari, pere de M. Newton.

Elle mit fon fils âgé de 12 ans à la grande Ecole de Grantham, & l'en retira au bout de quelques années, afin qu'il s'accoûtumât de bonne heure à prendre connoiffance de fes affaires, & à les gouverner lui-même. Mais elle le trouva fi peu occupé de ce foin, fi diftrait par les Livres, qu'elle le renvoya à Grantham pour y fuivre fon goût en liberté. Il le fatisfit encore mieux en paffant de-là au College de la Trinité dans l'Univerfité de Cambridge, où il fût reçû en 1660 à l'âge de 18 ans.

Pour apprendre les Mathématiques, il n'étudia point Euclide, qui lui parut trop clair, trop fimple, indigne de lui prendre du tems; il le favoit prefque avant que de l'avoir lû, & un coup d'œil fur l'énoncé des Théorêmes les lui démontroit. Il fauta tout d'un coup à des Livres tels que la Géométrie de Defcartes, & les Optiques de Kepler. On lui pourroit appliquer ce que Lucain a dit du Nil, dont les Anciens ne connoiffoient point la fource, *Qu'il n'a pas été permis aux hommes de voir le Nil foible & naiffant.* Il y a des preuves que M. Newton avoit fait à 24 ans fes grandes découvertes en Géométrie, & pofé les fondements de fes deux célébres Ouvrages, les *Principes*, & l'*Optique.* Si des Intelligences fupérieures à l'Homme ont auffi un progrès de connoiffances, elles volent tandis que nous rampons, el-

les

les suppriment des milieux que nous ne parcourons qu'en nous traînant lentement, & avec effort, d'une Vérité à une autre qui y touche.

Nicolas Mercator né dans le Holstein, mais qui a passé sa vie en Angleterre, publia en 1668 sa *Logarithmotechnie*, où il donnoit par une Suite ou Série infinie la Quadrature de l'Hyperbole. Alors il parut pour la premiere fois dans le monde savant une Suite de cette espece, tirée de la nature particuliere d'une Courbe, avec un art tout nouveau, & trés délié. L'illustre M. Barrow, qui étoit à Cambridge où étoit M. Newton âgé de 26 ans, se souvint aussitôt d'avoir vû la même Théorie dans des Ecrits du jeune Homme, non pas bornée à l'Hyperbole, mais étendue par des formules générales à toutes sortes de Courbes, même méchaniques, à leurs Quadratures, à leurs Rectifications, à leurs Centres de gravité, aux Solides formés par leurs révolutions, aux Surfaces de ces Solides, de sorte que quand les déterminations étoient possibles, les Suites s'arrêtoient à un certain point, ou si elles ne s'arrêtoient pas, on en avoit les sommes par Règle; que si les déterminations précises étoient impossibles, on en pouvoit toûjours approcher à l'Infini, supplément le plus heureux & le plus subtil que l'Esprit humain pût trouver à l'imperfection de ses connoissances. C'étoit une grande richesse pour un Géometre de posséder une Théorie si féconde & si générale, c'étoit une gloire encore plus grande d'avoir inventé une Théorie si surprenante & si ingénieuse; & M. Newton averti par le Livre de Mercator que cet habile homme étoit sur la voye, & que d'autres s'y pourroient

mettre en le suivant, devoit naturellement se presser d'étaler ses trésors, pour s'en assûrer la véritable propriété, qui consiste dans la découverte. Mais il se contenta de la richesse, & ne se picqua point de la gloire. Il dit lui-même dans une Lettre du *Commercium Epistolicum*, *qu'il avoit crû que son Secret étoit entierement trouvé par Mercator, ou le seroit par d'autres, avant qu'il fût d'un âge assez mûr pour composer*. Il se laissoit enlever sans regret ce qui avoit dû lui promettre beaucoup de gloire, & le flater des plus douces espérances de cette espece, & il attendoit à l'âge convenable pour composer ou pour se donner au Public, n'ayant pas attendu celui de faire les plus grandes choses. Son Manuscrit sur les Suites infinies fut simplement communiqué à M. Collins, & à Milord Brounker, habiles en ces matieres, & encore ne le fut-il que par M. Barrow, qui ne lui permettoit pas d'être tout-à-fait aussi modeste qu'il l'eût voulu.

Ce Manuscrit, tiré en 1669 du Cabinet de l'Auteur, porte pour titre: *Méthode que j'avois trouvée autrefois*, &c. Et quand cet *autrefois* ne seroit que trois ans, il auroit donc trouvé à 24 ans toute la belle Théorie des Suites. Mais il y a plus. Ce même Manuscrit contient, & l'invention & le Calcul des *Fluxions*, ou Infiniment petits, qui ont causé une si grande contestation entre M. Leibnits & lui, ou plûtôt entre l'Allemagne & l'Angleterre. Nous en avons fait l'Histoire en 1716 * dans l'Eloge de M. Leibnits, & quoique ce fût l'Eloge de M. Leib-

* p. 134. & suiv.

Leibnits, nous y avons si exactement gardé la neutralité d'Historien, que nous n'avons présentement rien de nouveau à dire pour M. Newton. Nous avons marqué expressément, *que M. Newton étoit certainement Inventeur, que sa gloire étoit en sûreté, & qu'il n'étoit question que de savoir si M. Leibnits avoit pris de lui cette idée.* Toute l'Angleterre en est convaincue, quoique la Societé Royale ne l'ait pas prononcé dans son Jugement, & l'ait tout au plus insinué. M. Newton est constamment le premier Inventeur, & de plusieurs années le premier. M. Leibnits de son côté est le premier qui ait publié ce Calcul, & s'il l'avoit pris de M. Newton, il ressembleroit du moins au Prométhée de la Fable, qui déroba le feu aux Dieux, pour en faire part aux hommes.

En 1687 M. Newton se résolut enfin à se dévoiler, & à révéler ce qu'il étoit; les *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* parurent. Ce Livre, où la plus profonde Géométrie sert de base à une Physique toute nouvelle, n'eut pas d'abord tout l'éclat qu'il méritoit, & qu'il devoit avoir un jour. Comme il est écrit très-savamment, que les paroles y sont fort épargnées, qu'assés souvent les conséquences y naissent rapidement des principes, & qu'on est obligé à suppléer de soi-même tout l'entre-deux, il falloit que le Public eût le loisir de l'entendre. Les grands Géometres n'y parvinrent qu'en l'étudiant avec soin, les médiocres ne s'y embarquerent qu'excités par le témoignage des grands; mais enfin quand le Livre fut suffisamment connu, tous ces suffrages, qu'il avoit gagnés si lentement, éclaterent de toutes parts, & ne for-

formerent qu'un cri d'admiration. Tout le monde fut frappé de l'esprit original qui brille dans l'Ouvrage, de cet esprit créateur, qui dans toute l'étendue du Siecle le plus heureux ne tombe guere en partage qu'à trois ou quatre hommes pris dans toute l'étendue des Pays savants.

Deux Théories principales dominent dans les *Principes Mathématiques*, celle des Forces Centrales, & celle de la Résistance des Milieux au Mouvement, toutes deux presque entierement neuves, & traitées selon la sublime Géométrie de l'Auteur. On ne peut plus toucher ni à l'une ni à l'autre de ces matieres, sans avoir M. Newton devant les yeux, sans le répéter, ou sans le suivre; & si on veut le déguiser, quelle adresse pourra empêcher qu'il ne soit reconnu?

Le rapport trouvé par Kepler, entre les révolutions des Corps célestes, & leurs distances à un centre commun de ces révolutions, regne constamment, dans tout le Ciel. Si l'on imagine, ainsi qu'il est nécessaire, qu'une certaine force empêche ces grands Corps de suivre pendant plus d'un instant leur mouvement naturel en ligne droite d'Occident en Orient, & les retire continuellement vers un centre, il suit de la Règle de Kepler, que cette force, qui sera centrale, ou plus particulierement *centripete*, aura sur un même corps une action variable selon ses différentes distances à ce centre, & cela dans la raison renversée des quarrés de ces distances; c'est-à-dire, par exemple, si ce corps étoit deux fois plus éloigné du centre de sa révolution, l'action de la force centrale sur lui en

n seroit quatre fois plus foible. Il paroît que M. Newton est parti de là pour toute sa Physique du Monde pris en grand. Nous pouvons supposer aussi ou feindre qu'il a d'abord considéré la Lune, parce qu'elle a la Terre pour centre de son mouvement.

Si la Lune perdoit toute l'impulsion, toute la tendance qu'elle a pour aller d'Occident en Orient en ligne droite, & qu'il ne lui restât que la force centrale qui la porte vers le centre de la Terre, elle obéiroit donc uniquement à cette force, en suivroit uniquement la direction, & viendroit en ligne droite vers le centre de la Terre. Son mouvement de révolution étant connu, M. Newton démontre par ce mouvement que dans la 1re Minute de sa descente elle décriroit 15 pieds de Paris. Sa distance à la Terre est de 60 demi-diametres de la Terre, donc si la Lune étoit à la surface de la Terre, sa force seroit augmentée selon le quarré de 60, c'est-à-dire, qu'elle seroit 3600 fois plus puissante, & que la Lune dans une Minute décriroit 3600 fois 15 pieds.

Maintenant si l'on suppose que la force qui agissoit sur la Lune soit la même que celle que nous appellons Pesanteur dans les Corps terrestres, il s'ensuivra du Systême de Galilée, que la Lune, qui à la surface de la Terre parcouroit 3600 fois 15 pieds en 1 Minute, devroit parcourir aussi 15 pieds dans la 1re 60me partie, ou dans la 1re Seconde de cette Minute. Or on sait par toutes les expériences, & on n'a pû les faire qu'à de très-petite distances de la surface de la Terre, que les Corps pesans tombent de 15 pieds dans la 1re Seconde de leur chû-

chûte. Ils ſont donc, quand nous éprouvons la durée de leurs chûtes, dans le même cas précisément, que ſi ayant fait autour de la Terre, avec la même force centrale que la Lune, la même révolution, & à la même diſtance, ils ſe trouvoient enſuite tout près de la ſurface de la Terre; & s'ils ſont dans le même cas où ſeroit la Lune, la Lune eſt dans le cas où ils ſont, & n'eſt retirée à chaque inſtant vers la Terre que par la même Peſanteur. Une conformité ſi exacte d'effets, ou plutôt cette parfaite identité, ne peut venir que de celle des cauſes.

Il eſt vrai que dans le Syſtême de Galilée, qu'on a ſuivi ici, la Peſanteur eſt conſtante, & que la force centrale de la Lune ne l'eſt pas dans la démonſtration même qu'on vient de donner. Mais la Peſanteur peut bien ne paroître conſtante, ou pour mieux dire, elle ne le paroît dans toutes nos expériences, qu'à cauſe que la plus grande hauteur d'où nous puiſſions voir tomber des Corps, n'eſt rien par rapport à la diſtance de 1500 Lieues, où ils ſont tous du centre de la Terre. Il eſt démontré qu'un Boulet de Canon tiré horizontalement décrit dans l'hypotheſe de la Peſanteur conſtante une Parabole terminée à un certain point par la rencontre de la Terre; mais que s'il étoit tiré d'une hauteur qui pût rendre ſenſible l'inégalité d'action de la Peſanteur, il décriroit au lieu de la Parabole une Ellipſe, dont le centre de la Terre ſeroit un des Foyers, c'eſt-à-dire, qu'il feroit exactement ce que fait la Lune.

Si la Lune eſt peſante à la maniere des Corps

Corps terrestres, si elle est portée vers la Terre par la même force qui les y porte, si, selon l'expression de M. Newton, elle pese sur la Terre, la même cause agit dans tout ce merveilleux assemblage de Corps célestes; car toute la Nature est une, c'est par-tout la même disposition, par-tout des Ellipses décrites par des Corps dont le mouvement se rapporte à un Corps placé dans un des Foyers. Les Satellites de Jupiter pesent sur Jupiter, comme la Lune sur la Terre, les Satellites de Saturne sur Saturne, toutes les Planetes ensemble sur le Soleil.

On ne sait point en quoi consiste la Pesanteur, & M. Newton lui-même l'a ignoré. Si la Pesanteur agit par impulsion, on conçoit qu'un bloc de Marbre qui tombe, peut être poussé vers la Terre, sans que la Terre soit aucunement poussée vers lui; & en un mot tous les centres, auxquels se rapportent les mouvemens causés par la Pesanteur, pourront être immobiles. Mais si elle agit par attraction, la Terre ne peut attirer le bloc de Marbre, sans que ce bloc n'attire aussi la Terre; pourquoi cette vertu attractive seroit elle plutôt dans certains Corps que dans d'autres? M. Newton pose toûjours l'action de la Pesanteur réciproque dans tous les Corps, & proportionnelle seulement à leurs masses, & par-là il semble déterminer la Pesanteur à être réellement une attraction. Il n'employe à chaque moment que ce mot pour exprimer la force active des Corps, force, à la vérité, inconnue, & qu'il ne prétend pas définir: mais si elle pouvoit agir

auſſi par impulſion, pourquoi ce terme plus clair n'auroit-il pas été préféré? car on conviendra qu'il n'étoit guere poſſible de les employer tous deux indifféremment, ils ſont trop oppoſés. L'uſage perpétuel du mot d'attraction, ſoûtenu d'une grande autorité, & peut-être auſſi de l'inclination qu'on croit ſentir à M. Newton pour la choſe même, familiariſe du moins les Lecteurs avec une idée proſcrite par les Cartéſiens, & dont tous les autres Philoſophes avoient ratifié la condamnation: il faut être préſentement ſur ſes gardes, pour ne lui pas imaginer quelque réalité; on eſt expoſé au péril de croire qu'on l'entend.

Quoi qu'il en ſoit, tous les Corps, ſelon M. Newton, peſent les uns ſur les autres, ou s'attirent en raiſon de leurs maſſes, & quand ils tournent autour d'un centre commun, dont par conſéquent ils ſont attirés, & qu'ils attirent, leurs forces attractives varient dans la raiſon renverſée des quarrés de leurs diſtances à ce centre; & ſi tous enſemble avec leur centre commun tournent autour d'un autre centre commun à eux & à d'autres, ce ſont encore de nouveaux rapports, qui font une étrange complication. Ainſi chacun des cinq Satellites de Saturne peſe ſur les quatre autres, & les quatre autres ſur lui; tous les cinq peſent ſur Saturne, & Saturne ſur eux; le tout enſemble peſe ſur le Soleil, & le Soleil ſur ce tout. Quelle Géometrie a été néceſſaire pour débrouiller ce Cahos de rapports! Il paroît téméraire de l'avoir entrepris, & on ne peut voir ſans é-

ton-

tonnement que d'une Théorie si abstraite, formée de plusieurs Théories particulieres, toutes très-difficiles à manier, il naisse nécessairement des conclusions toûjours conformes aux faits établis par l'Astronomie.

Quelquefois même ces conclusions semblent deviner des faits, auxquels les Astronomes ne se seroient pas attendus. On prétend depuis un tems, & sur-tout en Angleterre, que quand Jupiter & Saturne sont entre eux dans leur plus grande proximité, qui est de 165 millions de Lieues, leurs mouvemens ne sont plus de la même régularité que dans le reste de leur cours; & le Systême de M. Newton en donne tout d'un coup la cause, qu'aucun autre Systême ne donneroit. Jupiter & Saturne s'attirent plus fortement l'un l'autre, parce qu'ils sont plus proches, & par-là la régularité du reste de leur cours est sensiblement troublée. On peut aller jusqu'à déterminer la quantité & les bornes de ce déreglement.

La Lune est la moins réguliere des Planetes; elle échappe assés souvent aux Tables les plus exactes, & fait des écarts dont on ne connoît point les principes. M. Halley, que son profond savoir en Mathématique n'empêche pas d'être bon Poëte, dit dans des Vers Latins qu'il a mis au devant des *Principes* de M. Newton, que *la Lune jusque-là ne s'étoit point laissé assujettir au frein des Calculs, & n'avoit été domptée par aucun Astronome*, mais qu'elle *l'est* enfin dans le nouveau Systême. Toutes les bizarreries de son cours y deviennent d'une nécessité qui les fait prédire, & il est diffi-

 cile

cile qu'un Syſtême, où elles prennent cette forme, ne ſoit qu'un Syſtême heureux, ſur-tout ſi on ne les regarde que comme une petite partie d'un Tout, qui embraſſe avec le même ſuccès une infinité d'autres explications. Celle du Flux & du Reflux s'offre ſi naturellement par l'action de la Lune ſur les Mers, combinée avec celle du Soleil, que ce merveilleux phénomène ſemble en être dégradé.

La ſeconde des deux grandes Théories ſur leſquelles roule le Livre des *Principes*, eſt celle la Réſiſtance des Milieux au Mouvement, qui doit entrer dans les principaux phénomenes de la Nature, tels que les Mouvemens des Corps céleſtes, la Lumiere, le Son. M. Newton établit à ſon ordinaire ſur une très profonde Géométrie, ce qui doit réſulter de cette Réſiſtance, ſelon toutes les cauſes qu'elle peut avoir, la Denſité du Milieu, la Vîteſſe du Corps mû, la grandeur de ſa Surface, & il arrive enfin à des concluſions qui détruiſent les Tourbillons de Deſcartes, & renverſent ce grand Edifice céleſte, qu'on auroit crû inébranlable. Si les Planetes ſe meuvent autour du Soleil dans un Milieu, quel qu'il ſoit, dans une matiere Ethérée, qui remplit tout, & qui, quelque ſubtile qu'elle ſoit, n'en réſiſtera pas moins, ainſi qu'il eſt démontré; comment les mouvemens des Planetes n'en ſont-ils pas perpétuellement, & même promptement affoiblis? ſur-tout, comment les Cometes traverſent-elles les Tourbillons librement en tous ſens, quelquefois avec des directions de mouve-

vement contraires aux leurs, ſans en recevoir nulle altération ſenſible dans leurs mouvemens, de quelque longue durée qu'ils puiſſent être? Comment ces Torrens immenſes, & d'une rapidité preſqu'incroyable n'abſorbent-ils pas en peu d'inſtans tout le mouvement particulier d'un Corps, qui n'eſt qu'un atome par rapport à eux, & ne le forcent-ils pas à ſuivre leur cours?

Les Corps céleſtes ſe meuvent donc dans un grand Vuide, ſi ce n'eſt que leurs exhalaiſons, & les rayons de Lumiere, qui forment enſemble mille entrelaſſemens différens, mêlent un peu de matiere à des Eſpaces immatériels preſqu'infinis. L'Attraction & le Vuide, bannis de la Phyſique par Deſcartes, & bannis pour jamais ſelon les apparences, y reviennent ramenés par M. Newton, armés d'une force toute nouvelle dont on ne les croyoit pas capables, & ſeulement peut-être un peu déguiſés.

Les deux grands Hommes, qui ſe trouvent dans une ſi grande oppoſition, ont eû de grands rappors. Tous deux ont été des génies du premier ordre, nés pour dominer ſur les autres eſprits, & pour fonder des Empires. Tous deux Géometres excellens ont vû la néceſſité de tranſporter la Géométrie dans la Phyſique. Tous deux ont fondé leur Phyſique ſur une Géométrie, qu'ils ne tenoient preſque que de leurs propres lumieres. Mais l'un, prenant un vol hardi, a voulu ſe placer à la ſource de tout, ſe rendre maître des premiers principes par quelques idées claires & fondamentales, pour n'avoir plus qu'à deſcendre

aux phénomenes de la Nature, comme à des conséquences nécessaires. L'autre, plus timide, ou plus modeste, a commencé sa marche par s'appuyer sur les phénomenes pour remonter aux principes inconnus, résolu de les admettre quels que les pût donner l'enchaînement des conséquences. L'un part de ce qu'il entend nettement, pour trouver la cause de ce qu'il voit. L'autre part de ce qu'il voit pour en trouver la cause, soit claire soit, obscure. Les principes évidens de l'un ne le conduisent pas toûjours aux phénomenes tels qu'ils sont; les phénomenes ne conduisent pas toûjours l'autre à des principes assés évidens. Les bornes, qui dans ces deux routes contraires ont pû arrêter deux hommes de cette espece, ce ne sont pas les bornes de leur Esprit, mais celles de l'Esprit humain.

En même tems que M. Newton travailloit à son grand Ouvrage des *Principes*, il en avoit un autre entre les mains, aussi original, aussi neuf, moins général par son titre, mais aussi étendu par la maniere dont il devoit traiter un sujet particulier. C'est l'*Optique*, ou *Traité de la Lumiere & des Couleurs*, qui parut pour la premiere fois en 1704. Il avoit fait pendant le cours de 30 années les expériences qui lui étoient nécessaires.

L'Art de faire des Expériences porté à un certain degré, n'est nullement commun. Le moindre fait qui s'offre à nos yeux, est compliqué de tant d'autres faits, qui le composent ou le modifient, qu'on ne peut sans une extrême adresse démêler tout ce qui y entre, ni même sans une sagacité extrême soup-

soupçonner tout ce qui peut y entrer. Il faut décomposer le fait dont il s'agit en d'autres qui ont eux-mêmes leur composition; & quelquefois, si l'on n'avoit bien choisi sa route, on s'engageroit dans des Labyrinthes d'où l'on ne sortiroit pas. Les faits primitifs & élémentaires semblent nous avoir été cachés par la Nature avec autant de soin que des Causes, & quand on parvient à les voir, c'est un spectacle tout nouveau, & entierement imprévû.

L'Objet perpetuel de l'*Optique* de M. Newton, est l'Anatomie de la Lumiere. L'expression n'est point trop hardie, ce n'est que la chose même. Un très petit Rayon de Lumiere, qu'on laisse entrer dans une chambre parfaitement obscure, mais qui ne peut être si petit qu'il ne soit encore un faisceau d'une infinité de rayons, est divisé, dissequé, de façon que l'on a les rayons élémentaires qui le composoient séparés les uns des autres, & teints chacun d'une couleur particuliere, qui après cette séparation ne peut plus être altérée. Le Blanc dont étoit le rayon total avant la dissection, résultoit du mélange de toutes les couleurs particulieres des rayons primitifs. La séparation de ces rayons étoit si difficile, que quand M. Mariotte l'entreprit sur les premiers bruits des expériences de M. Newton, il la manqua, lui qui avoit tant de génie pour les expériences, & qui a si bien réussi sur tant d'autres sujets.

On ne sépareroit jamais les Rayons primitifs & colorés, s'ils n'étoient de leur nature

tels qu'en passant par le même Milieu, par le même Prisme de verre, ils se rompent sous différens angles, & par-là se démêlent quand ils sont reçûs à des distances convenables. Cette différente réfrangibilité des Rayons rouges, jaunes, verts, bleus, violets & de toutes les couleurs intermédiaires en nombre infini, propriété qu'on n'avoit jamais soupçonnée, & à laquelle on ne pouvoit guere être conduit par aucune conjecture, est la découverte fondamentale du Traité de M. Newton. La différente réfrangibilité amene la différente réflexibilité. Il y a plus. Les Rayons qui tombent sous le même angle sur une surface, s'y rompent & réfléchissent alternativement, espece de jeu qui n'a pû être apperçû qu'avec des yeux extrêmement fins, & bien aidés par l'Esprit. Enfin, & sur ce point seul, la premiere idée n'appartient pas à M. Newton, les Rayons qui passent près des extrémités d'un Corps sans le toucher, ne laissent pas de s'y détourner de la ligne droite, ce qu'on appelle *inflexion*. Tout cela ensemble forme un Corps d'*Optique* si neuf, qu'on pourra desormais regarder cette Science comme presque entierement dûe à l'Auteur.

Pour ne pas se borner à des spéculations, qu'on traite quelquefois injustement d'oisives, il a donné dans cet Ouvrage l'invention & le dessein d'un Telescope par réflexion, qui n'a été bien exécuté que longtems après. On a vû ici que ce Telescope n'ayant que 2 pieds ½ de longueur, faisoit autant

tant

tant d'effet qu'un bon Telescope ordinaire de 8 ou 9 pieds, avantage très considérable, & dont apparemment on connoîtra mieux encore à l'avenir toute l'étendue.

Une utilité de ce Livre, aussi grande peut-être que celle qu'on tire du grand nombre de connoissances nouvelles dont il est plein, est qu'il fournit un excellent modele de l'Art de se conduire dans la Philosophie Expérimentale. Quand on voudra interroger la Nature par les expériences & les observations, il la faudra interroger comme M. Newton, d'une maniere aussi adroite, & aussi pressante. Des choses qui se dérobent presque à la recherche par être trop déliées, il les fait réduire à souffrir le Calcul, qui ne demande pas seulement le savoir des bons Géometres, mais encore plus une dextérité particuliere. L'application qu'il fait de sa Géométrie a autant de finesse, que sa Géométrie a de sublimité.

Il n'a pas achevé son *Optique*, parce que des expériences, dont il avoit encore besoin, furent interrompues, & qu'il n'a pû les reprendre. Les Pierres d'attente qu'il a laissées à cet Edifice imparfait, ne pourront guere être employées que par des mains aussi habiles que celles du premier Architecte. Il a du moins mis sur la voye, autant qu'il a pû, ceux qui voudront continuer son ouvrage, & même il leur trace un chemin pour passer de l'Optique à une Physique entiere; sous la forme de *Doutes* ou de *Questions à éclaircir*, il propose un grand nombre de vûes, qui aide-

ront les Philosophes à venir, ou du moins
feront l'histoire, toûjours curieuse, des pensées d'un grand Philosophe.

L'Attraction domine dans ce Plan abrégé de Physique. La force qu'on appelle *dureté* des Corps, est l'Attraction mutuelle de leurs parties, qui les serre les unes contre les autres; & si elles sont de figure à se pouvoir toucher par toutes leurs faces sans laisser d'interstices, les Corps sont parfaitement durs. Il n'y a de cette espece que de petits Corps primordiaux & inaltérables, Elémens de tous les autres. Les fermentations, ou effervescences Chimiques, dont le mouvement est si violent qu'on les pourroit quelquefois comparer à des Tempêtes, sont des effets de cette puissante Attraction, qui n'agit entre les petits corps qu'à de petites distances.

En général, il conçoit que l'Attraction est le principe agissant de toute la Nature, & la cause de tous les mouvemens. Car si une certaine quantité de mouvement une fois imprimée par les mains de Dieu, ne faisoit ensuite que se distribuer différemment selon les Loix du Choc, il paroît qu'il périroit toûjours du mouvement par les chocs contraires sans qu'il en pût renaître, & que l'Univers tomberoit assés promptement dans un repos, qui seroit la mort générale de tout. La vertu de l'Attraction toûjours subsistante, & qui ne s'affoiblit point en s'exerçant, est une ressource perpétuelle d'action & de vie. Encore peut-il arriver que les effets de cette vertu vien-

viennent enfin à se combiner de façon que le Systême de l'Univers se dérègleroit, & *qu'il demanderoit*, selon M. Newton, *une main qui y retouchât*.

Il déclare bien nettement, qu'il ne donne cette Attraction que pour une cause qu'il ne connoît point, & dont seulement il considére, compare & calcule les effets ; & pour se sauver du reproche de rappeller les *Qualités occultes* des Scholastiques, il dit qu'il n'établit que des qualités *manifestes* & très-sensibles par les phénomenes : mais qu'à la vérité les causes de ces qualités sont *occultes*, & qu'il en laisse la recherche à d'autres Philosophes. Mais ce que les Scholastiques appelloient Qualités occultes, n'étoient ce pas des Causes ? ils voyoient bien aussi les Effets. D'ailleurs ces Causes occultes, que M. Newton n'a pas trouvées, croyoit-il que d'autres les trouvassent ? s'engagera-t-on avec beaucoup d'esperance à les chercher ?

Il mit à la fin de l'*Optique* deux Traités de pure Géométrie, l'un de la *Quadrature des Courbes*, l'autre un *Dénombrement des Lignes* qu'il appelle *du* 3me *ordre*. Il les en a retranchés depuis, parce que le sujet en étoit trop différent de celui de l'Optique, & on les a imprimés à part en 1711, avec une *Analyse par les Equations infinies*, & la *Méthode Différentielle*. Ce ne seroit plus rien dire, que d'ajoûter ici qu'il brille dans tous ces Ouvrages une haute & fine Géométrie, qui lui appartenoit entierement.

Absorbé dans ses spéculations, il devoit naturellement être & indifférent pour les

affaires, & incapable de les traiter. Cependant lors qu'en 1687, année de la publication de ses *Principes*, les privileges de l'Université de Cambridge, où il étoit Professeur en Mathématique dès l'an 1669, par la démission de M. Barrow en sa faveur, furent attaqués par le Roi Jacques II, il fut un des plus zèlés à les soûtenir, & son Université le nomma pour être un de ses Délégués pardevant la Cour de *Haute-Commission*. Il en fut aussi le Membre représentant dans le Parlement de *Convention* en 1688, & il y tint séance jusqu'à ce qu'il fût dissous.

En 1696 le Comte de Halifax, Chancelier de l'Echiquier, & grand Protecteur des Savans, car les Seigneurs Anglois ne se picquent pas de l'honneur d'en faire peu de cas, & souvent le sont eux-mêmes, obtint du Roi Guillaume de créer M. Newton *Garde des Monnoyes*, & dans cette charge il rendit des services importans à l'occasion de la grande Refonte qui se fit en ce tems-là. Trois ans après il fut *Maître de la Monnoye*, emploi d'un revenu très considérable, & qu'il a possédé jusqu'à la mort.

On pourroit croire que sa Charge de la Monnoye ne lui convenoit que parce qu'il étoit excellent Géometre & Physicien; & en effet cette matiere demande souvent des Calculs difficiles, & quantité d'expériences Chimiques, & il a donné des preuves de ce qu'il pouvoit en ce genre par sa *Table des Essais des Monnoyes étrangeres*, imprimée à la fin du Livre du Docteur Arbuthnott. Mais il falloit

que

que son génie s'étendît jusqu'aux affaires purement politiques, & où il n'entroit nul mélange des Sciences spéculatives. A la convocation du Parlement de 1701, il fut choisi de nouveau Membre de cette Assemblée pour l'Université de Cambridge. Après tout, c'est peut-être une erreur de regarder les Sciences & les affaires comme si incompatibles, principalement pour les hommes d'une certaine trempe. Les affaires politiques bien entendues se réduisent elles-mêmes à des Calculs très-fins, & à des combinaisons délicates, que les Esprits accoûtumés aux hautes spéculations saisissent plus facilement & plus sûrement, dès qu'ils sont instruits des faits, & fournis des matériaux nécessaires.

M. Newton a eû le bonheur singulier de jouïr pendant sa vie de tout ce qu'il méritoit; bien différent de Descartes, qui n'a reçû que des honneurs posthumes. Les Anglois n'en honorent pas moins les grands talens, pour être nés chés eux; loin de chercher à les rabaisser par des Critiques injurieuses, loin d'applaudir à l'Envie qui les attaque, ils sont tous de concert à les élever; & cette grande Liberté, qui les divise sur les points les plus importans, ne les empêche point de se réunir sur celui-là. Ils sentent tous combien la gloire de l'Esprit doit être précieuse à un Etat; & qui peut la procurer à leur Patrie, leur devient infiniment cher. Tous les Savans d'un Païs, qui en produit tant, mirent M. Newton à leur tête par une espece d'acclamation unanime, ils le reconnurent

pour Chef, & pour Maître; un Rebelle n'eût osé s'élever, on n'eût pas souffert même un médiocre admirateur. Sa Philosophie a été adoptée par toute l'Angleterre, elle domine dans la Societé Royale, & dans tous les excellens ouvrages qui en sont sortis, comme si elle étoit déja consacrée par le respect d'une longue suite de Siecles. Enfin il a été reveré au point, que la mort ne pouvoit plus lui produire de nouveaux honneurs, il a vû son Apothéose. Tacite, qui a reproché aux Romains leur extrême indifférence pour les grands Hommes de leur nation, eût donné aux Anglois la louange tout opposée. En vain les Romains se seroient-ils excusés sur ce que le grand mérite leur étoit devenu familier; Tacite leur eût répondu que le grand mérite n'étoit jamais commun, ou que même il faudroit, s'il étoit possible, le rendre commun par la gloire qui y seroit attachée.

En 1703 M. Newton fut élu Président de la Societé Royale, & l'a été sans interruption jusqu'à sa mort pendant 23 ans; exemple unique, & dont on n'a pas crû devoir craindre les conséquences.

La Reine Anne le fit Chevalier en 1705, titre d'honneur, qui marque du moins que son nom étoit allé jusqu'au Trône, où les noms les plus illustres en ce genre ne parviennent pas toûjours.

Il fut plus connu que jamais à la Cour sous le Roi George. La Princesse de Galles, aujourd'hui Reine d'Angleterre, avoit assés de lumieres & de connoissances pour interroger un homme tel que lui, & pour ne pouvoir

voir être satisfaite que par lui. Elle a souvent dit publiquement, qu'elle se tenoit heureuse de vivre de son tems, & de le connoître. Dans combien d'autres Siecles, & dans combien d'autres Nations auroit-il pû être placé sans y retrouver une Princesse de Galles!

Il avoit composé un ouvrage de Chronologie ancienne, qu'il ne songeoit point à publier; mais cette Princesse, à qui il en confia les vûes principales, les trouva si neuves & si ingénieuses, qu'elle voulut avoir un précis de tout l'ouvrage, qui ne sortiroit jamais de ses mains, & qu'elle posséderoit seule. Elle le garde encore aujourd'hui avec tout ce qu'elle a de plus précieux. Il s'en échappa cependant une Copie; il étoit difficile que la curiosité, excitée par un morceau singulier de M. Newton, n'usât de toute son adresse pour pénétrer jusqu'à ce Trésor, & il est vrai qu'il faudroit être bien sévére pour la condamner. Cette Copie fut apportée en France par celui qui étoit assés heureux pour l'avoir, & l'estime qu'il en faisoit l'empêcha de la garder avec le dernier soin. Elle fut vûe, traduite, & enfin imprimée.

Le point principal du Systême Chronologique de M. Newton, tel qu'il paroît dans cet Extrait qu'on a de lui, est de rechercher, en suivant avec beaucoup de subtilité quelques traces assés foibles de la plus ancienne Astronomie Grecque, quelle étoit au tems de Chiron le Centaure la position du Colure des Equinoxes par rapport aux Etoiles fixes.

fixes. Comme on ſait aujourdhui que ces Etoiles ont un mouvement en longitude d'un degré en 72 ans, ſi on ſait une fois qu'au tems de Chiron le Colure paſſoit par certaines Fixes, on ſaura, en prenant leur diſtance à celles par où il paſſe aujourd'hui, combien de tems s'eſt écoulé depuis Chiron juſqu'à nous. Chiron étoit du fameux voyage des Argonautes, ce qui en fixera l'Epoque, & néceſſairement enſuite celle de la Guerre de Troye, deux grands évenemens d'où dépend toute l'ancienne Chronologie. M. Newton les met de 500 ans plus proche de l'Ere Chrétienne, que ne font ordinairement les autres Chronologiſtes. Le Syſtême a été attaqué par deux Savans François. On leur reproche en Angletterre de n'avoir pas attendu l'ouvrage entier, & de s'être preſſés de critiquer. Mais cet empreſſement même ne fait il pas honneur à M. Newton? Ils ſe ſont ſaiſis le plus promptement qu'ils ont pû de la gloire d'avoir un pareil Adverſaire. Ils en vont trouver d'autres en ſa place. Le célébre M. Halley, premier Aſtronome du Roi de la Grande Bretagne, a déja écrit pour ſoûtenir tout l'Aſtronomique du Syſtême: ſon amitié pour l'illuſtre Mort, & ſes grandes connoiſſances dans la matiere, doivent le rendre redoutable. Mais enfin la conteſtation n'eſt pas terminée; le Public, peu nombreux, qui eſt en état de juger, ne l'a pas encore fait; & quand il arriveroit que les plus fortes raiſons fuſſent d'un côté, & de l'autre le nom de M. Newton, peut-être ce Public feroit-

il

il quelque tems en suspens, & peut-être seroit-il excusable.

Dès que l'Académie des Sciences par le Règlement de 1699 put choisir des Associés Etrangers, elle ne manqua pas de se donner M. Newton. Il entretint toûjours commerce avec elle, en lui envoyant tout ce qui paroissoit de lui. C'étoient ses anciens travaux, ou qu'il faisoit réimprimer, ou qu'il donnoit pour la premiere fois. Depuis qu'il fut employé à la Monnoye, ce qui étoit arrivé déja quelque tems auparavant, il ne s'engagea plus dans aucune entreprise considérable de Mathématique, ni de Philosophie. Car quoique l'on pût compter pour une entreprise considérable la Solution du fameux Problême des *Trajectoires*, proposé aux Anglois comme un défi par M. Leibnits pendant sa contestation avec eux, & recherché bien soigneusement pour l'embarras & la difficulté, ce ne fut presque qu'un jeu pour M. Newton. On assûre qu'il reçut ce Problême à quatre heures du soir, revenant de la Monnoye fort fatigué, & ne se coucha point qu'il n'en fût venu à bout. Après avoir servi si utilement dans les connoissances spéculatives toute l'Europe savante, il servit uniquement sa Patrie dans des affaires dont l'utilité étoit plus sensible & plus directe, plaisir touchant pour tout bon Citoyen; mais tout le tems qu'il avoit libre, il le donnoit à la curiosité de son Esprit, qui ne se faisoit point une gloire de dédaigner aucune sorte de connoissance, & savoit se nourrir de tout.

On

On a trouvé de lui après sa mort quanti d'Ecrits sur l'Antiquité, sur l'Histoire, su la Théologie même, si éloignée des Scien ces par où il est connu. Il ne se permetto ni de passer des momens oisifs sans s'occu per, ni de s'occuper légerement, & avec un foible attention.

Sa santé fut toûjours ferme & égale, jus qu'à l'âge de 80 ans, circonstance très-essen tielle du rare bonheur dont il a joui. Alo il commença à être incommodé d'une incon tinence d'Urine: encore dans les cinq anné suivantes, qui précéderent sa mort, eut- de grands intervalles de santé, ou d'un éta fort tolérable, qu'il se procuroit par le régi me, & par des attentions dont il n'avoit pa eû besoin jusque-là. Il fut obligé de se repo ser de ses fonctions à la Monnoye sur M Conduitt, qui avoit épousé une de ses Nie ces: il ne s'y résolut que parce qu'il éto bien sûr de remettre en bonnes mains un dé pôt si important & si délicat: Son jugemen a été confirmé depuis sa mort par le choi du Roi, qui a donné cette place à M. Con duitt. M. Newton ne souffrit beaucoup qu dans les derniers vingt jours de sa vie. O jugea sûrement qu'il avoit la Pierre, & qu'i n'en pouvoit revenir. Dans des accès de dou leur si violens que les gouttes de sueur lui c couloient sur le visage, il ne poussa jamai un cri, ni ne donna aucun signe d'impatien ce; & dès qu'il avoit quelques momens d relâche, il sourioit, & parloit avec sa gayet ordinaire. Jusque-là il avoit toûjours lû, o écr

écrit plusieurs heures par jour. Il lut les Gazettes le Samedi 18 Mars V. S. au matin, & parla longtems avec le Docteur Mead, Médecin célébre; il possédoit parfaitement tous ses sens & tout son esprit: mais le soir il perdit absolument la connoissance, & ne la reprit plus, comme si les facultés de son ame n'avoient été sujettes qu'à s'éteindre totalement, & non pas à s'affoiblir. Il mourut le Lundi suivant 20 Mars, âgé de quatre-vingt-cinq ans.

Son Corps fut exposé sur un Lit de parade dans la Chambre de Jerusalem, endroit d'où l'on porte au lieu de leur sépulture les personnes du plus haut rang, & quelquefois les Têtes couronnées. On le porta dans l'Abbaye de Westminster, le Poile étant soutenu par Mylord Grand-Chancelier, par les Ducs de Montrose & Roxburgh, & par les Comtes de Pembrocke, de Sussex & de Macclesfield. Ces six Pairs d'Angleterre qui firent cette fonction solemnelle, font assés juger quel nombre de personnes de distinction grossirent la Pompe funebre. L'Evêque de Rochester fit le Service, accompagné de tout le Clergé de l'Eglise. Le Corps fut enterré près de l'entrée du Chœur. Il faudroit presque remonter chés les anciens Grecs, si l'on vouloit trouver des exemples d'une aussi grande vénération pour le Savoir. La famille de M. Newton imite encore la Grece de plus près par un Monument qu'elle lui fait élever, & auquel elle employe une somme considérable. Le Doyen & le Chapitre de West-

Westminster ont permis qu'on le construise dans un endroit de l'Abbaye, qui a souvent été refusé à la plus haute Noblesse. La patrie & la famille ont fait éclater pour lui la même reconnoissance, que s'il les avoit choisies.

Il avoit la taille médiocre, avec un peu d'embonpoint dans ses dernieres années, l'œil fort vif & fort perçant, la physionomie agréable & vénérable en même tems, principalement quand il ôtoit sa perruque, & laissoit voir une chevelure toute blanche, épaisse & bien fournie. Il ne se servit jamais de Lunettes, & ne perdit qu'une seule dent pendant toute sa vie. Son nom doit justifier ces petits détails.

Il étoit né fort doux, & avec un grand amour pour la tranquillité. Il auroit mieux aimé être inconnu, que de voir le calme de sa vie troublé par ces orages litteraires, que l'Esprit & la Science attirent à ceux qui s'élevent trop. On voit par une de ses Lettres du *Commercium Epistolicum*, que son Traité d'Optique étant prêt à imprimer, des Objections prématurées qui s'éleverent, lui firent abandonner alors ce dessein. *Je me reprochois*, dit-il, *mon imprudence de perdre une chose aussi réelle que le repos, pour courir après une Ombre.* Mais cette Ombre ne lui a pas échappé dans la suite, il ne lui en a pas coûté son repos qu'il estimoit tant, & elle a eû pour lui autant de réalité que ce repos même.

Un caractere doux promet naturellement de la modestie, & on atteste que la sienne s'est

s'eſt toûjours conſervée ſans altération, quoique tout le monde fût conjuré contre elle. Il ne parloit jamais ou de lui, ou des autres, il n'agiſſoit jamais, d'une maniere à faire ſoupçonner aux Obſervateurs les plus malins le moindre ſentiment de vanité. Il eſt vrai qu'on lui épargnoit aſſés le ſoin de ſe faire valoir : mais combien d'autres n'auroient pas laiſſé de prendre encore un ſoin dont on ſe charge ſi volontiers, & dont il eſt ſi difficile de ſe repoſer ſur perſonne ? combien de grands hommes généralement applaudis ont gâté le concert de leurs louanges en y mêlant leurs voix !

Il étoit ſimple, affable, toûjours de niveau avec tout le monde. Les génies du premier ordre ne mépriſent point ce qui eſt au-deſſous d'eux, tandis que les autres mépriſent même ce qui eſt au-deſſus. Il ne ſe croyoit diſpenſé ni par ſon mérite, ni par ſa réputation, d'aucun des devoirs du commerce ordinaire de la vie ; nulle ſingularité ni naturelle, ni affectée : il ſavoit n'être, dès qu'il le falloit, qu'un homme du commun.

Quoiqu'il fût attaché à l'Egliſe Anglicane, il n'eût pas perſécuté les Non-Conformiſtes pour les y ramener. Il jugeoit les hommes pas les mœurs, & les vrais Non-Conformiſtes étoient pour lui les Vicieux & les Méchans. Ce n'eſt pas cependant qu'il s'en tînt à la Religion naturelle, il étoit perſuadé de la Révélation ; & parmi les Livres de toute eſpece, qu'il avoit ſans ceſſe entre

les

les mains, celui qu'il lisoit le plus assiduement étoit la Bible.

L'abondance où il se trouvoit & par un grand Patrimoine, & par son Emploi, augmentée encore par la sage simplicité de sa vie, ne lui offroit pas inutilement les moyens de faire du bien. Il ne croyoit pas que donner par son Testament, ce fût donner; aussi n'a-t-il point laissé de Testament, & il s'est dépouillé toutes les fois qu'il a fait des liberalités ou à ses Parens, ou à ceux qu'il savoit dans quelque besoin. Les bonnes actions qu'il a faites dans l'une & l'autre espece, n'ont été ni rares, ni peu considérables. Quand la bienséance exigeoit de lui en certaines occasions de la dépense & de l'appareil, il étoit magnifique sans aucun regret, & de très-bonne grace. Hors de-là tout ce faste, qui ne paroît quelque chose de grand qu'aux petits caracteres, étoit sévérement retranché, & les fonds reservés à des usages plus solides. Ce seroit effectivement un prodige, qu'un esprit accoûtumé aux réflexions, nourri de raisonnemens, & en même tems amoureux de cette vaine magnificence.

Il ne s'est point marié, & peut-être n'a-t-il pas eu le loisir d'y penser jamais; abîmé d'abord dans des études profondes & continuelles pendant la force de l'âge, occupé ensuite d'une Charge importante, & même de sa grande considération, qui ne lui laissoit sentir ni vuide dans sa vie, ni besoin d'une société domestique.

Il a laissé en biens meubles environ 32000 li-

livres Sterlin, c'eſt-à-dire, ſept cens mille livres de notre Monnoye. M. Leibnits, ſon Concurrent, mourut riche auſſi, quoique beaucoup moins, & avec une ſomme de reſerve aſſés conſidérable *. Ces exemples rares, & tous deux étrangers, ſemblent mériter qu'on ne les oublie pas.

* V. l'Hiſt. de 1716. p. 156.

MEMOI-

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRE'S DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXXVII.

MEMOIRE

dans lequel il est démontré que les Nerfs Intercostaux fournissent des rameaux qui portent des esprits dans les Yeux.

Par M. PETIT, Medecin.

J'Ai lû au mois de Decembre dernier un Memoire dans lequel je détermine l'endroit où l'on doit piquer l'œil pour bien abbattre la Cataracte : j'y remarque une chose qui m'a engagé de mettre celui-ci au nombre de mes Memoires sur les Yeux.

Je dis, qu'à quelque distance de la Cornée

que l'on perce l'œil pour faire l'operation de la Cataracte, l'on peut piquer & même couper entierement un de ces Nerfs, auquel Ruisch a donné le nom de *Ciliaires*. Je vais démontrer que ces Nerfs reçoivent des esprits animaux fournis en partie par l'Intercostal.

L'on a toûjours crû que les Nerfs Intercostaux prenoient leur origine du cerveau, & qu'ils étoient formés par quelques rameaux de la 5e & de la 6e paire des Nerfs de la moelle allongée. Willis & Vieussens qui ont donné de très belles Neurologies, ont été de ce sentiment. Willis * dit que les Nerfs Intercostaux sont formés par deux rameaux de la 5e & un rameau de la 6e paire; & dans la description qu'il donne de la 6e, il dit qu'elle fournit un ou deux rameaux qui se joignent à ceux de la 5e pour former le principe des Intercostaux. Il l'a representée dans sa 9e Planche, mais principalement dans la premiere & seconde figure de la distribution de la 5e & de la 6e paire, comme on va le voir dans la premire figure de ce Memoire.

A G est le Nerf de la 5e paire, *A* est son origine, *B H* le Nerf de la 6e. paire, *B* son origine, *C C* l'Intercostal, *D* le rameau qui lui vient, selon Willis, de la 6e paire, & qui n'est point representé recurrent comme les deux rameaux *E I* que la 5e paire fournit à l'Intercostal.

Vieussens † différe de Willis seulement en ce qu'il ne fait pas recurrens les rameaux de la 5e paire qui sont fournis, selon, lui à l'Inter-

* *Nervor. descript. c.* 25.
† *De Nervis, lib.* 3. *cap.* 3. *p.* 170 & 176.

tercostal, & sont dans leur état naturel dans sa 23e Planche, aussi-bien que dans sa 22e où il donne la distribution de la 5e & de la 6e paire, & tels qu'on les voit dans cette seconde figure en *E I*.

Ridlei, Bianchi * sont de même sentiment: les Nerfs Intercostaux dans les figures d'Eustachius paroissent ne tirer leur origine que de la 6e paire, & cela se trouve quelquefois.

Morgagni † qui a examiné ces Nerfs, dit qu'il a souvent vû sortir plusieurs fibres du côté interne de la 6e paire, quelquefois une fibre seulement & assés grosse; il l'a une fois vûe formé plutôt comme une petite bande, que comme une fibre : Enfin il en a vû sortir plusieurs fibres qui s'introduisoient dans le canal osseux qui donne passage à l'artere Carotide. Il dit qu'il n'a jamais bien vû les fibres qui sont fournies par la 5e paire.

La seule inspection de la 22e planche de Vieussens m'avoit déja donné quelque doute en 1705 sur l'origine des Intercostaux. J'étois pour-lors Medecin des Hôpitaux du Roi à Namur ; la facilité que j'avois d'avoir des sujets, me donna occasion de faire plusieurs découvertes sur le cerveau & le genre nerveux: je trouvai en travaillant sur les Intercostaux, que la disposition des rameaux de ces Nerfs étoit de la partie postérieure à la partie antérieure, en se joignant à la 5e & à la 6e paire, de la maniere dont il est represénté dans cette 3e figure.

Je

* *Theatr. Anatom. t. 2. p.* 319 & 345.
† *Advers. Anat.* 6. *p.* 30.

Je vais prendre aujourd'hui ces Nerfs à leu entrée dans le Crâne, & donner leur diſtribu tion dans cette partie.

Le Nerf Intercoſtal *A A* (*fig.* 3.) entre dans le Crâne avec l'artere Carotide *B B*, perce d'abord la capſule dont cette artere eſt enveloppée dans le conduit oſſeux & tortueux qu'elle parcourt; ce Nerf jette quantité de filets *i i i* qui environnent l'artere, ſur laquelle ils ſe diviſent & ſe réuniſſent ſouvent les uns aux autres. Ils arrivent enſemble dans la foſſe ou receptacle de la Selle Sphenoïde; j'ai coupé l'artere Carotide en cet endroit, pour laiſſer voir le plexus *F F* que ce Nerf forme par ces diviſions & réunions dans ce receptacle: il conſerve pourtant preſque toûjours ſa branche principale. On trouve ſouvent dans ce plexus pluſieurs Ganglions très petits. Willis, & d'autres Anatomiſtes ont pris ce plexus pour un petit ret admirable. Il eſt très beau dans le Chien & dans le Loup. Il fournit des rameaux plus ou moins déliés à la dure-mere, à la glande pituitaire, à l'artere Carotide avec laquelle ces rameaux ſe diſtribuent: mais les plus conſidérables *E E* ſe joignent au cordon anterieur de la 5e paire *C K*. Ils ſont pour l'ordinaire deux, comme on le voit dans cette figure. Il y en a un troiſieme *D* qui ſe joint à la 6e paire *G H*; il s'en trouve quelquefois trois, & quelquefois on ne s'apperçoit point qu'il en aille à la 5e paire.

On doit obſerver ici deux choſes; la 1ere, c'eſt que ſi on examine bien l'Intercoſtal à ſon entrée dans le Crâne, on le trouve d'une cer-

certaine grosseur qui est beaucoup diminuée lorsqu'il s'unit à la 5e & à la 6e paire: la 2e, c'est qu'il est aisé de s'appercevoir dans l'Homme, & dans les Animaux à quatre pieds, que la 6e paire *GH* est plus menue à son origine *G*, & qu'elle est plus grosse en *DH* du côté des Yeux après avoir reçû le rameau de l'Intercostal *D*, ce que l'on peut remarquer dans les planches de Willis & de Vieussens, quoiqu'un peu obscurément. On ne peut faire cette observation sur le Nerf de la 5e paire, à cause de sa grosseur considérable & de son adherence avec la dure-mere.

Il n'est pas possible de conduire l'Intercostal plus loin sur l'Homme & les Animaux à quatre pieds, il se perd dans la 5e & la 6e paire: ainsi tout ce que je viens d'avancer peut tout au plus passer pour une simple probabilité: j'ai pourtant vû avec assés d'évidence dans un Loup, que les rameaux de l'Intercostal qui sont fournis à la 5e paire, se partagent dans les trois rameaux de la branche ophthalmique: toutes ces choses me persuadoient assés que les Intercostaux ne prenoient point leur origine de la 5e & de la 6e paire, mais cela ne me paroissoit pas une suffisante démonstration pour les autres Anatomistes. Je m'imaginai que si je coupois l'Intercostal à un Chien vivant, il pourroit arriver quelque changement dans les Yeux, par lequel on pourroit reconnoître que ce Nerf leur fournit des esprits animaux; je ne me suis point trompé dans ma conjecture, comme on va le voir par les experiences suivantes.

L'on sait que dans les Chiens, & dans les autres Animaux à quatre pieds, le Nerf In-

tercostal est enfermé dans une même gaine avec la 8e paire de Nerfs, on ne peut couper l'un sans l'autre ; * mais nous sommes bien sûrs que la 8e paire ne fournit aucune Nerf aux Yeux, cela ne peut produire aucune équivoque dans l'experience. On pourroit la faire sur le Singe où l'Intercostal n'est point enfermé dans la même gaine avec la 8e paire, & quoi qu'ils soient joints l'un à l'autre, on peut les desunir & les séparer très facilement, comme je l'ai observé dans deux Singes, sur lesquels j'ai dissequé ce Nerf.

Les experiences que je vais rapporter, ont été faites à Namur en 1712, & je les ai réiterées à Paris en 1725.

I. Exper. Le premier Fevrier 1712, j'ai coupé le Cordon de l'Intercostal & de la 8e paire des deux côtés à un Chien vivant, vis-à-vis la 3 ou 4e vertebre du Col, ce que j'ai observé dans toutes les experiences suivantes : il a d'abord perdu la voix, & une heure après on s'est apperçû que ses yeux se sont ternis. Il faisoit de grandes inspirations avec bruit & sifflement, comme un asthmatique : il est mort 7 heures après.

II. Exper. Le 12 Fevrier 1712, j'ai coupé les cordons de l'Intercostal & de la 8e paire des deux côtés à un chien vivant ; il a d'abord perdu la voix, ses yeux se sont ternis quelques heures après, il n'a pas eû de grandes difficultés de respirer : mais il étoit fort inquiet, le mouvement du cœur étoit tremblotant, il a toûjours vomi ce qu'il

* *Willis*, t. 2. *tab.* 10.

qu'il a bû & mangé, ses yeux sont devenus chassieux & plus petits qu'ils n'étoient, il est mort le 19 Fevrier.

L'on voit déja par ces deux experiences le changement qui est arrivé aux yeux; mais comme ce changement peut être équivoque par rapport à la douleur que ces Chiens ont souffert, je resolus de faire l'experience d'un seul côté.

III. Exper. Le 23 Fevrier, j'ai coupé à un Chien le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire du côté droit seulement: il a d'abord perdu la voix, demi-heure après j'ai remarqué que l'œil droit avoit perdu beaucoup de son brillant, il a eû les mêmes accidens rapportés dans la premiere experience, ce qui me fit croire qu'il mourroit de la même maniere; neanmoins dans la suite ces mêmes accidens sont devenus moins violens, mais ils le reprenoient un peu fort lorsqu'il avoit bû & mangé, ou lorsqu'il se mettoit en colere contre quelque Chien qui entroit dans la cuisine où il étoit: il avoit presque toûjours des envies de vomir, vomissant même quelquefois ses alimens avec de très grands efforts, puis il recommençoit à manger & ronger des os avec beaucoup d'avidité. Son œil droit a commencé à devenir chassieux, trois jours après l'operation il a jetté beaucoup de matiere, & est devenu très enfoncé & plus petit: sa playe s'est trouvée guerie au commencement du mois de Mars; il est mort le 15 du même mois après avoir mangé extraordinairement. J'ai dissequé les deux yeux de ce Chien, il y avoit un

un peu d'inflammation à l'œil droit, mais il n'y avoit rien autre chose, sinon que l'œil étoit plus petit, parce que les humeurs étoient en plus petites quantités.

IV. Exper. Le 20 de Mars 1712, j'ai coupé à un Chien le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire du côté gauche : il n'a point perdu la voix, elle étoit seulement plus claire & plus foible, son œil gauche s'est trouvé moins vif, la membrane particuliere du grand coin de l'œil s'est avancée sur la cornée, il a larmoyé pendant quelque tems, il avoit des envies de vomir lorsqu'il avoit mangé, sa respiration étoit bonne. Il est enfin gueri, & s'est trouvé très gai, son œil gauche avoit repris tout son brillant à peu de chose près.

V. Exper. Le 9e d'Avril 1712, j'ai fait la même experience du même côté sur un autre Chien, & qui a réussi de la même maniere.

VI. Exper. Le 10 d'Avril, j'ai fait cette experience du côté droit à un autre Chien : il n'a point perdu la voix comme celui de la 3e experience, il n'a eû aucune envie de vomir ni difficulté de respirer, la membrane particuliere du grand coin de l'œil s'est avancée sur la cornée, l'œil paroissoit seulement un peu terne & larmoyant, & deux mois après il avoit repris petit à petit presque tout son brillant, il n'étoit pas tout à fait si vif que celui du côté gauche.

VII. Exper. Le 17 Avril 1712, j'ai coupé à un autre Chien le même cordon de l'Intercostal & de la 8e paire, premierement du côté droit : le Chien

a

a perdu la voix. Un quart d'heure après je l'ai coupé au côté gauche, il n'a voulu ni boire ni manger, il n'a point du tout vomi, ses yeux ont perdu leur brillant, & sont devenus si chassieux & si enfoncés, qu'il n'en voyoit presque plus lorsqu'il est mort le 21 Avril.

Il n'y a point d'équivoque dans ces experiences, il n'y en a pas une où l'on ne voye les yeux mornes, abbattus, larmoyans, chassieux; la membrane particuliere s'avance sur la Cornée, tout y marque l'absence des esprits animaux fournis par l'Intercostal.

Galien [a] qui a fait cette experience, a remarqué que l'animal perd la voix.

Willis [b] a fait la même remarque, en rapportant les accidens qui regardent le cœur & la respiration.

Lower [c] & Vieussens [d] qui ont fait la même experience, ne parlent point de la perte de la voix, quoi-qu'ils rapportent les autres accidens qui regardent le cœur & la respiration; mais ni les uns ni les autres n'ont pris garde aux yeux: leur pensée n'étoit pas tournée de ce côté-là, ils n'ont fait ces experiences que par rapport à la 8e paire, & je n'ai eû en vûe que l'Intercostal: j'ai neanmoins rapporté tous les accidens qui sont arrivés dans ces experiences, parce que j'en parlerai dans un autre Memoire.

Quoi-que ces experiences paroissent suffire pour

a *De Anatom. administr. lib.* 8. *p.* 85. au revers.
b *Nervor. descript. cap.* 24, *p.* 86. *mihi.*
c *Tract. de corde*, *cap.* 8.
d *Neurolog. lib.* 3. *cap.* 4. *p.* 179.

pour prouver que l'Intercoſtal fournit des eſprits animaux aux yeux, je me propoſai en 1725 à Paris d'en faire encore quelquelques-unes où j'ai remarqué des accidens dans les Yeux, qui m'étoient échappés dans les experiences faites à Namur. Mrs. Winflow, Senac & Hunaut, de cette Académie, ont été témoins de ces experiences.

I. Exper. Le 18 Septembre 1725, j'ai coupé le cordon de l'Intercoſtal & de la 8e paire à un Chien, du côté droit : il n'a point perdu la voix, il n'eſt d'abord arrivé aucun changement à l'œil droit, mais un quart d'heure après il a paru moins brillant que le gauche, la membrane cartilagineuſe du grand coin de l'œil s'eſt un peu avancée ſur la cornée.

Le 19 il n'avoit aucune envie de vomir, il n'avoit point de palpitation, mais il reſpiroit avec peine : j'ai remarqué 4 choſes à l'œil droit, que l'on ne voyoit point à l'œil gauche.

La 1ere, la membrane cartilagineuſe que ces animaux ont au grand coin de l'œil, comme je viens de le dire, s'avançoit ſur la Cornée, & couvroit environ le quart de ſon diſque.

La 2de, il y avoit de la chaſſie au grand coin de l'œil ſur cette membrane cartilagineuſe.

La 3me, la Cornée étoit moins convexe.

La 4me, la prunelle moins dilatée que celle de l'œil gauche. Tous ces accidens rendoient l'œil morne & abbattu.

Le 21 & le 22 il n'a point voulu manger.

Le 23 il a mangé : il étoit aſſés vif & ſans beaucoup de difficulté de reſpirer, mais dans l'œil

l'œil tout étoit dans le même état, hors qu'il n'avoit plus de chassie, ce qui est resté de même jusqu'au 30 que j'ai remarqué que la Cornée avoit repris sa convexité ; l'œil étoit brillant, mais la membrane cartilagineuse est restée sur la Cornée dans le même état où elle étoit; la prunelle s'étoit élargie: le Chien étoit engraissé depuis cette operation, sa playe étoit presque guerie.

II. Exper. Le 5 Octobre voyant que la cicatrice étoit fermée à peu de chose près, je lui ai coupé du côté gauche le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire : un quart d'heure après la membrane cartilagineuse s'est avancée sur la Cornée, il a vomi, il venoit de manger lorsqu'on lui a fait l'experience; l'œil gauche s'est terni & est devenu chassieux, la Cornée s'est un peu applatie, & la prunelle s'est retrecie: le Chien n'a plus voulu manger depuis cette operation, il est mort le 8, c'est-à-dire, trois jours après l'operation.

J'ai dissequé les deux yeux: la membrane Cartilagineuse couvroit le diametre de la Cornée à l'œil gauche de la longueur d'une ligne trois quarts, mais à l'œil droit il y avoit seulement une ligne & demie.

Toute la conjonctive de l'œil gauche étoit enflammée, & il n'y avoit aucune inflammation à l'œil droit.

La prunelle de l'œil gauche avoit 2 lignes de diametre, & celle de l'œil droit avoit deux lignes & demie.

Il n'y avoit rien de particulier dans tout le reste des yeux.

Le 18 Octobre j'ai fait trois experiences sur trois Chiens.

III. IV. V. Exper. J'ai coupé au premier, l'Intercostal du côté droit.

J'ai coupé le gauche au second, & je l'ai coupé des deux côtés au 3e ; trois ou 4 minutes après l'operation, la membrane Cartilagineuse s'est avancée sur la Cornée de l'œil droit au premier Chien, elle s'est avancée sur le gauche au second Chien, & sur les deux au 3e Chien ; celle du côté droit étoit plus avancée que l'autre: la prunelle s'est trouvée une heure après plus petite aux deux premiers Chiens, aux yeux du même côté de l'operation ; mais ce qu'il y a de particulier, c'est que les deux prunelles étoient fort dilatées au 3e Chien, elle étoit plus dilatée à l'œil droit qu'à l'œil gauche. Ce Chien n'a vêcu que 12 heures, avec de grandes difficultés de respirer, & des palpitations de cœur.

Les deux autres Chiens n'ont eu aucune difficulté de respirer, & n'ont point vomi.

La Cornée est devenue un peu moins convexe du côté de l'operation, leurs yeux avoient pourtant beaucoup de brillant, mais pas tout à fait tant que ceux du côté opposé; celui auquel on avoit fait l'operation du côté droit avoit perdu la voix, l'autre Chien abboyoit bien.

Le 20, ces deux Chiens n'avoient pas la membrane si avancée sur la Cornée, & la prunelle étoit plus petite du côté de l'operation ;

tion; il n'y avoit point de chassie; les couleurs de l'Iris étoient moins brillantes.

Ces deux Chiens sont gueris: la prunelle s'est toûjours trouvée plus petite du côté de l'operation, au Chien auquel on avoit coupé l'Intercostal du côté droit: les yeux, qui avoient été un peu mornes, ont repris leur brillant: je me suis apperçû que la Cornée est devenue plus convexe petit à petit.

J'ai fait encore d'autres operations du côté droit & du côté gauche, qui m'ont donné les mêmes phénomenes, qui démontrent très évidemment que l'œil reçoit des esprits par le Nerf Intercostal. Il n'y a point d'accidens plus constans que ceux qui sont arrivés aux yeux, tous les autres ont varié; le vomissement & les envies de vomir n'ont pas paru si constamment dans toutes les experiences.

Il paroit donc par nos experiences, que l'Intercostal fournit des esprits animaux aux fibres musculeuses qui ramenent & qui retiennent la membrane cartilagineuse des animaux à 4 pieds, dans le grand coin de l'œil, lorsqu'elle est retirée par quelque cause.

Il en fournit à la conjonctive, aux glandes de l'œil, & aux fibres de l'Uvée qui dilatent la prunelle.

La branche superieure du cordon ophthalmique de la cinquieme paire dans l'Homme, fournit un rameau qui traverse le releveur de l'œil; il sort un filet de nerf de ce rameau qui se joint à un rameau de la 3e paire de nerfs ou moteur des yeux, & forment ensemble dans l'Homme un petit ganglion d'où il part quantité de filets de nerfs qui s'attachent

au Nerf optique avec plusieurs vaisseaux sanguins, parmi lesquels il se mêle des fibres de nerfs de la 6e paire, & de tous ces nerfs & de ces vaisseaux il se forme des paquets ou cordons plus gros les uns que les autres, les plus gros n'ont pas plus d'un 6me de ligne de diametre. Les uns percent la Sclerotique à une ligne & demie du Nerf Optique, les autres à deux lignes & demie, les autres à 3 lignes : ils ne traversent pas d'abord la Sclerotique entierement ; mais après l'avoir un peu penetrée, ils rampent dans l'épaisseur de cette membrane de la longueur de 2 ou 3 lignes, après quoi ils achevent de la traverser, & se coulent entre cette membrane & la Choroïde jusqu'à la Cornée.

La plûpart de ces cordons ne souffrent aucune division qu'ils ne soient à une ligne ou une ligne & demie de l'Uvée, dans laquelle leurs rameaux vont se rendre & se distribuer.

On ne trouve quelquefois que trois de ces cordons, & quelquefois quatre, & pour-lors ils partagent la Choroïde en quatre parties à peu près égales, & se trouvent au-dessous & vis-à-vis le milieu des muscles droits : mais ils sont souvent en plus grand nombre ; j'en ai trouvé jusqu'à 9, & pour-lors il y en a non seulement sous les muscles, mais encore entre les espaces des muscles. Ceux qui sont situés dessous & vis-à-vis les muscles, sont ordinairement plus gros que les autres. Le paquet qui est vis à-vis l'Indignateur est quelquefois le plus gros : on ne le trouve pas toujours dans la même situation, par rapport à ce muscle : il est quelquefois vers le rebord-

su-

ſuperieur du muſcle, rarement vers le rebord inferieur, mais le plus ſouvent vis-à-vis le milieu du muſcle.

Ce qu'il y a de particulier, c'eſt qu'on ne s'apperçoit pas toujours que ces cordons ſoient plus gros lorſqu'ils ſont en petit nombre, que lorſqu'ils ſont en plus grand nombre; je les ai trouvés très petits dans certains ſujets, quoi-qu'il n'y en eût que quatre; je les ai trouvés fort gros dans d'autres, quoi-qu'il y en eût 6, 7 ou 8. Voilà les nerfs ciliaires de Ruiſch *. J'ai été étonné de voir que cet habile Anatomiſte dit que ces nerfs n'ont pas été connus par les autres Anatomiſtes; ils ſont ſi bien décrits dans Willis † & dans Vieuſſens que l'on ne peut s'y méprendre.

Willis dit que le ſecond rameau ophthalmique de la 5e paire donne deux petites branches qui percent la Sclerotique, & ſe rendent dans l'Uvée; mais il ne dit point que ces branches forment le petit ganglion dont j'ai parlé, quoi-qu'il faſſe mention de ce ganglion en décrivant la 3e paire, où il dit ‡ qu'elle fournit quatre rameaux, & qu'elle forme un plexus petit & rond, dont il part des fibres de nerfs qui vont percer la Sclerotique pour ſe rendre à l'Uvée.

Vieuſſens dit que des rameaux de la 3e & de la 5e paire forment ce plexus, d'où il part pluſieurs fibres qui vont ſe diſtribuer au nerf optique & à la partie poſterieure de l'œil, dont

* *Theſaur. Anat. t. 2. p. 5.* † *Nervor. deſcript. c. 22.*
‡ *Ibid.*

dont quelques-uns percent la Sclerotique, & vont se rendre à l'Uvée.

* On voit par ce que je viens de dire, que les nerfs ciliaires de Ruisch ont été décrits par Willis & par Vieussens : ils ont fait plus, car ils en ont déterminé les origines, ce que Ruisch n'a pas fait : il est vrai qu'ils ne leur ont pas donné le nom de *Ciliaires.*

L'on auroit peut-être mieux fait de les appeller *Nerfs Pupillaires.*

Willis ni Vieussens n'ont pas pris garde qu'il y a des fibres de la 6e paire, qui vont se joindre aux fibres de nerfs qui sortent du ganglion, & qui tous ensemble forment les nerfs ciliaires ; ainsi les nerfs ciliaires reçoivent les esprits de la 3e, de la 5e, de la 6e & de l'Intercostal.

Dans les Animaux à 4 pieds le nerf de la 5e paire ne produit point de ganglion avec la 3e, il produit seulement un plexus d'où il sort quantité de nerfs qui forment un très grand nombre de nerfs ciliaires, les uns plus gros que les autres, qui percent la Sclerotique de même que dans l'Homme, & font la même distribution dans l'Uvée.

On m'a objecté qu'il est douteux que les nerfs de la 5e & de la 6e fournissent des esprits aux nerfs ciliaires, puisqu'on peut soupçonner qu'il n'y a que les rameaux de l'Intercostal qui se séparent de la 5e & de la 6e pour fournir ces esprits avec les rameaux de la

* Ils avoient été connus sous le nom de fibres nerveuses dès le commencement du XVII siecle. Voyez Morgagni, *Advers. 6. p.* 107.

la 3e paire; mais si l'on prend garde que les rameaux de l'intercostal qui se joignent à la 5e & à la 6e sont très fins, & qu'ils fournissent des esprits à plusieurs parties externes de l'œil, & peut-être au nés & au visage, outre ceux qu'ils fournissent aux nerfs ciliaires qui font un assés gros volume, on sera forcé de croire qu'il se joint necessairement des rameaux des nerfs de la 5e & de la 6e avec les rameaux de l'Intercostal, pour former les nerfs ciliaires.

Voilà l'Intercostal conduit jusque dans les yeux; il fournit, comme j'ai dit, des esprits aux fibres charnues qui retirent la membrane particuliere & cartilagineuse des Animaux à 4 pieds, & qui la retiennent dans le grand coin de l'œil. Si l'on examine cette membrane dans ces animaux vivans, on trouve que sa partie externe & aiguisée est sur le bord interne de la Cornée; mais lorsque ces animaux sont morts, on s'apperçoit que cette membrane s'est avancée sur la Cornée plus ou moins dans les uns que dans les autres. J'ai trouvé des Chiens morts dans lesquels elle couvroit entierement la Cornée, mais pour l'ordinaire elle se trouve avancée sur le disque de la Cornée de la longueur d'une ligne & demie jusqu'à deux lignes; & c'est ce qui arrive aux Chiens vivans auxquels on a coupé l'Intercostal, comme je l'ai dit dans les experiences que j'ai rapportées.

Je l'ai trouvé de même avancée sur la Cornée dans des Chats morts: j'ai été étonné de voir qu'elle ne l'étoit presque pas dans la plupart des Moutons & dans les Bœufs tués aux Bou-

Boucheries : je l'ai pourtant trouvé quelquefois avancée de 5 quarts de lignes dans quelques Moutons, c'est peu en comparaison de la grosseur de leurs yeux ; mais comme ces animaux meurent presque tout d'un coup, parce qu'en les égorgeant le sang se vuide d'abord, le mouvement & l'impulsion des esprits animaux cessent également dans tous les nerfs : il n'y a donc pas plus de raison que les fibres charnues qui servent à avancer la membrane sur la Cornée, soient dans une plus grande contraction, que celles qui servent à la retenir dans le coin de l'œil. Il faudra observer si cela se trouve de même dans ces animaux lorsqu'ils meurent de maladie.

L'Intercostal fournit des esprits à la Conjonctive, aux Glandes & aux vaisseaux qui se trouvent dans ces parties ; c'est par cette raison que les yeux deviennent chassieux à ceux auxquels on a coupé ce nerf, parce que pour-lors on retranche les esprits qui sont fournis à la Conjonctive, aux Glandes & aux vaisseaux qui perdent leur ressort ; le sang n'y peut circuler avec autant de facilité, il fournit davantage de cette liqueur qui se répand sur les yeux, & même plus visqueuse qui reste au coin de l'œil & sur le bord des paupieres, parce qu'elle ne peut passer par les points lacrymaux, qui de leur côté sont relâchés ; cette liqueur s'épaissit par l'évaporation de ce qu'elle a de plus subtil ; & lorsqu'elle est moins visqueuse & plus delayée, elle produit seulement un larmoyement.

Le relâchement de ces parties est si évident, qu'il

qu'il arrive presque toûjours une legere inflammation dans la Conjonctive, par le gonflement de ses vaisseaux; mais pendant que ces vaisseaux se gonflent de sang à l'exterieur de l'œil, & qu'ils fournissent une grande quantité de liqueur, l'épaississement que ce même sang acquiert dans ses vaisseaux relâchés, & qui ont la liberté de se dilater, l'empêche de penetrer avec facilité dans l'interieur de l'œil où les vaisseaux sont très pressés & resserrés par la Sclerotique qui a un fort grand ressort, & par les autres membranes de l'œil. Ce sang y fournit moins d'humeur aqueuse, ce qui produit l'affaissement de la Cornée & le moins de brillant que l'on remarque à l'œil. L'experience fait voir que si l'on ouvre la Cornée à un animal, & que l'on fasse évacuer plus ou moins d'humeur aqueuse, la Cornée se flétrit & s'affaisse à proportion de la quantité d'humeur aqueuse qui est sortie de l'œil.

Quelquefois l'humeur vitrée n'est pas remplacée & n'est pas fournie à proportion de ce qu'elle diminue, ce qui est prouvé par l'amaigrissement de l'œil entier qui est devenu plus petit dans quelques-unes de nos experiences.

Cet accident peut dépendre d'une cause toute particuliere: pour la bien entendre, il faut d'abord prendre garde que la Sclerotique a un fort grand ressort, qui tend toûjours à la resserrer; que les yeux sont continuellement comprimés par les muscles droits & obliques qui tendent toûjours à les resserrer, & qui diminueroient continuellement leur volu-

lume, s'il n'y avoit une force qui tend à les dilater, & qui fasse équilibre avec celle qui les resserre; cette force n'est autre chose que le Sang qui est poussé par le cœur dans les yeux. Le cœur doit avoir moins de force après qu'on a coupé le cordon de la 8e paire, parce que les esprits qu'elle fournissoit au cœur sont retranchés ; ainsi l'impulsion du Sang n'ayant plus tant de force pour faire équilibre avec le ressort de la Sclerotique & la contraction des muscles des Yeux, cette derniere force doit l'emporter & resserrer les Yeux, & empêcher ainsi que les humeurs qui diminuent, ne puissent être reparées, ce qui rend les Yeux plus petits, comme on le voit dans la 2e & 3e experience faites à Namur. Cet accident auroit sans doute paru à tous les Chiens auxquels on a coupé le cordon des deux côtés, s'ils eussent vécu aussi longtems que celui de la 2e experience faite à Namur.

La prunelle qui s'est trouvée moins dilatée, fait encore voir que l'Intercostal fournit des esprits aux fibres de l'Uvée, qui doivent dilater la prunelle : je rapporte pourtant une experience qui semble prouver le contraire, puisque les prunelles se sont trouvées très dilatées dans les deux yeux d'un Chien auquel on a coupé l'Intercostal des deux côtés. Cette observation n'est point du tout contraire à ce que je viens de dire; elle démontre que l'Intercostal n'est pas le seul nerf qui fournit des esprits à l'Uvée, qui en reçoit de la 3e, de la 5e & de la 6e paire; & comme ces esprits peuvent être déterminés en plus grande quan-

quantité, de même que ceux qui servent aux mouvemens volontaires, ils peuvent seuls dilater la prunelle sans le secours des esprits de l'Intercostal: & voici comment cela se fait.

Nous venons de voir que la Cornée se trouve moins convexe, parce qu'il se filtre moins d'humeur aqueuse, ce qui n'arrive pas sans que l'étendue de la Cornée ne devienne plus petite; ainsi les fibres de la Cornée se froncent & deviennent crêpées: cela doit necessairement arrêter une partie des rayons de lumiere; & c'est le premier effet qu'il produit.

D'ailleurs ce froncement ne peut se faire, qu'il ne se forme sur la superficie de la Cornée des inégalités qui produisent des élevations & des enfoncemens, qui, tout imperceptibles qu'ils sont, ne laissent pas d'être réels; c'est ce qui rend la Cornée moins brillante. Pour peu que l'on connoisse l'effet des refractions, on concevra parfaitement quel trouble cela doit apporter dans la vision; car suivant que les rayons tomberont dans les enfoncemens & sur les différens endroits de ces éminences, ils seront plus ou moins rompus, les uns iront d'un côté & les autres de l'autre, ils se confondront les uns avec les autres, & ne feront aucune perception, ou du moins fort imparfaite: en ce cas l'animal ne peut donc pas voir les objets comme il les voyoit avant d'avoir coupé l'Intercostal.

Lorsque l'experience ne se fait que d'un côté, il n'y a qu'un œil maleficié; l'animal ne s'apperçoit pas de cet accident, parce qu'il peut voir les objets avec l'autre œil, ainsi il ne

ne détermine pas une plus grande quantité d'esprits animaux dans l'Uvée: mais lorsque l'Intercostal est coupé des deux côtés, l'animal qui ne voit plus si bien les objets, fait ses efforts pour les voir, & détermine une plus grande quantité d'esprits animaux dans l'Uvée qui dilatent la prunelle.

Il pourra pourtant se faire que cela n'arrivera pas à tous les Chiens auxquels on fera la même experience, par rapport à la varieté qui se trouve dans la distribution des nerfs.

J'ai remarqué que lorsqu'une personne est attaquée d'une Cataracte ou d'une goutte Seraine d'un seul côté, & qu'elle voit bien de l'autre œil, la prunelle ne se trouve pas plus dilatée à l'œil cataracté qu'à l'autre, à moins qu'elle ne soit elle-même affectée, ce qui arrive lorsqu'il s'y joint des douleurs de tête; mais lorsque les deux Yeux sont attaqués de Cataracte ou de goutte Seraine, il arrive souvent que les prunelles sont très dilatées; je dis souvent, parce que cela n'arrive pas toûjours. Car si l'opacité ne se trouve que dans une petite étendue du Cristallin, la prunelle ne se dilatera que jusqu'à cette étendue où elle recevra des rayons de lumiere. J'ai vû des gens âgés qui avoient les prunelles très dilatées, parce que l'opacité occupoit beaucoup d'espace dans le Cristallin; j'en ai vû d'autres qui l'avoient très petite, & suivant leur âge, parce que cette opacité avoit peu d'étendue. Ou bien si avec la goutte Seraine l'Uvée est paralytique, il ne se fait aucune dilatation. Ces observations font voir que lorsqu'il n'y a qu'un des deux yeux où la

vûe

vûe eſt leſée, il n'arrive aucun changement à la prunelle; & quoi-que l'Intercoſtal ſoit coupé des deux côtés dans la ſeconde de mes expériences faite à Paris, la prunelle a dû ſe retrecir dans l'œil gauche comme elle a fait, parce que le Chien étoit gueri de la premiere experience au côté droit, la Cornée avoit repris ſa convexité naturelle, la prunelle s'étoit élargie; ainſi tout étant rétabli dans l'œil, il étoit en état de voir les objets comme il les voyoit avant qu'on lui eût fait l'experience, à peu de choſe près, & de même qu'un autre Chien auquel on n'en auroit point fait.

Ce rétabliſſement de la Cornée & de l'Uvée dans leur état naturel, prouve évidemment qu'il leur eſt ſurvenu de nouveaux eſprits d'ailleurs que de l'Intercoſtal, qui ne peut plus leur en fournir.

Voici, je croi, comment cela peut ſe faire: j'ai dit que des rameaux de la 3e paire de nerfs, de la 5e & de l'Intercoſtal produiſent le ganglion ophthalmique dans l'Homme, & le plexus ophthalmique dans les Animaux à 4 pieds; il faut regarder ce plexus comme un endroit où les eſprits animaux qui viennent des nerfs qui les forment, ſe mêlent enſemble; ce que je prouverai en general de tous les plexus & les ganglions dans un autre Memoire.

Ainſi lorſque l'Intercoſtal eſt coupé, & qu'il ne fournit plus d'eſprits, les nerfs qui forment le plexus ſe trouvent moins remplis, auſſi-bien que les nerfs qui en partent pour ſe diſtribuer dans l'œil; les eſprits qui vien-

nent

nent de la 3e & de la 5e qui vont se rendre dans ce plexus, doivent y couler mechaniquement en plus grande abondance, parce qu'ils trouvent moins de resistance à leur passage qu'ils n'en trouvoient auparavant : il semble que la membrane du grand coin de l'œil soit une preuve de ce que je viens de dire, elle ne se rétablit point dans le même état où elle étoit, quoi-qu'elle reçoive des nerfs de la 5e paire, ou du moins se rétablit très peu, comme il paroît par une seule de nos experiences, parce que les esprits qui vont à la membrane ne viennent point du plexus, & que les esprits qui coulent par les rameaux de la 5e paire qui vont à la membrane, ne peuvent avoir de communication ensemble que par les membranes nerveuses, & c'est apparemment par ces membranes nerveuses que le nerf de la 5e fournit un peu plus d'esprit lorsque la membrane cartilagineuse se retire un peu dans le coin ; c'est aussi au moyen de ces membranes nerveuses que la Conjonctive reprend son ressort & que l'inflammation se passe. Quelqu'un dira que dans l'explication de ce phenomene je pourrois me servir de la détermination des esprits animaux, comme je m'en suis servi ci-dessus, p. 22, pour expliquer la dilatation des deux prunelles dans une de nos experiences : mais il faut prendre garde que ces animaux n'ont aucun sujet de déterminer les esprits en plus grande quantité dans le cas dont il s'agit, ils ne s'apperçoivent point du défaut de leur vûe dans un seul œil, & comment s'en appercevroient-ils, puisque les hommes ne s'en apperçoivent souvent

vent que par hazard? Entre les personnes qui sont venues me consulter pour des Cataractes survenues à un seul de leurs yeux, quelques-uns m'ont assuré qu'ils ne s'étoient apperçûs que fortuitement du défaut de leur vûe dans cet œil cataracté, ils croyoient toujours voir des deux yeux; ce qui prouve qu'il n'y a aucun lieu à la détermination des esprits: il faut donc que les esprits animaux de la 5e paire remplacent peu à peu ceux de l'Intercostal dans le cas dont il s'agit; une marque de cela, c'est que les parties se rétablissent dans leur état naturel presque insensiblement.

Il n'en est pas de même de la membrane du grand coin de l'œil qui ne se rétablit point, ou très peu, pour les raisons que j'ai dites; mais il est bon de prendre garde que cet accident est si constant dans toutes nos experiences, qu'il sert de preuve incontestable que la 5e paire reçoit toujours des rameaux de l'Intercostal dans les Chiens, & très probablement dans l'Homme; & si l'on ne trouve que rarement l'union de l'Intercostal avec la 5e, cela vient de ce qu'il se joint souvent au tronc même de la 5e, où il est très difficile de le démêler à de la cause dure-mere qui s'y attache.

Il nous reste à expliquer comment le vomissement arrive à un Chien après lui avoir coupé les Cordons de l'Intercostal, & pourquoi cet accident arrive à quelques personnes auxquelles on a fait l'operation de la Cataracte. L'explication de ces phénomenes dépend de la connoissance de l'origine de l'In-

tercostal, & de la maniere dont le mouvement des esprits qui coulent de ce nerf, se communique d'une partie dans une autre: c'est ce que j'expliquerai dans un autre Mémoire. Il me suffit d'avoir démontré, comme j'ai fait dans celui-ci, que le nerf Intercostal fournit des esprits dans l'œil.

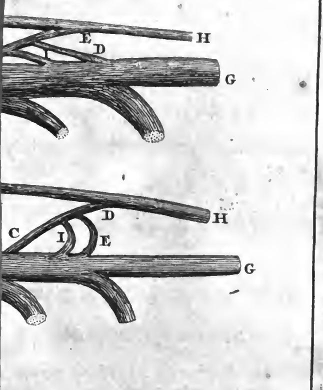
RECHERCHES DU MOUVEMENT PROPRE DES ETOILES FIXES PAR DES OBSERVATIONS D'ARCTURUS,

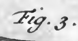
Faites par M. Picard, & comparées avec de pareilles Observations faites au Luxembourg.

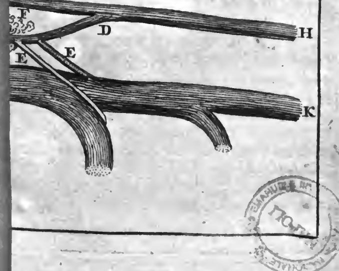
Par M. DELISLE DE LA CROYERE.

DE's le commencement de l'Académie, M. Picard, pour établir les positions des Etoiles fixes, s'est appliqué à observer leurs différences de passages entre elles & avec le Soleil, lorsqu'elles se sont trouvées dans le même parallele que le Soleil. Comme il y a déja 55 ans que les plus anciennes de ces Observations ont été faites, j'ai crû qu'en les réiterant à present, on pourroit par leur compa-

pa-




Fig. 3.



paraison avec celles de M. Picard, en déduire avec quelque sorte de précision la vîtesse du mouvement propre des Etoiles Fixes, qu'il est extrêmement difficile de déterminer par la comparaison des observations anciennes avec les nôtres, à cause du peu de précision des plus anciennes Observations.

J'ai choisi pour cette recherche l'Etoile d'Arcturus, qui ayant une grande déclinaison Septentrionale, a l'avantage de pouvoir être comparée plusieurs jours de suite avec le Soleil, parce que le Soleil ne change pas fort promptement de déclinaison quand il est arrivé au parallele de cette Etoile. Pour faire mes Observations avec plus d'exactitude, j'ai scéllé dans le Meridien une Lunette, au foyer de laquelle j'avois mis plusieurs fils paralleles, afin de multiplier mes Observations. Voici les différences de passages que j'ai pû observer l'année 1724, entre le Soleil & Arcturus. Ces intervalles sont reduits en tems vrai, pour en pouvoir conclure les différences d'ascension droite entre Arcturus & le Soleil, par la Methode que donne M. de la Hire au precepte 18 de ses Tables Astronomiques, page 94.

Différences de passages entre le Soleil & Arcturus, depuis Midi, au Luxembourg.

1724 Mai.	23 —	10h	0′	12″ $\frac{1}{2}$	Tems vrais.
	25 —	9	52	9 $\frac{1}{4}$	
	26 —	9	48	6 $\frac{1}{2}$	
	27 —	9	44	2 $\frac{1}{4}$	

Longitudes vrayes & Ascensions droites du Soleil, tirées des Tables de M. de la Hire, pour Midi.

Longitudes du Soleil.

1724 Mai.	22—1d 26′ 7″	Différences.	57 35
	23—2 23 42		57 35
	24—3 21 17		57 33
	25—4 18 50		57 32
	26—5 16 22		57 31
	27—6 13 53		57 30
	28—7 11 23		

Ascensions droites du Soleil.

1724 Mai.	22—59° 18′ 27″	Différ.	60′ 15″	12″
	23—60 18 42		60 27	4
	24—61 19 9		60 31	8
	25—62 19 40		60 39	8
	26—63 20 19		60 47	8
	27—64 21 6		60 55	
	28—65 22 1			

Ayant converti en parties de l'Equateur les différences de passages rapportés ci-devant, & leur ayant ajoûté le mouvement du Soleil en Ascension droite pendant ces mêmes intervalles de tems, j'ai eû en degrés, minutes & secondes, les différences d'Ascension droite du Soleil & d'Arcturus, comme il suit pour Midi.

Dif-

Différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus.

1724 Mai.	23	150 28 17.
	25	148 27 14.
	26	147 26 26.
	27	146 25 17.

J'ai ensuite ajoûté ces différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus à l'Ascension droite du Soleil pour Midi des mêmes jours ; ce qui m'a donné l'Ascension droite d'Arcturus, comme il suit.

Ascensions droites d'Arcturus.

1724 Mai.	23	210 46 59.
	25	210 46 54.
	26	210 46 45.
	27	210 46 23.

Il ne devroit point y avoir de différence sensible dans cette Ascension droite, calculée ainsi pour ces différens jours, puisque le mouvement propre de cette Etoile en Ascension droite, n'est que de 3″ ½ par mois. Les différences que l'on trouve ici, viennent principalement du défaut des observations dans lesquelles une Seconde d'erreur produit, comme l'on sait, une erreur de 15″ dans l'Ascension droite; & l'on sait combien il est difficile de s'assûrer d'un intervalle de près de 10ʰ de durée sans s'y tromper d'une seule Seconde. Il peut y avoir aussi quel-

que erreur de la part des Tables, lorſqu'elles ne repreſentent pas le mouvement en Aſcenſion droite pendant pluſieurs jours de ſuite tel qu'il eſt effectivement; ce qui peut venir de ce que l'Equation du centre du Soleil ne ſeroit pas bien diſtribuée: car on conçoit bien qu'une erreur dans la diſtribution de l'Equation du Soleil en doit cauſer dans le mouvement diurne en longitude, & par conſéquent auſſi dans le mouvement en Aſcenſion droite. De mes quatre Obſervations, je rejette la derniere comme fautive, étant trop éloignée des autres. Suppoſant enſuite les Aſcenſions droites d'Arcturus comme je les viens de trouver dans les 3 autres Obſervations, & prenant la déclinaiſon de cette Etoile dans les Tables de M. de la Hire où l'on la trouve de 20^d 39' 17'' pour ce même tems-ci, j'ai calculé ſuivant ces Aſcenſions droites & cette déclinaiſon, la longitude d'Arcturus, que j'ai trouvée telle.

Longitude d'Arcturus.

1724 Mai.	23 ♎	20^d 22' 53''.
	25 —	20 22 48.
	26 —	20 22 40.

Enfin prenant un milieu entre ces 3 différentes déterminations de la longitude d'Arcturus, elle ſe conclud de 20^d 22' 47'' ♎ pour le tems de mes Obſervations, & cela en employant, comme j'ai fait, le lieu du Soleil, tiré des Tables de M. de la Hire. Si je m'étois ſervi d'autres Tables du Soleil, j'aurois pu

pu trouver cette longitude différente: mais cette diverſité dans les Tables du Soleil ne m'empêchera pas de déduire de la comparaiſon de mes Obſervations, avec celles de M. Picard, le mouvement de cette Etoile en longitude auſſi exactement qu'il ſe pourra déduire des obſervations; ſans que l'erreur des Tables du Soleil y puiſſe nuire ſenſiblement; parce-que me ſervant des mêmes Tables dans tous mes calculs, l'erreur du calcul du Soleil ſe trouvera la même par-tout; & par conſéquent les différences de longitude (qui eſt tout ce que je cherche) en reſulteront ſenſiblement les mêmes, que ſi je m'étois ſervi d'autres Tables du Soleil, & que je les euſſe employées de même dans tous mes calculs.

Les plus anciennes Obſervations de M. Picard que je puiſſe comparer avec les miennes, ſont de l'année 1669. M. Picard a reduit en tems moyen les différences de paſſages qu'il a obſervé entre Arcturus & le Soleil; ce qui fait que pour en conclure les différences d'Aſcenſion droite qui leur repondent, il faut après les avoir converti en degré, y ajoûter le moyen mouvement du Soleil en longitude, pendant la durée de ces mêmes intervalles.

Voici ces intervalles qu'a obſervés M. Picard près de la porte de Montmartre, où ſe ſont faites les premieres Obſervations de l'Académie.

Différences de passages entre le Soleil & Arcturus, pour Midi.

1669 Mai.	21	10h 4' 33''	Tems moyens.
	22	10 0 35 ½	
	24	9 52 33	
	26	9 44 26	
	27	9 40 28	
	28	9 36 25	

Longitudes vrayes du Soleil, tirées des Tables de M. de la Hire, pour Midi.

			Différences.
1669 Mai.	21	♊ 0° 45' 42''	
			57' 35''
	22	1 43 17	
			57 34
	23	2 40 51	
			57 33
	24	3 38 24	
			57 32
	25	4 35 56	
			57 31
	26	5 33 27	
			57 30
	27	6 30 57	
			57 28
	28	7 28 25	

Ascensions droites du Soleil, tirées des mêmes Tables.

			Différ.	
2669 Mai.	21	58° 36' 14''		
			60' 10''	
	22	59 36 24		8''
			60 18	
	23	60 36 42		8
			60 26	
	24	61 37 8		7
			60 33	
	25	62 37 41		8
			60 41	
	26	63 38 22		6
			60 47	
	27	64 39 9		10
			60 57	
	28	65 40 3		

Ayant converti les différences de passages rapportés ci-dessus, en Degrés, Minutes & Se-

Secondes, & leur ayant ajoûté le mouvement moyen du Soleil en Longitude pendant ces mêmes intervalles de tems, j'ai eû les différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus, comme il suit.

Différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus, pour Midi.

1669 Mai.	21	151d	33′	4″
	22	150	33	32
	24	148	32	34
	26	146	30	29
	27	145	30	50
	28	144	29	55

J'ai ensuite ajoûté ces différences d'Ascension droite, à l'Ascension droite du Soleil, pour les mêmes tems, ce qui m'a donné l'Ascension droite d'Arcturus, comme il suit.

Ascension droite d'Arcturus.

1669 Mai.	21	210	9	18
	22	210	9	56
	24	210	9	42
	26	210	8	51
	27	210	9	59
	28	210	9	58

J'ai crû devoir rejetter de ces 6 Observations la 1ere & la 4me, comme trop éloignées des autres 4; j'ai pris ensuite dans les Tables de M. de la Hire la déclinaison d'Arcturus pour ce tems-là, que j'ai trouvé de 20dl

55′ 33″ ; & avec cette déclinaison & les 4 différentes Ascensions droites que j'ai conservées, j'ai calculé la Longitude d'Arcturus de cette maniere.

Longitude d'Arcturus.

1669 Mai.	22 ♎	19° 38′ 17″
	24 —	19 38 3
	27 —	19 38 20
	28 —	19 38 20

En prenant un milieu entre ces 4 déterminations, il vient 19ᵈ 38′ 15″ ♎ pour la Longitude d'Arcturus au tems des Observations de M. Picard ; & comme je l'avois conclue par mes Observations de 20ᵈ 22′ 47″ ♎, il suit que le mouvement de cette Etoile en Longitude a été de 44′ 32″ en 55 ans, c'est 48″ 35‴ par an.

Pour m'assûrer davantage de ce mouvement, j'ai comparé d'autres Observations de M. Picard avec les miennes ; en voici la Comparaison.

En 1675 & 1676 M. Picard étant à l'Observatoire Royal, y observa les différences de passages entre le Soleil & Arcturus par la lunette d'un quart de cercle de 3 pieds, qu'il laissoit immobile depuis que le Soleil y avoit passé ; voici les différences de passages que j'ai reduits en tems moyen : c'est toûjours pour midi.

Diffé-

Différences de passage entre le Soleil & Arcturus.

1675 Mai.	22—10h 2′ 44″ ¾		Tems moyens.
	23— 9 58 52 ¼		
	24— 9 54.41 ⅔		
1676 Mai.	21—10 3 45 ¼		
	22— 9 59 43		

Longitudes vrayes & Ascensions droites du Soleil, par les Tables de M. de la Hire.

Longitudes vrayes.		Différ.	Ascens. dr.	Différences.	
1675 Mai.	22 ♊ 1d 17′ 20″		59 9 16		
	23—2 14 54	57 34	60 9 30	60′ 14″	9″
	24—3 12 28	57 34	61 9 53	60 23	
1676 Mai.	21—1 3 24		58 54 42		
	22—2 0 59	57 35	59 54 55	60 13	

Différences d'Ascension droite d'Arcturus & du Soleil, depuis Midi.

1675 Mai.	22—151	5	57	
	23—150	7	39	
	24—149	4	50	
1676 Mai.	21—151	21	7	
	22—150	20	21	

Ascensions droites d'Arcturus.

1675 Mai.	22—210	15	13
	23—210	17	9
	24—210	14	43
1676 Mai.	21—210	15	49
	22—210	15	16

En rejettant l'obſervation du 23 Mai 1675 comme fautive, & ſuppoſant ſuivant les Tables de M. de la Hire la déclinaiſon d'Arcturus pour 1675 de 20ᵈ 53′ 40″ Septentrionale, & pour 1676 de 20ᵈ 53′ 23″; j'ai calculé les Longitudes de cette Etoile de cette maniere.

Longitude d'Arcturus.

1675 Mai.	22 ♎ 19ᵈ	44′	26″	
	24—19	43	56	
1676 Mai.	21—19	45	11	
	22—19	44	39	

En prenant un milieu, la Longitude d'Arcturus pour 1675 eſt de 19° 44′ 11″ ♎ pour 1676

1676 de 19° 44′ 55″ : ces Longitudes étant comparées avec celles que j'ai trouvées pour 1724 de 20^d 22′ 47″, il en resultera le mouvement d'Arcturus en Longitude de 38′ 36″ en 49 ans, ou de 37′ 52″ en 48 ans, ce qui fait par an 47″ 16‴ ou 47″ 20‴.

Par le peu d'Observations que je viens de rapporter, il paroîtroit que le mouvement annuel des Etoiles fixes seroit un peu plus lent que la plupart des Astronomes ne le supposent. M. de la Hire le fait de 50″ $\frac{3}{4}$, & M. Halley dans les Transactions Philosophiques, dit l'avoir trouvé tant soit peu plus grand que de 50″ par la comparaison des plus anciennes Observations; mais avec tant d'incertitude par le défaut des Observations anciennes, qu'il s'en est tenu au nombre rond de 50″. Par les Observations que je viens de rapporter, ce mouvement paroîtroit encore de 2 ou 3″ plus petit.

Je tâcherai de m'en assûrer dans la suite par de nouvelles Observations & Comparaisons avec celles de M. Picard, ou d'autres. Il est toûjours surprenant que l'on puisse à present par l'exactitude des Observations modernes, déterminer dans un intervalle de peu d'années un mouvement aussi lent que l'est celui des Etoiles fixes, & cela avec presqu'autant de précision qu'en employant les plus anciennes Observations que nous ayons, qui ont été faites il y a 2 mille ans. Je m'étois preparé à faire en 1725 les mêmes Observations que l'année précédente; mais les mauvais tems qu'il a fait au mois de Mai, lorsque le Soleil étant dans les Signes Ascen-

dans, a passé par le parallele d'Arcturus; ces mauvais tems, dis-je, ont rendu mes preparatifs inutiles.

OBSERVATIONS ET EXPERIENCES SUR UNE DES ESPECES DE SALAMANDRE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

SANS entrer dans le détail de toutes les especes de Salamandres, ni de ce que plusieurs Auteurs en ont écrit, voici quelques Observations que j'ai faites sur une des especes de cet animal, celle que les Naturalistes appellent *Salamandre terrestre*.

C'est une espece de Lezard, long de 5 ou 6 pouces. Sa tête est large & platte comme celle du Crapaud; ses pattes aussi ressemblent plus à celles du Crapaud qu'à celles du Lezard dont elle a le corps & la queue, quoique l'un & l'autre plus gros. Sa queue cependant ne se termine point en pointe aiguë comme celle du Lezard, mais peut avoir une ligne de diametre à son extremité.

Le dessus de l'animal est noir, marqueté de jaune. Le ventre est brun, & quelquefois jaunâtre. Deux bandes jaunes partent des deux côtés de la tête au-dessus des yeux, & s'éten-

s'étendent parallelement jusqu'à l'origine de la queue. Ces bandes se terminent ordinairement vers le milieu du corps, puis reprennent : quelquefois, mais rarement, elles sont sans interruption. Tout le reste de l'animal est bigarré de taches jaunes, qui n'affectent ni figures ni lieux particuliers. La peau est sans écailles, assés lisse, excepté aux côtés qu'elle paroît un peu chagrinée. L'on voit sur le dos deux rangs paralleles de mammelons, qui accompagnent l'épine dans toute sa longueur.

La Salamandre a quelquefois la peau seche comme un Lezard : le plus souvent elle est enduite d'une espece de rosée qui rend sa peau comme vernie, sur-tout lorsqu'on la touche ; & elle passe dans un moment de l'un à l'autre état.

Une proprieté encore plus singuliere, c'est de contenir sous la peau une espece de lait qui j'aillit assés loin lorsqu'on presse l'animal.

Ce lait s'échappe par une infinité de trous, dont plusieurs sont très sensibles à la vûe sans le secours de la Loupe, sur-tout ceux qui répondent aux mammelons. Quoi-que la premiere liqueur qui sert à enduire la peau de l'Animal, n'ait aucune couleur, & ne paroisse qu'un vernis transparent, elle pourroit bien être la même que le lait dont nous parlons, mais répandu en gouttes si fines & en si petite quantité, qu'il ne paroît point de sa blancheur ordinaire.

Ce lait ressemble assés au lait que quelques Plantes répandent quand on les coupe ; il

il eſt d'une âcreté & d'une ſtipticité inſupportable; & quoi-que mis ſur la langue il ne cauſe aucun mal durable, on croiroit trouver à l'endroit qu'il a touché une cicatrice ou du moins une pliſſure. Certains Poiſſons ont merité le nom d'Orties par la reſſemblance qu'ils ont avec cette plante lorſqu'on les touche; notre Salamandre pourroit être regardée comme le Tytimale des Animaux.

Lorſqu'on écraſe ou qu'on preſſe la Salamandre, elle répand une ſinguliere & mauvaiſe odeur.

Il s'en faut bien qu'elle ait l'agilité du Lezard: elle eſt pareſſeuſe & triſte: elle vit ſous terre dans les lieux frais & humides, ſurtout au pied des vieilles murailles, & ne ſort de ſon trou que dans les tems de pluyes, ou pour recevoir l'eau, ou crainte d'être noyée dans ſon trou, ou peut-être pour chercher les inſectes dont elle vit, qu'elle ne pourroit guere attraper qu'à demi noyés.

La Salamandre, outre la proprieté merveilleuſe de vivre dans les flammes, que les Anciens lui ont attribuée, eſt encore regardée, & par eux, & par la plupart des Naturaliſtes modernes, comme l'Animal le plus dangereux. Si nous en croyons Pline, elle fera perir toute une Contrée.

Les grandes pluyes du mois d'Octobre paſſé firent ſortir pluſieurs Salamandres, qu'on m'apporta avec toutes les précautions qu'on peut prendre contre l'animal le plus terrible.

La premiere experience que je fis, fut celle du prodige attribué à la Salamandre. Toute fabuleuſe que paroit l'hiſtoire de l'animal in-

incombuſtible, je voulus la verifier; & quelque honte qu'ait le Phyſicien en faiſant une experience ridicule, c'eſt à ce prix qu'il doit acheter le droit de détruire des opinions conſacrées par le rapport des Anciens.

Je jettai donc pluſieurs Salamandres au feu. La plupart y perirent ſur le champ: quelques-unes eurent la force d'en ſortir à demi brûlées, mais elles ne purent reſiſter à une ſeconde épreuve.

Cependant il arrive quelque choſe d'aſſés ſingulier lorſqu'on brûle la Salamandre. A peine eſt-elle ſur le feu, qu'elle paroit couverte de gouttes de ce lait dont nous avons parlé, qui ſe raréfiant à la chaleur, ne peut plus être contenu dans ſes petits reſervoirs; il s'échappe de tous côtés, mais en plus grande abondance ſur la tête & aux mammelons qu'ailleurs, & ſe durcit ſur le champ, quelquefois en forme de perles.

Il y a quelque apparence que cet écoulement ſingulier a donné lieu à la fable de la Salamandre; cependant il s'en faut beaucoup que le lait dont nous parlons, ſorte en aſſés grande quantité pour éteindre le moindre feu: mais il y a eû des tems où il n'en falloit guere davantage pour faire un animal incombuſtible. L'on pourra même encore, ſi l'on veut, croire que l'animal dont les Anciens ont parlé n'eſt point celui-ci; & là-deſſus je m'en rapporte à l'envie que chacun peut avoir de juſtifier l'Antiquité, ou de convenir qu'elle a quelquefois cru legerement.

Enfin, en attendant qu'on trouve la veritable Salamandre, ceci ſera une proprieté de

l'Ani-

l'Animal qui porte ſon nom, qui merite d'être obſervée, & qui a même quelque rapport, quoiqu'éloigné, avec le prodige des Anciens.

Voici les experiences ſur le venin de la Salamandre.

Je me propoſai deux choſes, 1° de faire mordre quelque animal par la Salamandre, 2° de faire manger la Salamandre à quelque animal. Mais ces experiences avoient un genre de difficulté, que ceux qui redoutent tant la Salamandre ne ſoupçonneroient guere; il falloit trouver des animaux qui vouluſſent manger la Salamandre; ou des Salamandres qui vouluſſent mordre. J'eus beau les irriter de mille manieres, jamais aucune n'ouvrit la gueule. Il fallut donc la leur ouvrir; mais ayant vû leurs dents, quelle apparence qu'elles puſſent bleſſer l'animal; petites, ſerrées, & égales, elles couperoient plutôt que de percer ſi la Salamandre en avoit la force, mais elle ne l'a pas. Il fallut donc chercher quelque animal à peau aſſés fine pour ſe laiſſer entamer. J'ouvris la gueule d'une Salamandre & lui fis mordre un poulet déplumé, à l'endroit de la morſure: mais quoi-que je preſſaſſe les mâchoires de la Salamandre, & que cette morſure fût beaucoup plus forte que la Salamandre la plus vigoureuſe ne pourroit la faire, les dents ſe dérangerent plutôt que d'entamer le poulet; enfin je lui ôtai une partie de la peau de la cuiſſe, & y fis faire pluſieurs morſures.

Pour n'être plus obligé d'écorcher les animaux que je ferois mordre, je penſai à chercher

cher quelque partie assés délicate pour que les dents pussent penetrer.

Je fis faire plusieurs morsures à la langue & aux levres d'un Chien, & à la langue d'un Coq d'Inde, par des Salamandres nouvellement prises; aucun des animaux mordus n'eut le moindre accident.

Quoi-que je sûsse alors que les animaux dont la morsure est la plus venimeuse, ne sont point nuisibles étant avalés; je voyois que la morsure de la Salamandre n'étoit rien: une espece de déference pour la crainte qu'on a de cet animal, & le goût de la liqueur qu'il a sous la peau, me porterent à éprouver si, comme aliment, il seroit nuisible. La peine étoit d'en faire manger à quelques animaux; ils auroient plutôt souffert les plus longs jeûnes, que de goûter à l'animal preservé par le lait détestable, & la Salamandre n'est pas de grosseur à la pouvoir faire avaler par surprise.

Je fis ouvrir la gueule d'un Chien, & ayant coupé une Salamandre par morceaux, je les lui fis tous avaler, la plûpart vivans encore, & lui tins la gueule liée pendant une demi-heure.

Je fis en même tems avaler une petite Salamandre entiere à un jeune Coq d'Inde.

Ces deux animaux parurent toûjours aussi gais qu'à leur ordinaire. Une demi-heure après que j'eus delié la gueule du Chien, c'est-à-dire, une heure après qu'il eut avalé la Salamandre, il en revomit la queue & les pattes, les parties apparemment qu'il auroit eû le plus de peine à digerer. Pour le Coq d'In-

d'Inde, on ne revit rien de la Salamandre qu'il avoit avalée. L'un & l'autre but & mangea à son ordinaire, & ne donna pas le moindre signe de maladie.

Je voulus faire encore une experience.

Je trempai du pain dans le lait de la Salamandre, & en fis manger à un poulet ; je trempai dans le même lait de petits bâtons pointus, & les enfonçai dans des playes que j'avois faites à l'estomac & à la cuisse d'un autre poulet. Tout cela fut inutile, & la Salamandre me parut toujours aussi peu dangereuse.

Je n'ignore pas qu'il y a encore des ressources pour ceux qui voudroient soûtenir que la Salamandre est nuisible ; peut-être ne l'est-elle que dans certains tems & dans de certaines circonstances ; peut-être ne l'est-elle que pour certains animaux, &c. Cependant il n'y a guere lieu de soupçonner tout cela, ni guere de moyens plus sûrs ni plus praticables pour s'en éclaircir.

J'ajoûterai un fait qui me paroit digne de remarque. Ayant ouvert quelques Salamandres, je fus surpris de trouver dans la même tout à la fois, des œufs, & des petits aussi parfaits que ceux des vivipares. Les œufs formoient deux grappes semblables aux ovaires des Oiseaux, excepté que ces grappes étoient plus allongées ; & les petits étoient enfermés dans deux longs tuyaux, dont le tissu étoit si délié qu'on les voyoit très distinctement à travers. Je comptai dans une Salamandre 42 petits, & dans une autre 54, presque tous

vi-

vivans; auſſi bien formés, & plus agiles que les grandes Salamandres.

Ces animaux paroiſſent bien propres à éclaircir le myſtere de la generation; car quelque varieté qu'il y ait dans la nature, le fond des choſes s'y paſſe aſſés de la même maniere. L'on ſait aſſés quels avantages l'on retire de l'Anatomie comparée; la connoiſſance parfaite d'un ſeul corps ne ſeroit peut-être le prix, que de l'examen impoſſible de tous les corps de la nature.

EXPERIENCES SUR LA DISSOLUBILITÉ DE PLUSIEURS SORTES DE VERRES.

Par M. Du Fay.

M. Geoffroy donna en 1725 une analyſe très exacte d'un Verre qui ſe diſſolvoit dans la plûpart des liqueurs acides: les bouteilles qui en étoient faites gâtoient le Vin en très peu de tems, parce que la foible acidité du Vin ne laiſſoit pas d'agir ſur ce Verre, & le décompoſoit en quelque façon, au point que les parties qui s'en détachoient ſe mêlant dans le Vin, le troubloient & le corrompoient très promptement.

ment. Tandis que M. Geoffroy travailloit à décompoſer ce Verre, ce qu'il a fait avec une exactitude infinie, je me ſuis appliqué à en compoſer un avec diverſes matieres & en différentes proportions. Je comptois bien faire de bon Verre en me ſervant des matieres connues & ordinaires; mais je ne m'attendois pas à en faire d'auſſi mauvais, & même de beaucoup plus mauvais & plus aiſé à diſſoudre que celui dont je viens de parler. Ce n'eſt pas d'aujourd'hui qu'on ſait qu'il y a ſouvent plus de fruit à recueillir des operations manquées, que de celles dont le ſuccès eſt tel qu'on ſe l'étoit promis. J'ai donc eſſayé en différentes proportions les cendres & le ſable qui avoient été envoyés de la Verrerie, où l'on faiſoit de ces mauvaiſes bouteilles, & enſuite pluſieurs autres ſortes de ſables & de cendres. Voici les experiences que j'ai faites, & les effets qui en ont reſulté.

J'ai pris 7 onces de cendres de leſſive ſéchées dans les arches du four de la Verrerie, une once de cendres du même four au défaut de cendres fortes ou non leſſivées, & 10 gros de ſable ſéché, ce qui étoit la proportion ordinaire des ouvriers de cette Verrerie; j'ai bien mêlé & tamiſé le tout, & l'ayant mis au feu de vitrification, j'ai eû un verre aſſés facile à fondre, opaque, noir; je l'ai verſé ſur le marbre, & j'ai mis des fragmens de la plaque qui s'y eſt formée avec des filets que j'avois détachés pendant la fuſion, dans de l'Eſprit de Nitre; il s'y eſt blanchi en une nuit ſur la ſurface, comme les verres rapportés dans le Memoire de M. Geoffroy, & même les filets un peu plus déliés que les autres étoient entierement diſſouts;

en-

enfin il eſt devenu pareil à celui qui avoit été travaillé dans la Verrerie.

J'ai changé le ſable & la proportion de la cendre, & j'ai pris 5 onces de cendres de leſſive, une demi-once de cendres du four & autant de ſablon d'Eſtampes; le verre étoit noirâtre : il s'eſt fondu moins facilement que le premier, mais il s'eſt diſſout dans l'Eſprit de Nitre en auſſi peu de tems & à peu près de la même maniere.

J'ai pris ſept onces de cendres de branches ſéchées, une once de cendres du four de la Verrerie, & une once de ſable ſéché; ayant fondu ce mêlange j'ai eû un verre fort tranſparent, verdâtre, rempli de bulles d'air, & ſe mettant quoi-qu'avec aſſés de peine en fuſion bien claire; ce Verre s'eſt trouvé fort bon & ne s'eſt point diſſout dans l'eſprit de Nitre ni dans celui de ſel, quelque tems qu'il y ait demeuré.

Comme il entre dans cette compoſition une grande quantité de cendres de branches, j'en ai fait d'autre avec 4 onces de cendres de branches ſéchées, une once de cendres du four & une once de ſable; il s'eſt fondu plus difficilement que le précédent où il y avoit plus de cendres, & il s'eſt trouvé auſſi bon & auſſi indiſſoluble dans les acides.

Les cendres de leſſive m'ayant donné de mauvais verre, j'ai voulu voir ſi c'étoit celles de cette Verrerie ſeulement qui faiſoient cet effet, & pour cela j'ai pris 3 onces de cendres de mon feu que j'avois leſſivées & ſéchées, une demi once de cendres neuves & autant de ſable ſéché : cette compoſition s'eſt miſe aſſés facile-

lement en fusion & a fait un verre brun ; mais ce qui m'a fort surpris, c'est qu'en une nuit il s'est dissout dans l'esprit de Nitre, beaucoup plus facilement qu'aucun des autres que j'ai essayé : il y a eû cependant quelque différence dans la matiere qui s'est formée, car j'ai trouvé une espece de mucilage bleuâtre à peu près semblable à celui que l'esprit de Vitriol avoit fait sur le Verre travaillé dans la Verrerie, qui entouroit & qui couvroit les fragmens qui avoient même changé de figure, & ne s'étoient point divisés en lames comme le Verre des bouteilles. Ayant détaché avec un petit bâton une partie de ce mucilage, il m'a paru que c'étoit une gelée assés solide, jaunâtre, transparente, & qui étant desséchée à l'air est devenue friable, mais se brisant en tout sens & n'ayant aucune disposition à se réduire en lames : mes cendres étoient de bois flotté, je les avois fait bouillir dans un chaudron de cuivre, & ayant versé l'eau plusieurs fois par inclination je les avois séchées dans un creuset à une chaleur mediocre : il m'a semblé depuis qu'elles n'avoient pas été suffisamment séchées, parce qu'elles étoient plus pesantes que celles qui l'avoient été dans les arches du four ; mais il n'est pas possible, comme on le verra par les operations suivantes, que ce soit ce défaut qui ait rendu le Verre dissoluble dans les acides.

Pour être assûré que des circonstances étrangeres, comme le degré de feu, le tems que les matieres demeuroient en fusion, les creusets, n'avoient point de part à ces accidens, j'ai recommencé la composition qui m'avoit donné de bon Verre, & dans les mêmes proportions ;
j'en

j'en ai eû de tout pareil & qui a été aussi bon que le premier.

J'ai pris 3 onces de cendres de bois flotté de mon feu sans être lessivées, & une once du sable de la Verrerie; j'ai eû un Verre très fusible, beau, verdâtre & avec moins de bulles d'air qu'il n'y en avoit dans les autres; il a commencé a être attaqué sensiblement par l'esprit de Nitre en moins de deux heures; au bout de 10, les fragmens sans avoir sensiblement diminué de volume, étoient entourés & couverts de l'épaisseur d'un travers de doigt d'un mucilage, ou d'une gelée transparente & assés solide pour ne se point écouler lorsque j'inclinois le Verre; enfin au bout de deux jours toute la liqueur s'est trouvée transformée en cette espece de gelée. Ainsi tout le Verre que j'ai fait avec mes cendres de bois flotté lessivées, ou non lessivées, a été mauvais; avec cette différence cependant, que celles qui ont été lessivées sont encore plus mauvaises, & font le Verre beaucoup plus brun & d'une couleur assés désagreable.

J'ai essayé les cendres de bois neuf; j'en ai pris quatre onces sans être lessivées, que j'ai mêlées avec une once de sable séché: cette composition n'a jamais pû se mettre en fusion bien claire, quelque chaleur que j'aye donnée, & même jusques à vitrifier presque entierement le creuset; je l'ai cependant coulé sur le marbre, mais je n'ai eû qu'une masse brune, cassante, poreuse, paroissant seulement vitrifiée en quelques endroits; il s'y est trouvé quelques gouttes de Verre très noir; le tout avoit une odeur de Soufre, & en

quelques endroits on remarquoit un goût salin.

J'ai diminué la proportion du sable, & j'en ai mêlé une demi-once avec 3 onces & demie de cendres de bois neuf lessivées; ce mélange a eû aussi beaucoup de peine à se fondre; j'en ai cependant eû quelques goutes qui ont coulé: elles sont d'un beau verre, transparent, verdâtre, & tout à fait semblable au meilleur verre dont on fait des bouteilles. Le reste de la matiere a été une masse vitrifiée en dessus, grise en dedans, poreuse & ressemblant assés à la pierre-ponce. L'un & l'autre de ces deux Verres, aussi-bien que la matiere poreuse, se sont dissouts dans l'esprit de Nitre, & se sont réduits en cette espece de gelée dont j'ai déja parlé: le Verre m'a paru se dissoudre encore plus facilement que la matiere poreuse, car au bout de huit jours étant entierement dissout & réduit en mucilage blanc, la matiere poreuse n'étoit encore qu'un peu blanchie vers la surface. Ainsi les cendres de bois neuf n'ont pas mieux réussi que celles de bois flotté.

J'ai pris cinq onces de cendres de branches, & une once de sable séché; j'avois déja employé un pareil mêlange, mais avec plus de cendres, & le Verre avoit été fort bon: celui-ci s'est mis en fusion bien claire; il étoit jaunâtre, transparent & de très bonne consistance; il ne s'est point dissout dans l'esprit de Nitre, quelque tems qu'il y ait demeuré; enfin on le pouvoit regarder comme un très bon verre & très propre à travailler. Il est à remarquer que je n'y ai point mis de cendres

dres du four, comme dans le premier mêlange, ce qui cependant n'a fait de changement que dans la couleur; car celui-ci tiroit sur le jaune, & le premier sur le verd.

Comme les cendres du four n'avoient fait aucun tort dans le Verre de la 3e & 4e experience, qui se sont trouvés tous deux fort bons, quoi-que dans l'une il y en eût un 8e & dans l'autre un 5e, j'ai essayé à faire du Verre avec 4 onces de ces cendres & une once de sable séché: il est devenu clair, fluide, transparent, tirant sur le jaune & fort semblable au précédent, si ce n'est qu'il étoit un peu plus foncé; mais il s'est dissout dans l'esprit de Nitre en très peu de tems.

J'ai fait un autre mélange composé de 4 onces de cendres de lessive séchées au feu, de 6 gros de cendres du four, & d'une once de sable: cette matiere a fait un Verre très brun, mediocrement beau, qui a resisté à l'esprit de Nitre pendant 24 heures, mais qui à la fin est devenu comme les autres. C'est le meilleur que j'aye fait en employant les cendres de lessive, qui par toutes les experiences que je viens de rapporter me paroissent les plus mauvaises de toutes, & dont il est cependant difficile de se passer, par la difficulté d'en avoir des autres en assés grande quantité.

J'ai mêlé avec 4 onces de cendres de lessive séchées dans les arches, demi-once de cendres du four, six gros de sable séché, & une once de charbon pilé: ce mêlange n'a jamais pu se vitrifier à cause du charbon, & est resté en poudre telle que je l'avois mise.

Voyant que les cendres tant neuves que lessivées faisoient de mauvais Verre, j'ai beaucoup augmenté la proportion du sable; j'en ai mis deux onces avec 4 onces de cendres de bois neuf, qui m'avoient été envoyées de la Verrerie; cela m'a donné un Verre très brun, assés vilain, qui a commencé à se dissoudre en moins d'une demi-heure, & l'a été entierement en 24 heures.

Je suis revenu aux cendres de branches qui sont les seules qui m'avoient fait de bon Verre, & j'en ai mêlé deux onces avec 4 onces de cendres de lessive séchées, une once de cendres du four & une once de sable; ce mélange a donné un Verre extrêmement difficile à fondre, & qui même ne s'est jamais pu mettre en belle fusion, mais a fait une matiere très brune, opaque, & n'ayant point, ou du moins que très peu de parties transparentes: cette matiere s'est dissoute en très peu de tems dans l'eau forte.

J'ai augmenté la quantité de cendres de branches, j'en ai pris trois onces avec trois onces de cendres de lessive séchées au feu, une once de cendres du four & une once de sable; ce mélange s'est fondu plus facilement que le precedent; il a fait un Verre noir tirant sur le Caffé dans ses parties transparentes, & de bonne consistance, c'est-à-dire difficile à se casser, & se cassant fort net: ce Verre a resisté plus longtems que les autres à l'action de l'eau forte, à cause de la plus grande quantité de cendres de branches qui y étoit entrée, mais il s'est dissout à la fin, & on ne doit pas le regarder comme de bon verre.

On

On attribuoit d'abord la mauvaise qualité de ce Verre à la façon de le travailler, ou à la construction du four, & pour s'en éclaircir on a transporté des matieres de cette Verrerie dans celle de Cormera, & on les y a travaillées; mais le Verre en a été aussi mauvais que dans l'autre, il s'est dissout dans l'esprit de Nitre, & s'est séparé en feuilles à l'ordinaire.

Le Verre fait avec les matieres de la Verrerie de Cormera, a été fort bon, & ne s'est point dissout dans les eaux fortes.

Il resulte de toutes ces experiences, que les cendres des environs de cette Verrerie, tant celles qui sont neuves que celles qui ont été lessivées, ne sont point propres à faire de bon Verre: ce défaut n'est pas même particulier à ces cendres, puisqu'on vient de voir que j'en ai fait d'aussi mauvais avec diverses autres cendres; & il est peut-être plus ordinaire qu'on ne pense, de trouver du Verre dissoluble dans les acides: on ne s'avise pas souvent de mettre les bouteilles communes à cette épreuve, & ceux qui employent ordinairement des esprits acides, savent qu'il arrive quelquefois que les bouteilles en sont attaquées, & sur-tout par l'esprit de sel qui les ronge souvent, au point qu'elles se séparent à l'endroit où étoit la surface de la liqueur lorsqu'on les souleve par le col: cela m'est arrivé deux fois, & je ne doute point que cela ne soit arrivé à plusieurs autres. Il y a même apparence que M. Homberg a rencontré de pareil Verre lorsqu'il a fait une experience qui est rapportée dans l'Histoire Latine

de M. Duhamel en 1694. Il dit que l'eau forte diffout le Verre, fi on le fait rougir au feu & qu'on le trempe enfuite dans du plomb fondu: j'ai fait plufieurs fois cette experience fur diverfes fortes de Verres, & j'ai toûjours trouvé que celui qui étoit réellement bon ne fe diffolvoit point après cette préparation; ainfi il eft vrai-femblable que celui fur lequel M. Homberg a fait cette remarque, fe feroit également diffout dans l'eau forte avant de le plonger dans le plomb fondu.

Les cendres de branches font les feules dont le Verre fe foit trouvé fort bon, quoi-qu'il y eût un 8e ou même un 5e de cendres du four; mais lorfque je les ai mêlées avec parties égales d'autres cendres, le Verre eft devenu moins bon, & enfin a été très mauvais lorfque la quantité d'autres cendres a furpaffé celle des cendres de branches. Il eft certain que le fable de cette Verrerie n'a aucune part à la mauvaife qualité du Verre, car j'ai fait de très bon Verre avec ce fable, & de fort mauvais avec le fablon ordinaire. C'eft donc aux cendres feules qu'il fe faut arrêter. J'avoue qu'il n'eft pas aifé d'expliquer un fait qui paroît auffi fingulier; on peut cependant remarquer que les cendres de leffive & celles du four font la plûpart de bois mort, ou du moins très vieux, & qui peut avoir perdu la partie de fes Sels, la plus propre à rendre le Verre d'une tiffure plus forte, plus folide, & plus difficile à être penetrée par les acides de l'eau forte; peut-être ces fels font-ils devenus plus alkalis qu'ils ne doivent être, & par-là font-ils trop aifés à diffoudre, au-lieu que les fels des cendres de branches vertes font plus

ap-

approchans de la nature du sel moyen, & par-là resistent à l'action des liqueurs acides. Quoi qu'il en soit, on ne peut donner ces raisons que comme des conjectures, & il faut attendre qu'une plus longue experience nous ait fait trouver d'autres Verres qui ayent le même défaut: on pourra peut-être alors, par l'examen des matieres qui les composent, connoître la veritable cause d'un effet jusques à present inconnu ou negligé par ceux qui l'ont remarqué; & il y a apparence que si l'on parvient à en découvrir exactement la cause, on pourra en même tems y trouver le remede.



SECOND MEMOIRE,

OU

REFLEXIONS NOUVELLES

SUR

UNE PRECIPITATION SINGULIERE

DE

PLUSIEURS SELS PAR UN AUTRE SEL,

*Déja rapportée en 1724, & imprimée dans le Tome de la même année, sous le Titre d'*OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE, *sur la dissolution successive de différens Sels dans l'eau commune.*

Par M. LEMERY.

IL s'agissoit dans ce Memoire, dont celui-ci est la suite ou le supplément, d'une propriété singuliere du Sel de Tartre, & jusque-là inconnue.

On sait que le Sel de Tartre mêlé dans l'eau avec un Sel salé concret propre à fermenter avec lui, enleve à ce Sel son acide; devient par-là lui-même de Sel alkali, Sel salé, & par conséquent très différent de ce qu'il étoit auparavant; qu'enfin il opere la précipitation de

de la matrice terreuse ou métallique du Sel dont il a operé la décomposition; & que cette matrice précipitée & privée de l'acide qui la rendoit dissoluble, ne l'est plus en cet état, du moins comme elle l'étoit auparavant, à moins qu'on ne lui rende ce qu'on lui a ôté; car sans cela, elle ne se dissoudra dans l'eau que comme le font ordinairement les autres matieres terreuses ou métalliques, c'est à dire à force de trituration, de tems & de peine, & encore en petite quantité.

Mais on ne savoit point que le Sel de Tartre presenté à différentes sortes de Sels fondus dans l'eau, avec lesquels il ne fermente point, qu'il n'altere point, & sur lesquels il n'agit point aussi, mais sur les parties d'eau qui les tiennent en dissolution, excite néanmoins la précipitation de ces Sels, qui tout précipités qu'ils sont, & toûjours tels qu'ils étoient auparavant, sont également dissolubles, & se redissoudroient en effet dans la même liqueur, si le Sel de Tartre au travers duquel cette même liqueur s'est filtrée, & à l'embouchure des pores duquel elle a laissé le Sel qu'elle tenoit dissout, dont les petites parties divisées s'y ramassant, se précipitent à l'instant, comme il a été expliqué plus en détail dans le Memoire donné en 1724; si le Sel de Tartre, dis-je, ne se dissolvoit pas dans la même quantité de liqueur, & y occupant la place du Sel précipité, ne l'empêchoit pas par-là d'y rentrer dans la suite.

Nous avons aussi rapporté pour preuve, que ni le Sel précipité, ni le Sel de Tartre ne s'alteroient mutuellement par leur mêlange dans la même liqueur; que chacun de ces sels après

la précipitation de l'un excitée par l'autre, pouvoit toujours refervir à refaire la même experience ; c'eſt-à-dire qu'en rediſſolvant dans de nouvelle eau le Sel précipité, & lui repreſentant enſuite le même Sel de Tartre degagé des parties aqueuſes qui le tenoient diſſout, & qu'il avoit enlevées dans la premiere experience au Sel précipité, il le précipite encore une ſeconde fois & pluſieurs autres de même.

Enfin nous avons remarqué que ce n'eſt pas parce que le Sel de Tartre ſe diſſout dans les mêmes parties d'eau qui appartenoient à l'autre Sel, que cet autre Sel ſe précipite, mais que c'eſt pour cela que cet autre Sel ne rentre point dans la liqueur; & en effet, la précipitation de cet autre Sel precede d'un inſtant la diſſolution du Sel de Tartre: les petites portions d'eau chargées de l'autre Sel ne peuvent diſſoudre le Sel de Tartre qu'après s'être dépouillées à l'entrée de ſes pores, de celui qu'elles contenoient; d'ailleurs cette précipitation n'exige point par elle-même la diſſolution du Sel de Tartre; il ſuffit pour cette précipitation, que l'eau en ſe filtrant dans les pores du Sel de Tartre, abandonne à elles-mêmes les parties du Sel de Tartre qu'elle tenoit diſſoutes: il eſt vrai que ſi en cette occaſion le filtre ne ſe diſſolvoit pas immédiatement après, & qu'il n'occupât pas alors entierement les parties d'eau, elles ne manqueroient pas en rencontrant de nouveau le Sel précipité, de le rediſſoudre ; & c'eſt pour cela que la diſſolution du Sel de Tartre, inutile à la précipitation de l'autre Sel,

Sel, eſt abſolument neceſſaire pour l'empêcher de rentrer dans la liqueur.

Nous avons auſſi rapporté à cette occaſion, un fait; c'eſt que quand au lieu de Sel de Tartre non diſſous, on ſe ſert de Sel de Tartre fondu dans une quantité d'eau ſuffiſante avant que de le verſer ſur la diſſolution du Sel qu'on veut précipiter, il ſe précipite de même & à l'inſtant une quantité de ce Sel proportionnée à la quantité du Sel de Tartre fondu qui a été employé: or on ne peut point dire que cette précipitation fût l'effet immediat de la diſſolution du Sel de Tartre dans la même portion d'eau du Sel précipité, puiſque cette diſſolution étoit déja toute faite dans une autre portion d'eau, & bien avant le mélange des deux Sels dans le même liquide.

Cette précipitation excitée, non par le Sel de Tartre, ſous une forme ſeche, & tel que nous l'avons employé pour la même experience rapportée il y a environ trois ans; mais par le Sel de Tartre fondu auparavant dans ce qu'il lui faut d'eau, pour former ce qu'on appelle communément l'Huile de Tartre par défaillance; cette précipitation, dis-je, donne lieu à quelques remarques & réflexions phyſiques aſſés curieuſes, déja annoncées dans le Memoire de 1724, & qui feront le ſujet & la matiere d'un ſecond & d'un troiſieme Memoire. Ces remarques & ces réflexions s'y trouveront compriſes dans les objections ſuivantes que nous nous ferons, & dans les reponſes que nous tâcherons d'apporter aux difficultés propoſées.

La premiere de ces objections, c'eſt que ſi le

le Sel de Tartre, quoi-que tout diſſous, peut toujours par la ſeule rencontre de ſes parties & de celles du liquide qui tenoit un Sel moyen en diſſolution, cauſer la précipitation de ce Sel moyen; quand après avoir diſſout deux gros de Nitre, par exemple, dans une once d'eau, on en a fait précipiter enſuite une-certaine quantité par le moyen d'une demi-once de Sel de Tartre qui s'y eſt fondue, & qui y a pris la place du Nitre précipité; comme la même liqueur contient alors & à la fois une demi-once de Sel de Tartre & un gros de Nitre, qui occupent chacun une partie de la liqueur, il ſeroit inutile de preſenter alors à ce liquide une nouvelle quantité de Sel de Tartre, pour en faire précipiter le Nitre qui y eſt encore, la demi-once de Sel de Tartre qui y a d'abord été fondue, & qui habite avec le Nitre, devroit ſuffire pour le précipiter en peu de tems & juſqu'à la fin; de même qu'une demi-once de Sel de Tartre fondu dans une demi-once d'eau, & verſé en cet état ſur un gros de Nitre fondu dans une autre demi-once d'eau, précipite à l'inſtant ce gros, ou une partie de ce gros de Nitre.

Je reponds, qu'à ne conſidérer ces deux experiences que d'un certain côté; je veux dire, par la doſe du Sel de Tartre & du Salpêtre mêlés enſemble, avec ce qu'il leur faut à chacun de parties aqueuſes, tout paroît ſi ſemblable de part & d'autre, qu'il ſembleroit que l'effet devroit auſſi être le même dans l'une & dans l'autre experience, & ne différer tout au plus que par la promptitude de la pré-

précipitation. Mais comme sa différence va bien au-delà, & que la précipitation qui dans l'une des deux experiences se fait à l'instant & en assés grande quantité, manque tout à fait dans l'autre, ou si on y en apperçoit quelqu'une, elle est infiniment petite, & n'arrive sensiblement qu'après beaucoup de tems, & seulement encore dans la solution de quelques Sels, tel que le Salpêtre: voyons si nous ne trouverons point la cause de cette différence dans ce que chacune de ces experiences ont de particulier.

La premiere & la seule différence essentielle qui s'offre à notre examen, c'est que dans l'une de ces experiences la portion d'eau qui tient le Sel de Tartre en dissolution est déja toute mêlée avec l'autre portion d'eau appartenante au Salpêtre; que ces deux Sels font partie du même liquide; que leurs parties y nagent les unes avec les autres; & que celles du Sel de Tartre ne peuvent agir sur la portion aqueuse de l'autre Sel, l'absorber & causer la précipitation de cet autre Sel, qu'en vertu des mouvemens qui se passent dans l'interieur de ce liquide, & dont elles reçoivent leur contingent suivant la distribution qui s'y en fait à chacune des parties qui le composent.

Dans l'autre experience au contraire, la portion d'eau appartenante au Sel de Tartre, n'est point mêlée avec celle du Salpêtre, elle ne s'y mêle qu'après y avoir été versée; & ce mouvement particulier par lequel l'Huile de Tartre tombe sur la solution du Nitre, & qui est tout à fait different de celui qui agite les

parties du liquide & qui en excite la fluidité, peut d'autant mieux être reputé la cause de la précipitation du Salpêtre, que cette précipitation suit immédiatement ce mouvement; qu'elle continue tant que l'effet de ce mouvement, c'est-à-dire, le trouble, la confusion, le desordre, regnent dans la liqueur; & que dès que le calme & l'ordre s'en sont une fois emparés, & que toutes les parties du liquide ne sont plus agitées que par la cause interne de leur fluidité, on ne voit plus rien alors se précipiter de nouveau, quand même la liqueur contiendroit encore beaucoup plus de Salpêtre qu'il n'en a été précipité: ce qu'il est aisé de savoir au juste.

Pour concevoir d'où peut provenir cette différence, il est à propos de faire attention que quoi-que les différentes parties de l'eau se meuvent, les unes en un sens, les autres en un autre, on auroit tort d'en induire que tout est en confusion dans le sein de ce liquine: la regularité des différens phénomenes qu'on apperçoit dans la dissolution des Sels, suppose un ordre & un arrangement particulier dans les mouvemens différens du liquide qui les soûtient; & il seroit aisé de prouver, & par la raison qui vient d'être alleguée, & qu'il s'agiroit d'examiner plus en détail, & par l'action de la cause à laquelle l'eau est redevable de sa fluidité, que les mouvemens qui se passent dans l'interieur de ce liquide, sont très reguliers, &, ce qui paroîtra peut-être un paradoxe, qu'ils sont tous aussi bien réglés que ceux de la meilleure pendule. En attendant cet examen, pour entendre ce que nous

nous avons à faire voir dans la suite, considerons d'abord que l'eau ne se donne point à elle-même la fluidité qu'elle a, & que le principe de cette fluidité n'est autre, comme je l'ai suffisamment prouvé dans un Memoire imprimé dans le Tome de l'année 1709, que la matiere même du feu ou du Soleil, qui produit & entretient dans les parties de l'eau une vraye fusion, parfaitement comparable à celle des métaux par le feu ordinaire.

Or comme un nombre infini de petites portions de cette matiere de feu, ou de ce fluide qui frappent de tous côtés, & penetrent en tout sens le liquide, poussent de tous les points de ce liquide, selon des directions particulieres & différentes, une infinité de petites masses d'eau, d'un volume proportionné à celui des portions du fluide qui les agite, & les fait marcher les unes à droite, les autres à gauche, & ainsi du reste; ce qui produit le mouvement en tout sens qu'on apperçoit sensiblement dans l'eau en y faisant fondre un morceau de quelque Sel, & considérant comme il y est à la fois attaqué de toutes parts par les parties du liquide: nous pouvons supposer avec un fondement legitime, & conclure hardiment de ce qui vient d'être remarqué, que tout liquide se partage naturellement en différentes petites portions, distinctes & separées les unes des autres, & que nous regardons en quelque sorte comme ses parties organiques; que dans celui qui a dissout & qui contient à la fois du Sel de Tartre & du Salpêtre, certaines portions sont chargées de Sel de Tartre, d'autres le sont

de

de Salpêtre; & que les unes & les autres, contraintes par la cause de leur mouvement à suivre des routes différentes, forment dans le liquide autant de petits courans particuliers chargés de Sels différens.

Cela étant, on conçoit aisément, 1°. que les courans de ce liquide qui marchent à côté les uns des autres, pourront y subsister sans se confondre, & par conséquent sans exciter de précipitation; comme nous voyons deux Rivieres qui en se joignant dans le même lit, marchent long-tems à côté l'une de l'autre sans mêler leurs eaux.

2°. Que pour les courans qui marchent les uns contre les autres, comme ils ont tous à peu près le même degré de mouvement, & qu'ils ne sont pas plus en état l'un que l'autre de s'enfoncer & de percer dans l'interieur l'un de l'autre, tout ce qu'ils pourront faire, sera de rejaillir en quelque sorte, & de former des especes de petits tourbillons, sans que ce rejaillissement donne lieu à aucune précipitation; parce que les particules d'eau qui enveloppent & charrient le Nitre, ne rencontreront pas toûjours les parties du Sel de Tartre du courant opposé, ce qui seroit une premiere condition necessaire pour la précipitation; mais elles rencontreront les parties d'eau qui enveloppoient le Sel de Tartre, ce qui ne produira qu'un conflict entre les particules d'eau d'un courant & celles du courant opposé. Et lorsque des particules d'eau appartenantes au Nitre, rencontreront veritablement des parties de Sel de Tartre d'un autre courant, comme les pores de ce

Sel

Sel y ſont toûjours remplis des particules d'eau du même courant, ou de la même petite maſſe ou portion du liquide, & que, comme il a déja été remarqué, tous les différens courans de ce liquide ont à peu près la même force; on ne voit pas comment les particules d'eau d'un courant viendroient à bout de repouſſer & de chaſſer hors des pores du Sel de Tartre de l'autre courant, les particules d'eau qui y ſont déja, pour ſe loger en leur place, & ſe dépouiller du Nitre qu'elles contiennent en ſe filtrant au travers de ces pores, dans leſquels s'ils ne parviennent point à penetrer, il ne ſe fera jamais qu'un contact exterieur des particules d'eau d'un courant avec les particules de Sel de Tartre de l'autre courant; & ce contact, qui n'ira pas plus loin, n'operera jamais de précipitation.

3°. Que ſuppoſé que deux courans vinſſent à ſe confondre, il ne ſe feroit point encore de précipitation, à moins que l'un des deux courans ne contînt du Salpêtre & l'autre du Sel de Tartre; ce qui ſe prouve évidemment, parce que quand on jette ſur une ſolution de Nitre une ſolution du même Sel, il ne ſe fait point de précipitation; au lieu qu'il s'en fait une très prompte & très abondante quand on y verſe une ſuffiſante quantité d'Huile de Tartre.

4°. Quand deux portions d'eau, dont l'une ſeroit chargée de Nitre & l'autre de Sel de Tartre, viendroient à ſe confondre, & feroient l'une par rapport à l'autre, tout ce qui ſeroit neceſſaire pour exciter la précipitation

tion du Nitre contenu dans la petite portion de la ſolution nitreuſe, on verra par la ſuite qu'il ne ſe feroit point encore alors de précipitation complette, à moins qu'on n'empêchât en même tems les parties d'eau qui viennent d'abandonner & de perdre le Nitre qu'elles contenoient, de le recueillir preſqu'auſſi-tôt qu'il commence à ſe précipiter, & de le faire diſparoître en l'obligeant à rentrer dans la liqueur dont il ſe ſéparoit.

Enfin, ſuppoſé que toutes les circonſtances requiſes concourent à exciter une précipitation dans la liqueur chargée de Nitre & de Sel de Tartre, il eſt aiſé de juger par tout ce qui a été dit, que la précipitation du Nitre ne ſe fera toûjours que dans quelques endroits de cette liqueur, & que la quantité en ſera fort petite; c'eſt auſſi ce que j'ai déja rapporté, que l'experience m'avoit fait reconnoitre.

J'ai même obſervé que quand l'un des deux Sels que contenoit la liqueur, étoit du Salpêtre, on pouvoit appercevoir quelquefois le premier aſſemblage des parties de ce Sel, d'où naiſſoient inſenſiblement & après un long tems des aiguilles très fines à la verité, mais très ſenſibles par leur longueur, & qui après avoir été ſuſpendues quelque tems dans la liqueur, formoient au fond du vaiſſeau une très petite doſe de précipité. Nous allons rapporter une autre experience, où la formation & l'aſſemblage de ces aiguilles arrivent en bien moins de tems & en plus grande quantité, & peuvent être plus aiſément apperçûes.

Il ſuit de tout ce qui a été dit, que quand une

une certaine dose de Sel de Tartre a pris en quelque sorte son rang & sa place dans un liquide, avec une autre dose de Sel moyen, & que les deux Sels contenus chacun dans leurs courans particuliers obéissent aux mêmes mouvemens de ce liquide; comme en vertu de ces mouvens reglés, uniformes, & distribués également à toutes les petites masses d'eau, il regne dans toutes ces petites masses une espece d'équilibre de force, moyennant lequel elles ont bien assés de mouvement pour suivre leur route, & pour resister à l'impulsion des autres masses au milieu desquelles elles se soûtiennent avec vigueur contre leur effort, sans se laisser entamer, mais elles n'en ont pas assés pour faire sur les autres masses une impréssion différente de celle qu'elles en reçoivent; le Sel de Tartre par toutes ces raisons, trouve alors bien moins d'occasions, toutes choses d'ailleurs étant égales, de précipiter le Nitre contenu dans les autres masses du liquide avec lesquelles il y nage, que quand après avoir dissout séparément ces deux Sels dans une quantité d'eau, & l'en avoir parfaitement soulée, on verse la liqueur de Sel de Tartre sur l'autre solution.

Car la liqueur qui tombe à plomb sur l'autre, a en cette occasion un mouvement que n'a point l'autre liqueur, & avec lequel non seulement elle s'y fait jour & détruit l'ordre & l'arrangement de ses courans, mais encore chaque petite portion de l'Huile de Tartre qui perce dans une portion de la solution nitreuse avec laquelle elle se mêle &

ſe confond, force & détermine par ſa chûte même les parties aqueuſes qui contenoient le Nitre, d'enfiler les pores du Sel de Tartre; à peu près, de même qu'un morceau de métal garni de trous, au travers duquel un liquide paſſeroit librement, & qu'on jetteroit dans un vaiſſeau rempli d'eau, obligeroit l'eau qu'il preſſeroit en tombant, de paſſer au travers de ces pores. Et ce qui aſſûre encore d'autant plus dans l'experience dont il s'agit, l'effet de la précipitation, c'eſt que chaque petite portion d'Huile de Tartre, tombant toûjours ſur autant de petites portions de la ſolution nitreuſe, elles ne portent jamais à faux, comme dans le cas precedent, où deux courans chargés des mêmes Sels pourroient ſe rencontrer & ſe confondre, ſans qu'il en reſultât pour cela aucune précipitation.

REGLES OU LOIX GENERALES DES IMPULSIONS OBLIQUES DES FLUIDES, CONTRE UNE SURFACE PLANE.

Par M. PITOT.

LES avantages qu'on peut tirer de la Théorie des impulsions obliques des fluides, m'ont excité à la reduire à des regles generales; & j'ai vû naître avec plaisir de celles que j'ai trouvées, la solution de plusieurs belles & importantes questions, resolues, à la verité, par plusieurs grands Géometres, mais par des voyes très différentes & plus compliquées. Je m'étois engagé de travailler sur cette matiere dans le Memoire que je donnai l'année derniere, sur ma méthode de déterminer le plus grand effet possible de toutes les machines mûes par des fluides: je considerai dans ce Memoire, que toutes les surfaces choquées par un fluide, étoient opposées directement ou perpendiculairement à sa di-

direction, n'ayant égard qu'aux chocs directs, & me reservant de traiter des chocs ou impulsions obliques. Les regles auxquelles je suis parvenu, & qui feront la matiere de ce Memoire, me paroissent les plus simples & les plus commodes qu'on puisse desirer; puisque d'une seule Equation du second degré on peut deduire la situation la plus avantageuse des ailes des Moulins à vent; l'angle que doit faire le gouvernail d'un Navire, pour virer le plus promptement qu'il est possible; la situation la plus avantageuse de la Quille d'un Vaisseau, par rapport au vent; celle de la Voile par rapport à celle de la Quille ou de la route donnée; & enfin les deux situations, tant de la Quille que de la Voile, pour gagner le plus au vent.

I. Je suppose pour trois principes connus, que si une surface plane reçoit obliquement l'impulsion d'un fluide, 1°. que les forces relatives des impulsions sont entr'elles comme les quarrés des sinus des angles d'incidence, 2°. que la direction selon laquelle cette surface est poussée par le fluide, est toûjours suivant une ligne qui lui est perpendiculaire, appellée par cette raison, *ligne de la force mouvante*, 3°. & qu'on peut décomposer cette force totale de l'impulsion du fluide en forces laterales paralleles, & perpendiculaires, à telle direction qu'on voudra.

* II. Si AB ou Ab est la surface choquée par l'impulsion d'un fluide suivant la direction RAT ou RPB, on voit, après avoir dé-

* Fig. 1.

décrit le demi cercle *TSO*, que *AP* eſt le ſinus de l'angle d'incidence; *BG* perpendiculaire à la ſurface *AB* ſera la ligne de la force mouvante: que ſi la direction donnée eſt toûjours parallele à une ligne droite donnée *EAC*, on lui menera par les points *B* & *b* les paralleles *BQF* & *bqf*. Maintenant ſi *BG* exprime la force totale de l'impulſion, ayant mené *GK* perpendiculaire à *BQF*, *BK* ſera la force laterale avec laquelle la ſurface eſt pouſſée ſuivant la direction *BQF* parallele à *CAE*, & *KG* la force laterale perpendiculaire à la même direction. Soit encore mené du point *C* la perpendiculaire *CD* au rayon *AS*, & des points *A* & *B* les perpendiculaires *AQ* & *BV*, à la direction donnée.

III. Avant que de paſſer au Calcul de ces forces laterales, il eſt à propos de faire les obſervations ſuivantes.

1°. Que la ſurface *AB* peut avoir deux poſitions différentes ſous un même angle d'incidence *AP*; ce qui fait deux cas principaux, le premier lorſque l'angle *TAB* eſt aigu, & le ſecond lorſqu'il eſt obtus: or il eſt viſible que ces deux angles ſont toûjours le complément l'un de l'autre.

2°. Que lorſque l'angle d'incidence *ABP* ou *TAB* eſt moindre que l'angle *TAC* ou *DCA* fait par la direction donnée & par celle du fluide, la perpendiculaire *GK* tombera à la droite du point *B* ou du côté du point *F*, dans ce cas la ſurface ſera pouſſée lateralement de *B* en *K* en avançant contre la direction du fluide; & c'eſt en ce ſens que nous prendrons les valeurs poſitives de cette force. Mais lorſque ce même angle *ABP* ſera plus grand que l'angle

ACD,

ACD, le point *K* tòmbera à gauche du point *B*, & la ſurface ſera pouſſée lateralement de *B* en *K*, en fuyant pour ainſi dire le fluide: ainſi c'eſt en ce ſens que nous devons prendre les laterales paralleles négatives.

Pour ce qui eſt des laterales perpendiculaires, nous prendrons les poſitives à droite de la direction donnée, & les négatives à gauche.

Il eſt à propos d'obſerver encore, que pour éviter les repetitions, nous avons marqué dans nos figures toutes les lignes du premier cas, par des grandes lettres; & toutes celles du ſecond par des petites, pour appliquer le même raiſonnement au calcul de l'un & de l'autre Cas.

IV. Ayant nommé les données *AS* ou *AB*, a; *AD*, b; *DC*, c; le ſinus de l'angle *AP*, x; la laterale parallele *BK*, z; & la laterale perpendiculaire *KG*, y; Par l'Art. I. l'impulſion perpendiculaire eſt à l'impulſion oblique, comme $\overline{AS}^2$ eſt à $\overline{AP}^2$ :: aa. xx. :: a. $\frac{xx}{a}$. Ainſi exprimant par a, la force totale de l'impulſion perpendiculaire à la ſurface, $\frac{xx}{a}$ ſera celle de l'impulſion oblique, ou la valeur de *BG*. Or les triangles ſemblables *CDA*, *BPF* & *bPf* donnent *CD*, c; *DA*, b; :: *BP*, $\sqrt{aa-xx}$; *PF*, $\frac{b}{c}\sqrt{aa-xx}$. D'où l'on tire dans le premier Cas $AF = \frac{b}{c}\sqrt{aa-xx} - x$, & dans le

le second $Af = \frac{b}{c}\sqrt{aa - xx} + x$. Mais AC, a; CD, :: $AF\ \frac{b}{c}\sqrt{aa - xx} \pm x$ de l'un & l'autre Cas, sera à AQ ou Aq, $\frac{b}{a}\sqrt{aa - xx} \pm \frac{cx}{a}$, & de plus les angles BGK, BAV, ou ABQ sont égaux, faisant chacun un angle droit avec l'angle KBG, ainsi les triangles rectangles ABV ou ABQ & BKG sont semblables. D'où l'on tire AB, a; AQ ou BV $\frac{b}{a}\sqrt{aa - xx} \mp \frac{cx}{a}$ :: BG, $\frac{xx}{a}$. BK $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} \pm cx^3}{a^3} = z$, valeur de la force laterale parallele à la direction donnée pour l'un & l'autre Cas, savoir $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3}{a^3} = z$ pour le premier, & $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3}{a^3} = z$ pour le second.

Pour avoir maintenant l'expression de la force laterale perpendiculaire KG, y, les mêmes triangles semblables que ci-dessus, donnent CD, c. CA, a :: BP, $\sqrt{aa - xx}$. BF $\frac{a}{c}\sqrt{aa - xx}$. & AC, a. AD, b :: AF, $\frac{b}{c}\sqrt{aa - xx} \mp x$ $FQ\ \frac{bb}{ac}\sqrt{aa - xx} \mp \frac{bx}{a}$, & enfin AB, a. BQ ou $BF - FQ = \frac{a}{c}$

 $\sqrt{}$

$\sqrt{aa-xx} - \frac{bb}{ac}\sqrt{aa-xx} + \frac{bx}{a} :: BG,$

$\frac{xx}{a}.KG, y = \frac{aaxx\sqrt{aa-xx} - bbxx\sqrt{aa-xx}}{a^3c} + bcx^3,$

valeur de la laterale perpendiculaire de l'un & l'autre Cas; que je reduis à $cxx\sqrt{aa-xx} + bx^3 = a^3y$, en substituant cc pour $aa-bb$, nous avons donc les 4 égalités suivantes.

1. $bxx\sqrt{aa-xx} - cx^3 = a^3z.$

2. $bxx\sqrt{aa-xx} + cx^3 = a^3z.$

3. $cxx\sqrt{aa-xx} + bx^3 = a^3y.$

4. $cxx\sqrt{aa-xx} - bx^3 = a^3y.$

La 1ere pour les laterales paralleles du premier Cas, la 2me pour celles du second, la 3me pour les laterales perpendiculaires du premier Cas, & la 4me pour celles du second.

* V. Pour construire les lieux des Egalités ci-dessus, ou, ce qui est le même, pour trouver les valeurs des forces laterales correspondantes à tous les angles d'incidence, on menera du point P la perpendiculaire PI à la surface AB; & du point I la perpendiculaire IL à la ligne de direction donnée: je dis que IL est l'expression de la laterale parallele du premier Cas, iL celle du second; AL la laterale perpendiculaire du 1er Cas, & AL

* Fig. 2.

AL celle du second : ainsi si l'on fait sur le point P les ordonnées $PM = IL$, $Pm = iL$, $PN = AL$, & $Pn = Al$, on aura les 4 points M, m, N & n ; dont le 1er M sera à la Courbe ou au lieu AME des laterales paralleles du premier Cas, le 2me m, sera à la Courbe ou au lieu AmE des laterales paralleles du second Cas, le 3me N à la Courbe ANH des laterales perpendiculaires du premier Cas, & enfin le 4me n, sera un point de la Courbe AnH des laterales perpendiculaires du second Cas.

Si l'on fait la même operation pour tous les points P, ou tous les sinus des angles d'incidence AP, on formera les 4 rameaux AME, AmE, ANH & AnH, ou les deux folium $AMEmA$ & $ANHnA$, dont le 1er est le lieu de toutes les laterales paralleles, & le 2me celui des laterales perpendiculaires.

DEMONSTRATION.

* Les triangles semblables ABP, API donnent AB, a, AP, $x :: AP$, x. AI, $\frac{xx}{a}$, valeur de la force totale BG ; mais le triangle AIL est semblable au triangle ABV ou BAQ, & par conséquent au triangle KBG. Or les deux triangles rectangles semblables AIL, KBG ayant leurs hypothenuses AI & BG égales, sont entierement égaux, ainsi $PM = BK$ & $PN = KG$.

VI. Si dans l'Equation des forces laterales paral-

* Fig. 1. & 11.

paralleles $bxx\sqrt{aa-xx} \mp cx^3 = a^3 z$ on suppose $x=b$, on aura $b^3 c \mp b^3 c = a^3 z$. D'où il suit qu'au point où $x=b$, la force laterale parallele est dans le premier Cas égale zero, & dans le second égale à $\frac{2b^3c}{a^3}$, ainsi le premier rameau *AME* coupe l'axe *AS* au point *D*.

Si l'on fait $x=a$, on trouvera dans la même Egalité $z=-c$ dans le premier Cas, & $z=+c$ dans le second; ce qui montre que $SE=DC$, & que les deux rameaux se rencontrent au point *E* de la droite *HSE* perpendiculairement à l'axe *AS*; que si l'on fait $x=b$ dans l'Equation des laterales perpendiculaires, on aura dans le premier Cas $y=\frac{bb}{a}$, & dans le second $y=\frac{bbcc-b^4}{a^3}$; & lorsque $x=a$, on a dans les deux Cas $y=b$ ou $SH=AD$.

VII. Chaque rameau a son *Maximum*, c'est-à-dire, qu'il y a dans chaque Cas une position la plus avantageuse de la surface *AB* pour les plus grandes forces laterales paralleles & perpendiculaires. Or pour trouver le *Maximum* du 1er rameau *AMDE*, ou la plus grande force laterale parallele du 1er Cas, on prendra suivant la méthode la différence de $bxx\sqrt{aa-xx} - cx^3 = a^3 z$, qui est $\frac{2baaxdx - 3bx^3dx}{\sqrt{aa-xx}} - 3cx^2dx = a^3dz$, & qu'il faut sup-

ſuppoſer égale à zero pour avoir cette égalité $2aab - 3bxx - 3cx\sqrt{aa - xx} = 0$, de laquelle ayant ôté l'incommenſurable, ſubſtitué aa au lieu de $bb + cc$, & diviſé tout par aa, on tirera l'Equation ſuivante,

$$x^4 - aaxx = -\tfrac{4}{9}aabb - \tfrac{1}{3}bbxx,$$

dont les racines ſont

$$xx = \tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{10}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}.$$

Que ſi l'on veut avoir le *Maximum* du rameau AmE, ou la plus grande force laterale parallele du ſecond Cas, on fera comme ci-deſſus la différence de

$bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3 = a^3z$ égale à zero pour avoir l'égalité $2aab - 3bxx + cx\sqrt{aa - xx} = 0$, ſur laquelle ayant fait les mêmes operations que ci-deſſus, on aura préciſément la même Equation que nous venons de trouver.

$$x^4 - aaxx = -\tfrac{4}{9}aabb - \tfrac{1}{3}bbxx.$$

Cette Equation renferme donc les *Maximum* des deux Cas, ou des deux rameaux AME & AmE; & en effet ces deux racines ſont réelles & poſitives, & il eſt viſible que la plus petite $x = \pm\sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb - \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4}}$,&c. donne le ſinus d'incidence pour le *Maximum* du premier Cas; & la plus grande

$$x = \pm\sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb + \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{10}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}}$$

donne celui du ſecond Cas.

 VIII. On

VIII. On trouvera de la même maniere la plus grande force laterale perpendiculaire du 1er Cas, ou le *Maximum* du rameau *ANH* en prenant la différence de

$cxx\sqrt{aa-xx}+bx^3=a^3y$ qu'on ſuppoſera égale à zero pour en tirer l'égalité

$2caa-3cxx+3bx\sqrt{aa-xx}=0$, & qu'on reduira à cette Equation,

$$\begin{aligned} x^4 - aaxx &= -\tfrac{4}{9}aacc \\ &\quad -\tfrac{1}{3}ccxx \end{aligned}$$

toute ſemblable à celle de l'Article precedent, excepté que c ſe trouve au lieu de b.

C'eſt encore ici la même choſe que dans l'Article precedent, c'eſt-à-dire que les deux racines

$$xx=\tfrac{1}{2}aa+\tfrac{1}{6}cc\pm\tfrac{1}{2}\sqrt{a^4-\tfrac{10}{9}aacc+\tfrac{1}{9}c^4},$$

donnent les *Maximum* des deux rameaux des laterales perpendiculaires, avec cette ſeule différence, que la plus grande racine donne le *Maximum* du premier Cas, & la petite celui du ſecond.

IX. Si l'on veut avoir les ſinus d'incidence où les forces laterales paralleles & perpendiculaires ſont égales, ou le point d'interception des rameaux *AME* & *ANH* dans le premier Cas, & des rameaux *AmE*, *AnH* dans le ſecond, on fera ſimplement $b\sqrt{aa-xx}-cx=c\sqrt{aa-xx}+bx$ dans le premier Cas, & $b\sqrt{aa-xx}+cx=c\sqrt{aa-xx}-bx$ dans le ſecond. D'où l'on tirera pour l'un & l'autre Cas $x=\sqrt{\tfrac{1}{2}aa-bc}$. Mais pour avoir

avoir le point d'interception z, on voit qu'il faut faire $b\sqrt{aa - xx} - cx = c\sqrt{aa - xx} - bx$.

D'où l'on tirera $x = \sqrt{\frac{\mp a^4 aabc}{aa - 2bc}} = \sqrt{\tfrac{1}{2} aa}$.

X. L'Angle d'incidence ou ſon ſinus x étant donné pour trouver la force laterale parallele, on ſubſtituera la valeur donnée de x, que je nomme p, dans l'Equation $bxx\sqrt{aa - xx} \mp cx^3 = a^3 z$ pour avoir $z = \frac{bpp\sqrt{aa - pp} \mp cp^3}{a^3}$. On fera la même choſe pour les laterales perpendiculaires.

XI. Que ſi la force laterale parallele eſt donnée, & qu'on ſe propoſe de trouver l'angle d'incidence, on ſubſtituera cette force donnée que je nomme f, dans l'Equation des deux Cas $bxx\sqrt{aa - xx} \mp cx^3 = a^3 z$ pour avoir

$bxx\sqrt{aa - xx} = a^3 f \pm cx^3$; de laquelle ayant ôté l'incommenſurable & diviſé par aa, on aura dans le premier Cas $x^6 - bbx^4 + 2acfx^3 + a^4ff = 0$, & dans le ſecond $x^6 - bbx^4 - 2acfx^3 + a^4ff = 0$, dont l'une des racines donnera la valeur de x, ſinus de l'angle d'incidence.

On fera préciſément de même pour les laterales perpendiculaires.

* XII. Conſiderant maintenant que la direction donnée CAF ſoit perpendiculaire à cel-

* Fig. 3.

celle du fluide *RAT* ou *RPB*, il est visible que dans cette supposition, les points *D* & *C* se confondront avec le point *S*, le point *V* avec le point *P*, & la ligne *BQF* sera parallele à la ligne *SA*; ainsi *DC*, *c*, devient égal à zero, & *AD*, $b = a$ effacent donc les termes où *c* se trouve dans nos Egalités, (*Art. IV*,) & substituant *a* au lieu de *b*, on aura

$xx\sqrt{aa-xx}=aaz$ pour les laterales paralleles des deux Cas, & $x^3 = aay$ pour les laterales perpendiculaires. D'où il suit que les deux rameaux des laterales paralleles deviennent entierement semblables, aussi-bien que ceux des laterales perpendiculaires.

XIII. Lorsque $x = a$, la 1ere Egalité

$xx\sqrt{aa-xx}=aaz$, donne $z=0$, & la seconde $x^3=aay$, donne $y=a$; d'où l'on voit que l'angle d'incidence étant droit, la force laterale parallele à la direction *SAF*, ou perpendiculaire à celle du fluide, est nulle, & que celle de la laterale perpendiculaire à la même direction, ou parallele à celle du fluide, est égale à la force totale de l'impulsion.

XIV. Pour avoir les *Maximums* des rameaux *AMS*, *AmS* ou la plus grande force laterale perpendiculaire à la direction du fluide, on fera simplement, (*par les Art. VII. & XII*,) $b = a$ dans

$$xx=\tfrac{1}{2}aa+\tfrac{1}{6}bb\pm\tfrac{1}{2}\sqrt{a^4-\tfrac{10}{9}aabb+\tfrac{1}{9}b^4}$$

pour avoir $xx=\frac{2}{3}aa\pm\sqrt{0}$ ou $x=\pm\sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

Or ces 2 valeurs de *x* étant ici égales, prouvent l'évidence de nos Calculs; car on voit visi-

visiblement d'ailleurs, que dans ce Cas particulier les deux rameaux sont entierement semblables.

XV. Que si l'on veut avoir dans ce même Cas le *Maximum* des rameaux ANH, Anh, ou la plus grande force laterale perpendiculaire à la direction SAF parallele à celle du fluide, on fera (*par les Art. VIII & XII*,) $c=0$ dans $xx = \frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}cc \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - \frac{10}{9}aacc + \frac{1}{9}c^4}$; & on trouvera $x = \pm a$ & $x = 0$. D'où l'on voit que les rameaux ou la Courbe des laterales paralleles à la direction du fluide, n'a point de *Maximum*; en effet cette Courbe devient ici la 1ere parabole cubique, & fait voir évidemment que dans ce Cas les laterales perpendiculaires à la direction SAF vont toûjours en augmentant, & deviennent enfin égales à la force totale de l'impulsion lorsque la surface AB est en AS.

XVI. On aura le point d'interception des rameaux AMS, ANH, en faisant $c=0$ dans $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa - bc}$ que nous avons trouvé, (*Art. IX.*) pour avoir $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa}$. D'où l'on voit que dans ce Cas les forces laterales sont égales lorsque l'angle d'incidence est de 45 degrés.

XVII. Nous n'entrerons pas dans un plus long détail de ce Cas particulier; on pourra y appliquer facilement les Calculs des Art. X & XI. Mais nous ajoûterons encore ici en forme de supplément, 1°. qu'on peut re-

presenter toutes les forces totales BG par les Ordonnées d'une Parabole : car si l'on fait $BG = t$, on aura par l'Art. II. $\frac{xx}{a} = t$ ou $xx = at$, Equation de la Parabole ; 2°. qu'une force totale BG étant donnée, le lieu de sa décomposition en deux laterales pour toute sorte de direction, est un Cercle qui a BG pour diametre, ce qui est clair à cause de l'angle droit BKG.

XVIII. Pour faire maintenant les applications de nos principes, & de nos regles, nous commencerons par en déduire la disposition la plus avantageuse des aîles des Moulins à Vent ordinaires.

* Si l'on décompose la force totale de l'impulsion que chaque aîle $ABCD$ reçoit du Vent, en deux forces laterales, l'une suivant la direction AF perpendiculaire à celle du Vent RA ou PR, & l'autre suivant AT perpendiculaire à AF, ou parallele à la ligne du Vent RA, on verra clairement que de ces deux forces, celle qui est parallele à la direction du Vent est en pure perte, puisqu'elle pousse seulement les aîles dans la direction du Vent ou de l'arbre XY, qui est toûjours supposé parallele au Vent : il n'y a donc que la force laterale de l'impulsion du Vent, perpendiculaire à sa direction, qui fait tourner le Moulin, ainsi la situation la plus avantageuse des aîles doit être telle que cette force soit la plus grande. Or nous avons trouvé, (*Art. XIV*,) que le sinus de l'angle d'incidence que la surface AB representée ici

* Fig. 1 & 4.

ici par l'aîle du Moulin, doit faire pour avoir cette plus grande force, est *AP*, $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$, qu'on trouvera dans les Tables de sinus de 54° 44'. D'où l'on voit que la largeur des aîles ou volans *AB* doit être inclinée à l'arbre *XY* de 54° 44'.

M. Parent a donné la solution de cette question dans ses Elemens de Mechanique & de Physique, mais par une voye très compliquée.

* XIX. Posons maintenant que la surface *AB* represente le gouvernail d'un Navire, dont *AE* est la Quille; *BPR* represente ici la direction du fil de l'Eau, toûjours parallele à la Quille. Pour trouver l'angle le plus avantageux *BAE* ou *BAT*, que le gouvernail *AB* doit faire avec la Quille *AE*, pour virer ou changer de route le plus promptement qu'il est possible, on décomposera la force de l'impulsion de l'Eau en deux forces laterales paralleles & perpendiculaires à sa direction; & considerant leurs effets séparément, on verra que la force laterale parallele poussant le gouvernail dans la direction *AT* ou *PB*, est directement opposée au mouvement du Vaisseau, tandis que la laterale perpendiculaire tend à le faire virer, en poussant la pouppe *A* dans la direction *AF*. D'où l'on voit clairement, que la plus grande force laterale suivant la direction *AF* perpendiculaire à celle de l'Eau, doit faire virer le Navire le plus promptement qu'il est possible; ainsi

* Fig. 5.

ainsi par l'Art. XIV, on aura le sinus de l'angle d'incidence *ABP* ou *BAT* $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

M. Renaud est, je crois, le premier qui a traité cette question, dans sa Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux, p. 64. La solution qu'il en a donnée, a été approuvée par Mrs. Huigens & Bernoulli, quoi-qu'il ait voulu s'en retracter lui-même dans une de ses reponses aux objections de M. Huigens. Le P. Paul Hoste publia peu de tems après une nouvelle démonstration de cette question, dans son Traité des Evolutions Navales; enfin Mrs. Huigens, Bernoulli & Guinée en ont donné chacun une solution particuliere.

* XX. Pour appliquer nos principes à la resolution des principaux & des plus utiles Problêmes de la Manœuvre des Vaisseaux, nous supposerons avec Mrs. Renaud, Huigens & Bernoulli, que la dérive est nulle ou insensible. Cela posé, pour trouver la direction la plus avantageuse de la Quille *XF* pour gagner au Vent dans le Cas le plus simple, qui est lorsque la Voile *BAT* est parallele à la Quille *XF*:

La force totale *BG* de l'impulsion du Vent sur la Voile *AB*, étant décomposée en deux laterales *BK*, *KG*; l'une parallele à sa direction, & l'autre perpendiculaire, on verra évidemment que ce n'est qu'en vertu de la force laterale perpendiculaire *BK*, que le Vaisseau peut aller dans la direction *XAF* en

* Fig. 6.

en gagnant au Vent, car la laterale *KG* lui est directement opposée. D'où l'on voit que dans ce Cas l'inclinaison de la Voile *AB* ou de la Quille *XAF* doit être telle que la force laterale perpendiculaire à la direction du Vent soit la plus grande de toutes, & que par conséquent ce Cas se reduit encore au Calcul de l'Art. XIV. c'est à-dire, que pour avoir la position la plus avantageuse de la Quille pour gagner au Vent, on doit faire le sinus *AP* $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

XXI. Les trois questions que nous venons de resoudre, ne sont, à proprement parler, que des applications du seul & même principe de l'Art. XIV. Les voyes différentes que plusieurs Géometres ont employées pour les resoudre, montrent combien il est avantageux de proceder dans ces recherches par des principes generaux ; car bien souvent plusieurs verités particulieres ne sont que des suites ou des conséquences d'un seul principe.

Nous pourrions rapporter ici plusieurs autres applications utiles & curieuses de ce même principe de l'Art. XIV. Tel est le mechanisme employé ingenieusement pour les Bacs ou Bateaux de passage de quelques Rivieres, comme le Rhône, &c. Le devant du Bateau, ou la Proue étant une fois dirigée obliquement au fil de l'Eau, par le moyen du Gouvernail ou autrement, le Bateau passe tout seul par la seule force de l'impulsion qu'il reçoit de l'Eau.

* Voici en deux mots comment cela se fait. On tend sur deux grands arbres, ou des enfourchemens *ab* & *cd*, une longue Corde *e*, *b*, *p*, *d*, tout au travers de la Riviere, sur laquelle roule une Poulie ou Grenouillette *p*; c'est à cette Poulie que le Bateau ou Bac *ABCD* est attaché par la Corde *pf*. Or il est visible que ce Bateau recevant obliquement l'impulsion de l'Eau, dont la force totale étant décomposée en deux laterales, l'une parallele, & l'autre perpendiculaire à son courant, la Corde *pf* resiste à la laterale parallele, & la laterale perpendiculaire pousse le Bateau dans la direction *PAF*, & lui fait traverser la Riviere. D'où l'on voit que pour passer le plus promptement qu'il est possible, il faut que l'angle d'inclinaison *ABP* soit tel que la laterale perpendiculaire au courant de l'Eau soit la plus grande de toutes, ou (*par l'Art. XIV*,) que le sinus d'incidence *AP* $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

On voit aisément, que le Bac passe d'autant plus vîte, que le courant de la Riviere est plus rapide, & que cet usage ne seroit pas fort expeditif sur les Rivieres d'un courant mediocre, telle que la Seine, & encore moins sur la Loire.

† XXII. La route d'un Vaisseau, ou, ce qui est le même, l'angle de la Quille *CF* & de la ligne du Vent *CR* étant donné, pour dé-

* Fig. 7. † Fig. 1 & 8.

déterminer la ſituation la plus avantageuſe de la Voile *AB*, pour gagner au Vent dans le Cas qu'on va au plus près du Vent, & pour le fuir dans le Cas du Vent largue; on prendra ſeulement (*dans l'Art. VII*,) la direction donnée *CAF* pour celle de la Quille, la ſurface *AB* pour la ſurface de la Voile, & on verra clairement par ce même Art. que le *Maximum* du 1er rameau *AME* ou la plus petite racine

$$x = \sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb - \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{10}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}}$$

ſera le ſinus de l'angle d'incidence de la ſituation la plus avantageuſe de la Voile *AB* pour aller dans la direction ou la route *CAF* en gagnant au Vent; & que le *Maximum* du ſecond rameau *AmE* ſera de même le ſinus d'incidence ou la plus grande valeur de

$$x = \sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb + \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{10}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}}$$

pour aller dans la même direction ou la route *FAC* en perdant au Vent, ou de Vent largue; ſurquoi il faut bien obſerver de prendre dans ce ſecond Cas l'angle d'incidence, dont *AP*, *x* eſt le ſinus dans le quart de cercle *AOS*; car par l'Art. III, *TAB* étant toûjours l'angle d'incidence du 1er Cas, *OAB* eſt toûjours celui du ſecond.

M. Huigens a reſolu le premier cette queſtion; mais il en avoit caché l'analyſe, que M. Bernoulli a dévelopée enſuite dans ſa Nouvelle Théorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux, qu'il a publiée en 1714.

* XXIII.

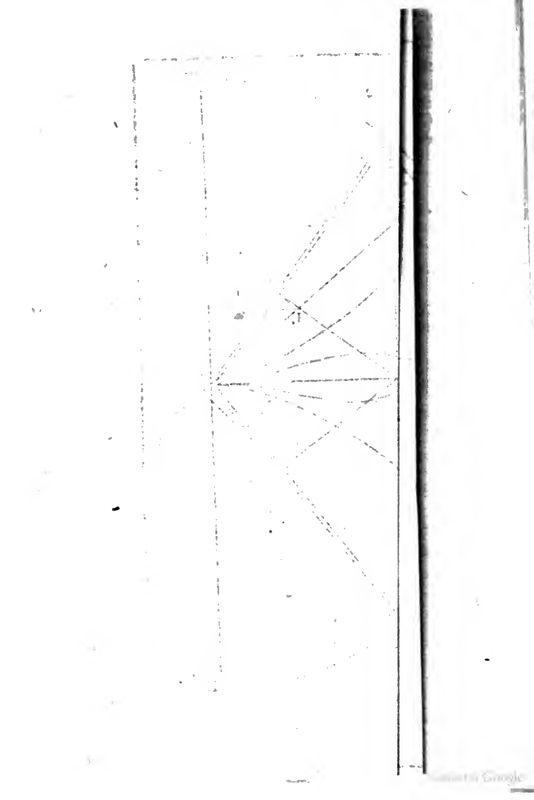
* XXIII. Pour avoir maintenant la situation la plus avantageuse de la Voile, qui convient à la situation la plus avantageuse de la Quille que nous avons trouvée, (*Art. XX.*) & avoir par conséquent les deux situations, tant de la Voile que de la Quille pour gagner le plus au Vent, on fera AD, $b=\sqrt{\frac{2}{3}aa}$; car il est visible que B est toûjours le sinus de l'inclinaison donnée, laquelle est ici la même que celle de la Quille, ou de la route du Vaisseau; substituant donc $\sqrt{\frac{2}{3}aa}$ à la place de b dans

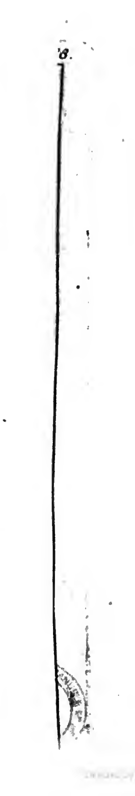
$$x=\sqrt{\tfrac{1}{2}aa+\tfrac{1}{8}bb\pm\tfrac{1}{2}\sqrt{a^4-\tfrac{10}{9}aabb+\tfrac{1}{9}b^4}},$$

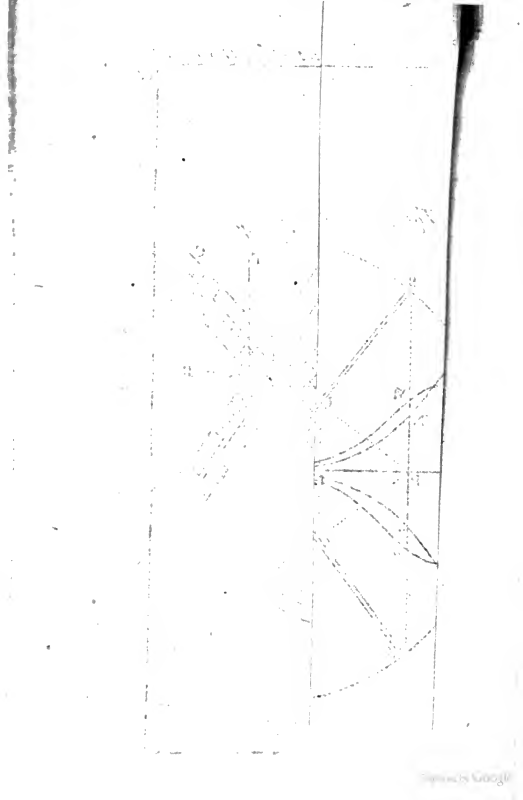
on aura $x=\sqrt{\frac{11}{18}aa\pm\frac{5}{18}aa}$, ou $x=\sqrt{\frac{1}{3}aa}$, & $x=\sqrt{\frac{8}{9}aa}$. Or il est clair que la petite racine $x=\sqrt{\frac{1}{3}aa}$ est le sinus de l'angle d'incidence que la Voile AB doit faire avec la ligne du Vent RPB, pour avoir avec la situation la plus avantageuse de la Quille le plus grand avantage à gagner au Vent: on voit que ces deux sinus d'incidence $x=\sqrt{\frac{2}{3}aa}$ & $x=\sqrt{\frac{1}{3}aa}$, le premier de la situation la plus avantageuse de la Quille, & le second de celle de la Voile, sont le complément l'un de l'autre, ainsi que M. Bernoulli l'a remarqué.

Quant à la plus grande racine $x=\sqrt{\frac{8}{9}aa}$, el-

* Fig. 1.









elle eſt, comme dans l'Art. precedent, le ſinus de l'angle d'incidence de la Voile, pour aller de Vent largue dans la direction ou la route *FAC*, dont l'angle d'inclinaiſon eſt $b = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.



DIS-

DISSERTATION ASTRONOMIQUE SUR LE MOUVEMENT DE LA LUNE, ET DE LA TERRE,

Où l'on examine laquelle de ces deux Planetes tourne autour de l'autre, comme Satellite.

Avec des Remarques sur les Satellites en général.

Par M. DE MAIRAN. *

IL est surprenant que parmi un si grand nombre d'arrangemens, & de mouvemens différens, souvent assés bizarres, attribués aux parties de l'Univers, le systême du mouvement de la Terre autour de la Lune n'ait été imaginé par aucun Philosophe ancien ou moderne, ou que l'ayant été, il soit demeuré inconnu, & sans sectateurs. Ce n'est point là pourtant une de ces idées de pur caprice, manifestement contraires aux apparences celestes, & aux Observations. Nos yeux ne nous disent pas plus distinctement de la Lune, qu'elle tourne autour de la Terre, qu'ils ne nous l'avoient dit du Soleil, & des autres Planetes, aussi bien que des Etoiles fixes. Et à l'égard des raisons qu'on est

* 26 Avril 1727. *Assemblée publique.*

eſt obligé d'employer pour renverſer un tel ſyſtême, elles dépendent de circonſtances aſſés délicates, & qui auroient pû échaper long-tems aux Obſervateurs, ou être éludées par la complication de quelque autre hypotheſe. *Ptolomée* originaire d'Egypte, & au milieu d'Alexandrie, a ſoûtenu le mouvement de Venus & de Mercure autour de la Terre; quoi-que dans le ſyſtême Egyptien, qui ne pouvoit manquer de lui être très connu, & qui étoit en cela conforme à la nature, ces deux Planetes fiſſent leurs revolutions autour du Soleil *. Il faut bien cependant que le ſyſtême de *Ptolomée* ait paru dans la ſuite abſolument inſoûtenable à cet égard, puiſque *Ticho Brahé*, *Argolus*, *Riccioli*, & tous les Aſtronomes les plus jaloux de l'immobilité de la Terre, & qui ont fait de ſi grands efforts pour lui conſerver le privilege d'être le centre des mouvemens celeſtes, n'ont pû ſe diſpenſer de faire tourner tout au moins Venus & Mercure autour du Soleil. Le ſyſtême dont il s'agit ici auroit pû ſans doute avoir un ſemblable ſort, s'il favoriſoit autant les mêmes préjugés. Il y a long-tems apparemment qu'il auroit été imaginé, & défendu avec chaleur, peut-être même avec ſuccès, ſur-tout en des ſiecles où l'on n'avoit ni les Inſtrumens, ni les Pendules que nous avons aujourd'hui, & où l'on ne faiſoit nulle difficulté, à la premiere inégalité de mouvement qui ſe preſentoit, d'appeller à ſon ſecours les Excentriques, & les Epicycles. Quoi qu'il en ſoit, il paroît depuis peu une Diſſertation ingenieuſe ſur les cau-ſes

* Macrob. *Somn. Scip.* *l.* 1. *c.* 19.

ses du Flux & Reflux de la Mer *, où l'Auteur établit pour principe, & tâche de démontrer que c'est la Terre qui tourne autour de la Lune, & non la Lune autour de la Terre, comme on l'avoit crû jusqu'à present. *Baliani* noble Genois très savant, qui vivoit vers le milieu du dernier siecle, & qui a écrit plusieurs Traités de Philosophie & de Mathematique, avoit eu une semblable pensée, & par rapport à l'explication du même Phénoméne †. Mais l'ayant proposée sans preuves, dans un païs, & en un tems, où tout systême fondé sur la mobilité de la Terre étoit tenu pour suspect, & contraire à des verités superieures, elle fut étouffée dès sa naissance, & n'eut aucune suite. Je ne prétends point insinuer que l'Auteur de la nouvelle Dissertation ait puisé son sentiment dans cette source, qu'il a pû ignorer, & que j'ignorois moi-même quand son ouvrage m'est tombé entre les mains. J'avoue au contraire, que la hardiesse & la singularité de son hypothese ont piqué ma curiosité, & qu'accoûtumé à regarder la Lune comme notre Satellite, & la Terre comme sa Planete principale, j'ai senti quelque impatience de savoir ce qu'il en faloit penser. Voici la Méthode que j'ai tenue pour y parvenir : elle consiste principalement à déterminer par la comparaison des vîtesses de la Terre & de la Lune dans leurs orbites, les irregularités que nous devrions appercevoir dans le mouvement propre & apparent du Soleil, si ce-

* *Par le R. P. D.* Jacques Alexandre *Benedictin. Imprimée à Bordeaux en 1726, & ensuite à Paris, chez* Babuty.

† *Epist. ad* Ricciol. *q. v. in ejus Alm. t. 2. l. 9. sect.* 4. c. 15.

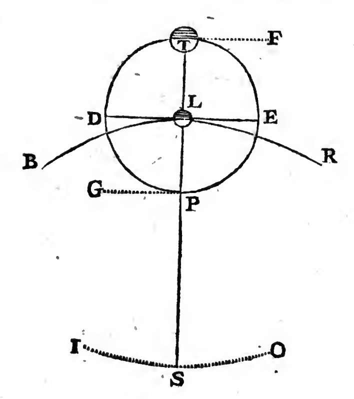
celui qu'on attribue à la Terre, dans cette hypothese, étoit réellement dans la Nature. Les preuves tirées de ce principe seront accompagnées de quelques autres, & de réflexions générales sur les proprietés qui conviennent aux Satellites qui nous sont connus, & qui ne sauroient convenir à la Terre.

Supposons que la Terre tourne en effet autour de la Lune, & sur la même Orbite que nous avons donnée jusqu'ici à cette Planete, qui par conséquent, se trouvera placée sur le grand Orbe où étoit la Terre, selon le systême de *Copernic*, & avec lequel elles étoient emportées toutes les deux autour du Soleil, dans l'espace d'une année. La Terre aura donc desormais trois mouvemens; le mouvement diurne, qui se fait sur son axe, le mouvement periodique ou menstruel, qui se fera autour de la Lune, & le mouvement annuel, qui se fera toûjours autour du Soleil; mais qu'elle n'aura plus qu'en vertu du mouvement annuel de la Lune qu'elle suit comme Satellite. Nous n'avons ici nul besoin de considerer le mouvement diurne, & nous ne parlerons que des deux autres.

Soit *S* le Soleil, *L* la Lune, & *B R* l'Orbe annuel; *T* la Terre, & *TEPD* l'Orbite Terrestre.

Il est clair que nous aurons nouvelle Lune, lorsque la Terre sera en *T*, hors de l'Orbite *BR*, sur le rayon prolongé *SPLT*; & pleine Lune, lorsqu'elle sera en *P*, dans l'Orbite *BR*, sur le même rayon accourci, *SP*. Et si l'on suppose que le mouvement annuel, tant de la Lune que de la Terre, se fait de *B* vers *R*, le mouvement periodique de la Terre se fera de

T



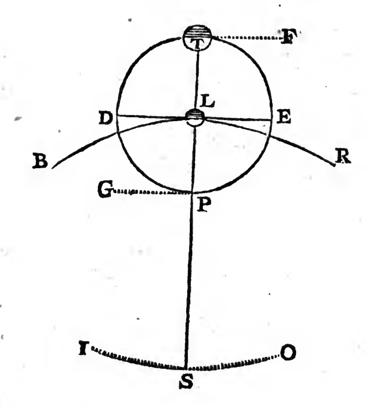
T vers *F* dans la nouvelle Lune, & de *P* vers *G* dans la pleine Lune; conforme dans le premier cas, & contraire dans le ſecond au mouvement annuel. Il en ſera de même à l'égard du mouvement apparent du Soleil, qui dans la même ſuppoſition du mouvement annuel de la Lune, de *B* vers *R*, doit nous paroître aller de *S* vers *I*.

Donc le mouvement periodique de la Terre autour de la Lune doit augmenter ſon mouvement annuel, & le mouvement apparent du Soleil, lorſqu'elle eſt en *T*, & que nous voyons nou-

nouvelle Lune; & le diminuer, lorsqu'elle est en *P*, & que nous voyons pleine Lune. Car c'est autant de nouveau mouvement à ajoûter, ou à ôter, à celui qu'on suppose qu'elle a déja dans le systême ordinaire de *Copernic*.

Les Auteurs qui ont traité de l'Astronomie Comparative, ou qui, par quelque fiction se sont transportés sur le globe Lunaire, n'ont pas oublié d'y remarquer cette Inégalité apparente de mouvement, applicable à toute Planete qui tourne autour d'une autre. Mais comme ils n'ont pensé serieusement ni à établir, ni à refuter l'immobilité de la Lune, ou le mouvement periodique de la Terre autour d'elle, ils n'ont fait là-dessus que des refléxions générales, qui ne sauroient suffire pour décider la question.

Si la vîtesse réelle du mouvement propre & periodique de la Terre autour de la Lune, étoit plus grande que la vîtesse du mouvement annuel, elle nous feroit donc paroître le Soleil rétrograde, & aller vers *O*, lorsque la Terre seroit en *P*, & qu'elle tendroit vers *G*, c'est-à-dire, à toutes les pleines Lunes, & un peu avant & après, plus ou moins, selon l'excès de cette vîtesse sur celle du mouvement annuel. Ce qui est évident, puisqu'il y auroit alors plus de mouvement à lui ôter en ce sens, qu'elle n'en a en sens contraire autour du Soleil. Mais comme nous savons que la vîtesse du mouvement periodique réel ou apparent de la Lune, & par conséquent celle du mouvement qu'on suppose ici à la Terre, est beaucoup plus petite que celle du mouvement annuel, la rétro-



trogradation apparente du Soleil, ni l'abſurdité qu'on en tireroit contre le mouvement de la Terre autour de la Lune, ne peut avoir lieu. Il s'agit donc de ſavoir, ſi dans l'hypotheſe de ce mouvement, l'accélération du mouvement du Soleil dans les nouvelles Lunes, & ſon retardement dans les pleines Lunes, doivent être ſenſibles, ou inſenſibles. S'ils ſont inſenſibles, nous ne ſaurions trouver, du moins par cette voye, laquelle des deux Planetes tourne autour de l'autre: s'ils ſont ſenſibles, & contraires aux Ob-

Obſervations, & à la variation connue du tems vrai, nous en conclurons avec certitude, que la Terre ne tourne pas autour de la Lune, & que celle-ci au contraire n'eſt que ſon Satellite.

Pour rendre ce Calcul le plus ſimple qu'il eſt poſſible, je ſuppoſe d'abord que les Orbites, tant annuelle que periodique, *BR*, *TEPD*, ſont des cercles parfaits; j'en ôte toute excentricité, & je fais le mouvement des Planetes qui les parcourent, abſolument uniforme. On verra dans la ſuite, que je mets par-là les choſes ſur le plus bas pied, & à l'avantage du ſyſtême en queſtion.

Cela poſé, le rayon *LS*, du grand Orbe, ou la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, eſt ſelon feu M. *Caſſini* de 22000 demi-diametres Terreſtres, & le rayon *LP*, de l'Orbite *TEPD*, ou la diſtance moyenne de la Lune, de 56 des mêmes demi-diametres. Les circonférences des cercles étant entre elles comme leurs rayons, il ſuit que les Orbites ou circonférences *BR*, *TEPD* décrites par la Lune, & par la Terre, ſont entre elles comme 22000, & 56; c'eſt-à-dire, comme 392 $\frac{6}{7}$, & 1.

Donc ſi la Terre parcouroit ſon Orbite *TEPD*, ſeulement dans une année, ou dans le tems que cette Orbite, & la Lune, font leur revolution autour du Soleil, ſur le grand Orbe *BR*, ſa vîteſſe propre ſeroit à la vîteſſe annuelle, à la vîteſſe propre de la Lune *L*, & au mouvement apparent du Soleil

leil *S*, comme 1 à 392 $\frac{6}{7}$; ou pour éviter les fractions qui ne sont ici de nulle consequence, & faciliter le calcul, comme 1 est à 390. Mais par l'hypothese, la Terre fait sa revolution sur son Orbite *TEPD*, en 27 jours, 7 heures, 43 minutes, qui est le tems d'un mois periodique de la Lune, dont la Terre tient ici la place, & il s'en faut plus de 10 jours, que ce ne soit la 13me partie de l'année ou du tems que la Lune employe, par hypothese, à faire la sienne sur l'Orbe annuel *BR*. Donc la vîtesse propre de la Terre sera à la vîtesse propre de la Lune, &, ce qui revient au même, au mouvement apparent du Soleil, tout au moins comme 13 est à 390; ce qui donne tout juste le rapport de 1 à 30. Donc le mouvement apparent du Soleil sera acceleré dans toutes les nouvelles Lunes, de sa 30me partie, &, par les mêmes raisons, retardé d'autant à toutes les pleines Lunes. De sorte que la différence du mouvement du Soleil, en un jour de pleine ou de nouvelle Lune, sera de $\frac{2}{30}$, ou de la 15me partie de son mouvement moyen; c'est-à-dire, d'environ 4 minutes de degré, ou 3′ 56 $\frac{1}{2}$″, & de près de 16″ de tems. Or une différence si marquée, & si periodique, ne sauroit être imperceptible, & ne pourroit manquer d'avoir été observée; elle ne l'a point été; donc la Terre ne tourne pas autour de la Lune.

Qu'une Inégalité de la 15me partie du mouvement propre diurne du Soleil d'une Syzygie à l'autre, puisse être apperçue directement ou indirectement, c'est ce dont on ne sauroit

roit douter, si l'on prend garde, que les Astronomes ont observé de tout tems une inégalité à peu près pareille dans le mouvement du Soleil, de l'Apogée au Perigée, dont la periode ne revient cependant que de 6 en 6 mois. Car le mouvement diurne du Soleil en Apogée étant d'environ 57′, & en Perigée d'environ 61′, la différence qui est 4′, est la même que celle que nous venons de trouver, qui resulteroit de la nouvelle hypothese, d'une Syzygie à l'autre.

Cette Inégalité de mouvement étant une fois bien conçue, & rapportée à ses principes, comme nous venons de faire, on pourra la trouver, & l'exprimer d'une maniere plus générale, & plus exacte. Il n'y a pour cela qu'à multiplier tout d'un coup les distances, & les tems que donnent les Observations, sans les reduire à moindre dénomination. Car la fraction $\frac{1}{30}$, qui exprime dans le Cas posé, la quantité de mouvement à ajoûter dans les nouvelles Lunes au mouvement annuel de la Terre, ou au mouvement apparent du Soleil, & à ôter dans les pleines Lunes, n'est autre chose que le rapport de vîtesse des deux Planetes, en deux points quelconques de leurs Orbites. Or on sait que les vîtesses uniformes de deux mobiles sont entre elles, comme les chemins parcourus divisés par les tems, ou en raison composée, directe des chemins, & reciproque des tems. Si l'on fait donc $C =$ la distance de la Planete principale, ou, ce qui est la même chose, à la périphérie ou circonference qu'elle décrit autour du Soleil, proportionnelle à cette distance; $T =$ tems

employé à la décrire dans une de ses revolutions; $c =$ la périphérie ou circonférence de la Planete secondaire, & $t =$ tems de sa revolution autour de la Planete principale; $V =$ la vîtesse de la Planete principale; & $v =$ la vîtsse de la Planete secondaire, on aura, $v. V :: cT. Ct.$ & $\frac{cT}{Ct}$ sera la Formule générale de la quantité de mouvement à ajoûter, ou à soustraire, dans les Syzygies de la Planete secondaire, par rapport au mouvement réel de la Planete principale, ou au mouvement apparent du Soleil : & selon que cT sera moindre, égal, ou plus grand par rappport à Ct, on saura si les inégalités doivent être sensibles dans les Syzygies, & si le Soleil doit y paroître direct, stationnaire, ou rétrograde.

Dans le cas dont il s'agit, de la Lune, & de la Terre, $C = 22000$, $c = 56$. T ou l'année periodique $= 365$ jours, 6 heures, 9 min. $= 525969'$. (C'est ce que quelques Auteurs appellent l'année sidérale, ou anomalistique, plus longue que l'année moyenne d'environ 20', & que je prens ici préférablement à cette derniere, parce qu'elle resulte de la revolution entiere de la Terre ou de la Lune dans son Orbite, & analogiquement au mouvement periodique des autres Planetes.) $t = 27$ jours, 7 heures, 43 min. $= 39343'$. Et partant $\frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 39343} = \frac{29454264}{865546000}$

$= \frac{1}{29\frac{11172344}{29454264}} = \frac{1}{29\frac{11}{29}}$, &c. qui est, comme

me on voit, plus grande que la fraction $\frac{1}{30}$, que nous avons trouvée ci-dessus, & c'est à cause des 10 jours négligés dans la revolution annuelle comparée à la revolution periodique de la Terre. Nous nous en tiendrons cependant à ce rapport de 1 à 30, pour faciliter le calcul, & pour suppléer à quelques minuties que nous y négligerons, en montrant, comme nous allons faire, toute l'irregularité que cette seule cause répandroit sur la mesure du tems, & sur le mouvement apparent du Soleil, pendant l'espace d'un mois Lunaire.

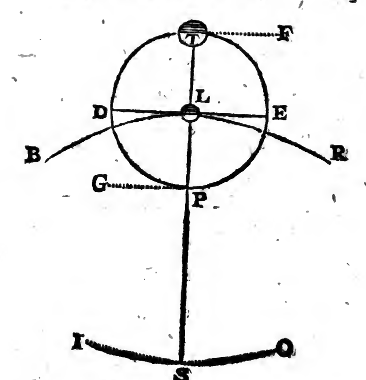
Ce qui a été dit des nouvelles & des pleines Lunes doit avoir lieu, quoi-que moins sensiblement, depuis le commencement du dernier quartier, jusqu'à la fin du premier, & depuis le commencement du second, jusqu'à la fin du troisieme. C'est-à-dire, que le mouvement apparent du Soleil doit être plus grand en vertu du mouvement periodique de la Terre, pendant tout le tems qu'elle parcourt la moitié superieure *DTE*, de son Orbite, & plus petit, pendant qu'elle parcourt la moitié inférieure *EPD*. Il faut seulement remarquer que les point *T*, & *P*, de la nouvelle, & de la pleine Lune, ou des Syzygies, étant comme les *Maximums* de l'accélération, & du retardement apparent du Soleil, l'Inégalité dont il s'agit, qui est *o* aux points *D*, *E*, des Quadratures, & $+\frac{1}{30}$ aux points *T*, *P*, des Syzygies, ira en augmentant avant que la Terre arrive à chacun de

* *Fig. ci-après, p. 103.*

de ces derniers, & en diminuant après qu'elle y sera arrivée, dans la raison des Sinus du cercle menés au diametre *D E*. Car quoi-que par hypothese le mouvement de la Terre autour de la Lune soit uniforme dans toute son Orbite, l'accélération apparente du Soleil vers la nouvelle Lune, & son retardement apparent vers la pleine Lune, ne sauroient augmenter, ou diminuer uniformément, parce que l'accélération en *T*, & le retardement en *P*, ne se font réellement qu'entant que le mouvement periodique de la Terre suit une direction *TF*, ou *PG*, conforme, ou contraire à celle du mouvement annuel de *B* vers *R*, qui est censé à chaque instant dans une Tangente de l'Orbe annuel, ou dans une ligne projettée sur cet Orbe; ainsi que le verroit un Observateur placé en *S*, dans le Soleil. C'est donc au diametre *D E* de l'Orbite Terrestre, qui passe par les points *D*, *E*, des Quadratures, qui est une de ces Tangentes, & qui exprime la somme des différences de tous les Sinus du demi-cercle, qu'il faut rapporter la somme des Inégalités apparentes du Soleil, qui résultent du mouvement semblable ou contraire de la Terre, pendant qu'elle est dans chacune des moitiés, superieure, ou inferieure, de son Orbite.

Je dis donc, comme le demi-cercle *DTE*, ou *DPE*, est à son diametre *DE*, ainsi $\frac{1}{30}$ d'accélération ou de retardement, qui a été trouvé pour le jour de Syzygie, ou environ 2′ de degré, multipliées par le nombre de jours & d'heures d'une demi-revolution Lunaire, sera à la somme que l'on cherche.

Soit



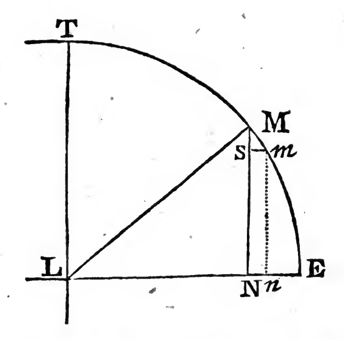
Soit le rapport du demi-cercle au diametre, comme 355 à 113×2, ou 355:226. La demi-revolution multipliée par 2′, devient la revolution entiere ; & parce qu'il s'agit ici de la revolution synodique, qui est de $29\frac{1}{2}$ jours, ou 29j 12h 44′, on aura 355. 226 : : $29\frac{1}{2}.\frac{226\times29\frac{1}{2}}{355}=18\frac{277}{355}$; c'est-à-dire, près de 18′ 47″ de degré, qui étant reduites en tems, feroient environ 1′ 15″ pour la somme d'accélération ou de retardement du Soleil, pendant l'espace de la moitié d'un mois sy-

nodique Lunaire. Mais comme ce Calcul est fondé sur les 2' d'Inégalité de mouvement, qui sont un peu plus de la 30me partie du chemin que le Soleil paroît faire en un jour dans l'Ecliptique, par son mouvement moyen; il est plus à propos dans cette occasion, de prendre tout d'un coup la 30me partie du mouvement moyen du Soleil, qui convient à 14 $\frac{3}{4}$ jours, ou à une demi-revolution, &

qui est $\frac{14° 33' 12''}{30} = 29' 6''$; & faisant ensuite l'analogie ci-dessus, 355 est à 226, comme 29' 6'' est à un quatrieme terme, on trouvera 18' 31'' de degré, & 1' 14'' d'heure, qui ne differe de la quantité précédente que de 16'' de degré, & d'environ 1'' d'heure.

Par cette Théorie on aura pour un tems quelconque du mois Lunaire, & à tel point qu'on voudra de l'Orbite, l'Inégalité qui y répond; ou, reciproquement, l'Inégalité étant donnée on en tirera le moment correspondant, & le point de l'Orbite où se doit trouver alors la Planete secondaire. Car tout le reste demeurant comme dans la figure precedente; * Soit *M* le point de l'Orbite où se trouve la Planete entre la Syzygie *T*, & la Quadrature *E*. Ayant mené du centre de l'Orbite le rayon *LM*, & abaissé le Sinus *MN*, si l'on imagine que la Planete décrit l'Arc *Mm* infiniment petit, ou tel que l'Inégalité apparente au point *M*, est encore sensiblement la même en *m*, & que du point *m* on

* *Fig. suiv.*



on mene mn, ms, paralleles aux lignes MN, LE, il eſt évident qu'on formera le petit triangle Mms, ſemblable au triangle MLN. Donc $LM. MN :: Mm. ms$. Mais $ms = Nn$ repréſente l'Inégalité partiale ou apparente qui répond à la vîteſſe ou Inégalité abſolue Mm, & n'eſt autre choſe que la projection de l'Arc Mm ſur le diametre LE vû du Soleil, ou ſur une égale portion de l'Orbe annuel. Donc on aura toûjours cette analogie. *Comme le rayon* (LM) *eſt au Sinus* (MN) *du complément de* TM, *ou au Sinus de l'arc compris entre le lieu* (M) *de la Planete, & la Quadrature* (E) *où l'Inegalité eſt à ſon* Minimum; *ainſi l'Inégalité abſolue, & telle qu'elle eſt à la Syzygie* (T)

ou à son Maximum, *est à l'Inégalité relative ou correspondante du point* M.

Je dois encore remarquer ici, que la méthode que nous avons employée * pour avoir la somme des Inégalités de tout le mois Lunaire, nous obligeroit en rigueur à faire une semblable correction par rapport aux 2′ ou 1′ 58″ d'heure, trouvée ci-dessus † pour l'Inégalité qui convient à chaque jour de Syzygie, c'est-à-dire, pour 24h; savoir 12h en-deçà, & 12h au-delà du point synodique. Car on y suppose un mouvement uniforme pendant tout ce tems, & que l'Arc de l'Orbite circulaire décrit par la Planete, & qui est de 13° 10′ 35″ soit égal à sa corde, ce qui n'est pas exactement vrai. Mais comme, après avoir cherché leur différence en 100000mes parties du diametre, j'ai trouvé par l'analogie qu'elle ne donnoit pas 1″ de degré à retrancher de l'Inégalité de 24 heures, il seroit tout à fait inutile de s'y arrêter & d'en tenir compte.

Pour revenir à l'Inégalité repandue sur le mois Lunaire, il faut donc conclure que si la nouvelle hypothese étoit vraie, on devroit avoir alternativement d'une Quadrature à l'autre, une somme d'accélération ou de retardement de 18′ 31″ de degré sur le moyen mouvement du Soleil, & de 1′ 14″ d'heure sur le tems moyen.

Il ne faudroit pas s'étonner que quelques Astronomes du 16me siécle ‡, ou du commencement du 17me, & parmi lesquels se trou-

* p. 102. 103. † p. 98.
‡ Christman, Witichius, *&c.*

trouve le fameux *Wendelin*, eussent méconnu une Inégalité de tems de 1′ 14″, eux qui nioient totalement l'Inégalité des jours Solaires dans le cours de l'année, tout avouée qu'elle étoit des Anciens *, & malgré sa prodigieuse sensibilité en comparaison de celle dont nous venons de parler. Car la différence du tems moyen au midi vrai, va quelquefois, comme on sait, d'une saison à l'autre, à plus d'une demi-heure, & elle est par-là 25 fois plus aisée à remarquer, & à démontrer, que celle de 1′ 14″, qui naîtroit du mouvement de la Terre autour de la Lune, d'une Quadrature à l'autre. Il faut donc avouer qu'avant l'invention des Horloges à Pendule, il eût été impossible de s'assûrer si une pareille Inégalité venoit du Ciel, ou de l'Horloge. De sorte qne si le noble Genois dont il a été fait mention ci-dessus † avoit voulu s'obstiner à soûtenir son systême du mouvement de la Terre autour de la Lune, il auroit pû à cet égard défier tous les Astronomes de son tems de lui en démontrer la fausseté par Observation. Mais outre qu'il n'en est pas tout à fait de même de l'Inégalité du mouvement apparent, & des autres preuves qu'on verra dans la suite de ce discours, il n'y a pas lieu de croire aujourd'hui, qu'une irregularité de tems aussi periodique, & aussi considerable que celle que nous venons de trouver, eût échapé aux Astronomes qui sont venus depuis, & qui, avec le secours des Pendules, ont eu encore celui des

* *Ptol. Alm. l.* 3. *c.* 10. † p. 92.

E 6

des Quarts de cercle à Lunettes ; ſur-tout en une partie ſi cultivée par eux, & ſur laquelle ils nous ont laiſſé des Tables d'Equation ſi exactes, & qui ſurpaſſent ſi fort en préciſion la quantité de 1' 14'' dont il s'agit ici.

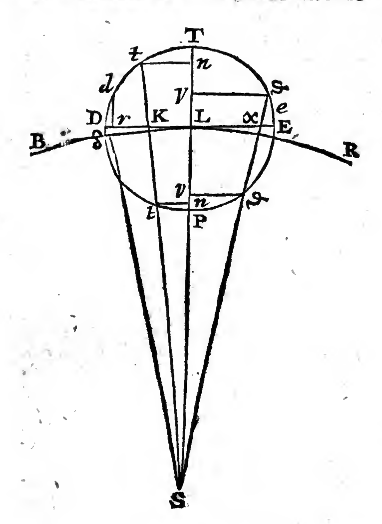
Je ne parlerai pas des Inégalités apparentes que produiroit le mouvement de la Terre autour de la Lune, dans ſes Syzygies, par rapport aux Planetes de Mars & de Venus. Ces Inégalités pourroient être cependant très ſenſibles, puiſque la premiere de ces Planetes ſe trouve dans certaines rencontres une fois plus près de nous que le Soleil, & la ſeconde deux fois plus près. Ce qui fourniroit alors une Inégalité double, ou triple de celle que nous avons déterminée pour le Soleil. Mais outre que le mouvement des Planetes eſt plus compliqué, & moins connu que celui du Soleil, il faut prendre garde que les rencontres dont je viens de parler n'arrivent que rarement, & après des intervalles de pluſieurs années. C'eſt pourquoi les preuves qu'on en pourroit tirer contre la nouvelle hypotheſe ſeroient par-là très défectueuſes, en comparaiſon de celles que nous avons données ci-deſſus.

Mais voici une autre eſpece d'Inégalité qui ne doit pas être paſſée ſous ſilence.

La revolution Lunaire vraye ou apparente autour de la Terre ne quadre pas avec la revolution annuelle ou ſolaire : il y a entre elles une ſorte d'incommenſurabilité, qui fait qu'une poſition quelconque de la Lune, ou plutôt de la Terre, comme nous le ſuppoſons ici, ſur ſon Orbite particuliere, & dans un

un certain tems, doit se compliquer & se combiner avec telle autre position quelconque qu'on voudra, de la Terre ou de la Lune sur l'Orbe annuel. Or deux situations différentes de ces Planetes à l'égard du Soleil, & par rapport à un même point de l'année, doivent apporter à la durée de l'année une varieté qui surpasse de beaucoup celle qui pourroit naître de la différence des Observations. Car soit, par exemple, * la Terre en Syzygie *T*, ou *P*, sur la ligne *TS*, dans l'instant de l'Equinoxe, ou au commencement, ou à la fin d'une année, soit periodique, soit tropique, ou moyenne; elle verra le Soleil, *S*, en ♈, ou en ♋, ou en ♑, ou vis-à-vis une certaine fixe, dans le moment que la Lune le voit répondre au même degré de longitude reduit à l'Ecliptique. Mais l'année étant revolue, & la Lune se retrouvant au même lieu, *L*, de l'Orbe annuel *OR*, sur la ligne *LS*, d'où elle avoit vû le Soleil en ♈, par exemple, & où elle le voit de nouveau, la Terre ne se retrouvera pas sur la même ligne, *TLPS*; puisque le mois synodique, ni sa moitié ne mesurent pas exactement l'année, & n'en sont point partie aliquote; mais elle sera, par exemple, en deçà en *t*, ou au-delà en *9*. Donc au lieu de revoir le Soleil au premier degré d'♈, elle le verra au-delà, ou en deçà, de la quantité de l'angle *TSt*, ou *TS9*, & l'année sera trop longue, ou trop courte, de tout le tems que la Terre employe à décrire, par son mouvement composé, un Arc exprimé par le Sinus

* Fig. suivante.



tn, ou *v*ϑ, ou par la partie *KL*, ou *L*x, du diametre *DE*.

Pour ſavoir plus préciſément ce que peut produire cette nouvelle cauſe de retardement, ou d'accélération dans le mouvement apparent du Soleil, & dans la meſure du tems, ſuppoſons, comme ci-deſſus, la Terre & la Lu-

Lune sur une même ligne *TLPS*, à la premiere année, & au moment de l'Equinoxe, où le Soleil est vu en ♈. Soit ensuite la Terre à l'intersection ☊ des Orbites, ou, ce qui donne sensiblement le même point, en *D*, & en Quadrature, au commencement d'une autre année. L'angle au Soleil *DSL*, dont la Tangente, ou, ce qui revient encore ici au même, le Sinus ou la soûtendante n'est autre chose que le demi-diametre *DL*, de l'Orbite terrestre *TEPD*, exprimera le retardement, ou l'excès de durée de cette année sur l'année moyenne, qu'on n'a déterminée jusqu'ici que dans l'hypothese de la Terre au centre *L*, de l'Orbite *TEPD*. Or si l'on fait *SL* (22000,) est à *LD* (56,) comme le Sinus total est à un quatrieme terme; on trouvera la Tangente, ou le sinus *LD*, qui répond à un angle de 8 min. 45 sec. Il s'en faudra donc 8′ 45″, de degré que le Soleil ne soit arrivé au point où il devroit être, & qu'on n'ait l'Equinoxe où l'on devroit l'avoir. Ce qui est une différence assés sensible. Mais elle le sera bien davantage, si l'on convertit ces minutes en tems. Car comme il s'agit ici du mouvement annuel, où 8′ 45″ repondent à 3 heures 33 min. 7 sec. du tems moyen, il est évident qu'il s'en faudra à peu près ce tems que l'année Equinoxiale ne soit finie, lorsqu'elle devroit l'être, & par conséquent qu'elle sera plus longue d'autant, si on la compare à l'année Equinoxiale ordinaire, ou à celle qui avoit la Terre en *T*, ou en *P*, sur la ligne *TLPS*. Et parce qu'il se peut trouver une autre année où la Terre sera en

E,

E, lorſque la Lune étant en *L*, verra le Soleil en ♈, il eſt clair que celle-ci aura été plus courte d'un pareil intervalle. Ainſi deux années comparées entre elles pourront donner plus de 7 heures de différence.

Une ſemblable preuve n'auroit encore eu ſans doute que peu de force, & n'eût été que de pure ſpeculation chés les Anciens, du tems d'*Hipparque*, & de *Ptolomée*. Car avec leurs *Armilles* ou cerceaux de bronze, & par la methode dont ils ſe ſervoient, ils ne pouvoient guere déterminer les Equinoxes qu'à un quart de jour près: * ce qui eût emporté preſque toute l'Inégalité que nous venons de trouver. Mais avec les inſtrumens modernes, & par le moyen des hauteurs meridiennes du Soleil corrigées par la refraction, & par la parallaxe, & comparées avec la hauteur de l'Equinoxial, l'erreur ne ſauroit jamais aller à une heure de différence. Sans compter que l'Obſervation immediate peut tirer de grands ſecours de la détermination comparée priſe ſur la maſſe de toutes les revolutions qui ſe ſont écoulées depuis *Hipparque*. Sept heures de différence dans la durée de deux années ſeroient donc aujourd'hui une Inégalité très conſidérable, & très ſuſceptible d'Obſervation.

Il eſt vrai que les cas extrêmes qui donnent cette Inégalité ſi grande, ne ſauroient arriver que rarement; mais il y en a de moyens qui en approchent, qui ſont très frequens, & qui ſuffiſent pour la preuve dont il s'agit. L'Equinoxe de Mars de l'année prochaine 1728,

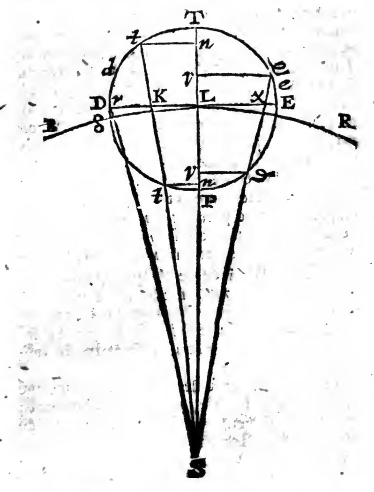
* Ptol. *Alm. l.* 3. *c.* 2.

1728, & celui de la ſuivante 1729, en fourniront un exemple. Car dans le premier, les Ephemerides † donnent le premier quartier de la Lune le 18, à 9^h^ 5′ du ſoir, & l'entrée du Soleil en ♈ le 20, à 9^h^ 12′ du matin, c'eſt-à-dire 35^h^ 20′ de diſtance l'un de l'autre; & dans le ſecond, l'entrée du Soleil en ♈ eſt le 20, à 3 heures 12 min. du ſoir, & le dernier quartier de la Lune le 21, à minuit 6′, à environ 32^h^ 56′ de diſtance. Ce qui, par l'hypotheſe, détermineroit la Terre en *e*, par exemple, dans le premier Cas, & en *d*, dans le ſecond, & donneroit ſelon la Théorie, & le Calcul ci-deſſus, environ $6\frac{3}{4}$ heur. de différence entre l'arrivée de l'Equinoxe du Printems des années 1728, 1729, par rapport au moment qu'il arriveroit pour la Lune, ou pour la Terre ſuppoſée en *L* à ſa place, ſelon la détermination qui a été reçûe juſqu'ici.

Ce Calcul exige ſeulement en rigueur, une correction qui eſt de peu de conſequence; mais que je ne veux pas omettre, de peur de laiſſer quelque ſcrupule ſur l'erreur qu'elle pourroit cauſer, ſi l'on ne ſavoit pas à quoi elle peut aller.

Nous avons évalué le tems que la Terre avoit à employer pour parvenir du point *D*, de la Quadrature, ou du rayon *SD*, mené du Soleil, au point *T*, de la nouvelle Lune, ou au rayon *ST*, comme ſi elle reſtoit immobile ſur le point *D*, de ſon Orbite, pendant qu'elle parcourt l'angle *DST*, ou la par-

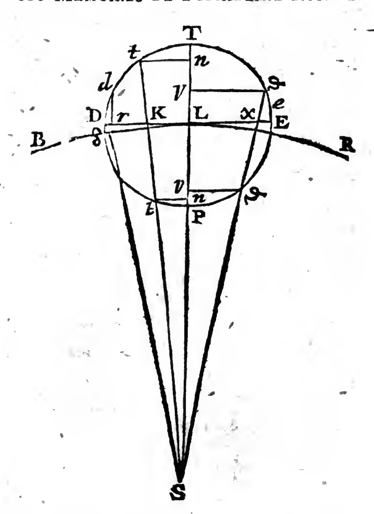
† *Ephem. de M.* Deſplaces.



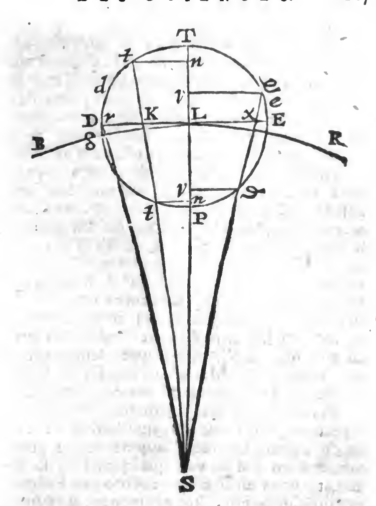
partie *DL*, par le mouvement annuel. Mais la Terre a son mouvement propre sur son Orbite de *D* vers *T*, lequel augmente d'autant le mouvement commun qui la porte vers ce même côté, & accourcit par conséquent de même le tems que nous avons compté qu'il lui falloit pour arriver au rayon *ST*. Il en sera de même, en sens contraire, de son

ſon mouvement compoſé, qui la porte de *SE* vers *SP*, & ainſi à proportion dans les cas moyens. Pour ſavoir donc de combien ce ſecond mouvement retarde, ou accélére l'arrivée de l'Equinoxe, ou de telle autre Epoque dans le Cas donné, & pour rendre la queſtion plus ſimple, nous ſuppoſerons ce mouvement rapporté au diametre *DLE*, comme s'il étoit uniforme, quoi-que ſelon ce rapport il ne le ſoit pas : car il doit croître en raiſon des Sinus verſes *Dr*, pris de *D* vers *L*, pour tout l'angle *DSL*, & décroître dans le même ordre, de *L* vers *E*, pour tout l'angle *LSE*. Je dis donc, ſi la Terre parvient de *D* en *L*, par ſon mouvement annuel, en $3^h\ 33'\ 7''$, & par ſon mouvement propre & periodique, en $6^j\ 19^h\ 55'\ 46\frac{1}{2} = \frac{27^j\ 7^h\ 43'\ 6''}{4}$, en combien de tems y parviendra-t-elle par un mouvement compoſé de ces deux ? & je trouve par la méthode ordinaire employée à la ſolution de ces ſortes de Problemes, que c'eſt en $3^h\ 28'\frac{1}{2}$, qui feroient près de $5'$ moins que ci-deſſus. Mais comme la Terre n'eſt parvenue qu'au commencement du quart de ſon Orbite *DT*, & vers *d*, où le mouvement reduit à *DL* eſt très lent, dans le tems que par le mouvement annuel ſeul elle ſeroit arrivée en *L*, il eſt évident que cette correction ôte trop. Pour la rendre donc plus exacte, je remarque, 1° que dans le tems que le mouvement annuel peut porter la Terre de *DS* en

TS,



TS, c'est-à-dire, en 3h 33′ 7″, elle parcourt par son mouvement periodique un Arc *Dd*, que les Tables donnent de 1 deg. 57′; 2° que le Sinus verse de cet Arc n'est pas la 1728me partie du rayon *DL*; 3° que par consequent le mouvement periodique de la Terre ne lui fait parcourir sur *DL*, dans le cas posé, tout au



au plus que la 1728me partie de l'espace que le mouvement annuel lui fait parcourir sur la même *DL*. D'où il suit, & d'où l'on verra par la même méthode, que ce que cette composition de mouvement donne à retrancher du retardement ou de l'accélération trouvée ci-dessus, ne va pas à une minute de tems.

Tous

Tout ce qu'on pourroit alleguer contre ces preuves, & nos Calculs, c'est qu'étant appuyés sur l'hypothese de feu M. *Cassini*, qui n'a fait la distance moyenne de la Terre au Soleil que de 22000 demi diametres terrestes, il en resulte des Inégalités bien plus sensibles, en conséquence du mouvement de la Terre autour de la Lune, qu'elles n'auroient été, si nous avions suivi le sentiment de quelques Astronomes célébres, qui ont cru cette distance beaucoup plus grande. M. *de la Hire*, par exemple, celui de tous qui l'a poussée le plus loin, la suppose dans ses Tables de 34377 des mêmes demi diametres. Ces différentes déterminations viennent de la différente Parallaxe que ces Astronomes ont donnée au Soleil. M. *Cassini* faisoit cette Parallaxe de 10'', & M. *de la Hire* ne l'admettoit tout au plus que de 6''. Mais que s'ensuivroit-il de l'opinion de M. *de la Hire* sur ce sujet, en faveur du nouveau mouvement attribué à la Terre? 34377 demi-diametres ne font pas à beaucoup près une distance double de celle de 22000, sur laquelle portent nos preuves; & il est aisé de voir que quand ils la feroient, nous en tirerions encore des Inégalités suffisantes pour être apperçues, & démontrées par les Astronomes modernes : puisqu'elle donneroit pour les Syzygies dans le mois Lunaire, une différence de près de 2' de degré, & de 8'' de tems, par jour, des nouvelles aux pleines Lunes, & des pleines Lunes aux nouvelles; de 9' 15'' de degré d'une Quadrature à l'autre, & de 37'' de tems; & qu'à l'égard de l'Inégalité annuelle elle iroit

à $7^h \frac{1}{2}$, ou $3^h\ 30'$. Car il eſt clair que ces Inégalités ſeroient toûjours en raiſon renverſée des diſtances, & en raiſon directe des Parallaxes.

Dira-t-on enfin que rien n'empêche que la diſtance du Soleil ne ſoit pouſſée encore plus loin qu'elle ne l'a été par M. *de la Hire*, & juſqu'au point de faire entierement diſparoître toute inégalité ſenſible de mouvement ou de tems, par rapport à l'Orbite de la Planete ſecondaire? Que rien ne ſeroit plus conforme au progrès que l'Aſtronomie a fait ſur cette matiere? Que les derniers Aſtronomes ont toûjours rencheri ſur ceux qui les avoient précédés, en faiſant la diſtance du Soleil plus grande, ou ſa Parallaxe, qui en eſt le fondement, plus petite; & que cette Parallaxe pourra bien un jour nous échapper abſolument & ſe reduire à rien?

Pour répondre à cette difficulté, qui eſt fondamentale & la plus forte qu'on puiſſe faire ſur ce ſujet, je remarquerai d'abord que la propoſition aſſés communément reçue, que les Aſtronomes les plus avancés ont toûjours fait la diſtance du Soleil à ſa Terre plus grande que ceux qui les avoient précédés, n'eſt ni exacte, ni vraye. *Ptolomée* qui vivoit dans le deuxieme ſiécle, a reduit la plus grande diſtance du Soleil à 1210 demi-diametres terreſtres, ayant devant lui *Hipparque* plus ancien de près de 300 ans, qui l'avoit faite de 1586, & *Poſſidonius* du tems de Pompée, de 13141 *.
On

* *Savoir de* 502000400 *Stades.* Plin. *l.* 2. *c.* 23. *Sect.* 21. *Sur quoi voyés* Ricc. *Alm. t.* 1. *p.* 111.

On peut juger de l'exactitude de *Possidonius* sur ces matieres par sa détermination de la grandeur de la Terre, si approchante, selon feu M. *Cassini*, de celle qu'il avoit trouvée lui-même *. Après *Ptolomée*, *Albategnius* dans le 9me siecle, le Roi *Alphonse* dans le 13me, & enfin *Copernic* au commencement du 16me, ont encore diminué cette distance de plusieurs demi-diametres. Il est vrai, qu'en général les Modernes font la distance du Soleil plus grande que ne la faisoient les Anciens, & nos prédécesseurs. Mais ce ne sont que les Modernes du dernier renouvellement de l'Astronomie, & depuis l'invention des Lunettes & des Pendules. Car *Ticho-Brahé*, *Longomontanus*, *Kepler*, *Lansberge*, *Galilée*, *Bouilland*, *Riccioli*, & cent autres qui peuvent passer pour Modernes, & qui le sont assurément beaucoup à l'égard de *Possidonius*, ont fait la distance du Soleil de plusieurs milliers de diametres de la Terre, moindre que lui; la plûpart se sont peu écartés de la détermination de *Ptolomée*, & plusieurs sont demeurés au-dessous de celle d'*Hipparque*. Il ne s'agit donc que des Astronomes les plus récens, qui ont eû tous les secours & toutes les lumieres que nous avons aujourd'hui sur cette matiere. Or où est la grande variation de ces Astronomes sur la distance du Soleil, & dont on puisse esperer de plus en plus une augmentation sans bornes, & au gré de tout inventeur de systême qui en aura besoin? M. *de la Hire*, aussi grand Géometre que grand Astro-

* *Mem. de l'Acad.* 1701. *p.* 227. & suiv.

Aſtronome, & qui eſt celui de tous qui s'eſt le plus éloigné du commun ſentiment ſur ce ſujet, merite ſans doute qu'on faſſe une extrême attention à tout ce qu'il nous a laiſſé de déterminations Aſtronomiques. Mais, comme nous l'avons vu, il s'en faut beaucoup qu'il ait doublé la diſtance communément reçue, que nous avons adoptée, & qui eſt celle de feu M. *Caſſini*; & quand il l'auroit fait, ſon hypotheſe nous donneroit encore, comme nous venons de voir, une Inégalité plus que ſuffiſante pour démontrer l'incompatibilité du nouveau mouvement de la Terre avec les Obſervations.

Du reſte, ce n'eſt pas ſans fondement que nous avons donné la préférence à l'hypotheſe de M. *Caſſini*. On ſait les raiſons qui ont déterminé ce grand Aſtronome à faire la Parallaxe du Soleil de 10'', & l'on ignore celles qu'a eu M. *de la Hire* pour ne la faire que de 6''. C'eſt par des méthodes nouvelles, & auſſi ſolides qu'ingénieuſes, que *M. Caſſini* a déterminé la parallaxe de Mars. Car la regle de *Kepler* nous donnant aujourd'hui les rapports de diſtance de toutes les Planetes dont les revolutions autour d'un même centres ſont connues, il ſuffit de trouver la diſtance abſolue, ou la Parallaxe d'une d'entre elles, pour en conclure celle de toutes les autres. Or ces rapports de diſtance, indépendamment de toute meſure abſolue, font voir que la Parallaxe de Mars peut être plus que double de celle du Soleil, & par là d'autant plus ſuſceptible d'obſervation. C'eſt ce qui arrive lorſque cette Planete eſt dans ſon Perigée,

& dans son Perihelie tout à la fois; circonstance favorable, qu'on n'a pas manqué de saisir en 1672, & en 1704. Nos Memoires sont pleins des Observations réiterées, & des savantes recherches que feu M. *Cassini*, & après lui M. *Maraldi*, nous ont laissé sur ce sujet *. Tout s'y accorde à donner à Mars une parallaxe de 25 ou de 27'' tout au plus, d'où resulte celle de 10'' ou environ pour le Soleil. La plupart des Astronomes Anglois ont suivi les mêmes principes, & s'ils ont différé dans la consequence, c'est en faisant la Parallaxe du Soleil un peu plus grande, & la distance de cet Astre à la Terre un peu plus petite que ne l'a faite M. *Cassini*. M. *Halley* sur-tout, dans une Dissertation qu'il écrivit sur cette matiere en 1716 †, & où il montre que le passage de Venus par le Soleil, qui doit arriver en 1761, pourra donner la distance du Soleil à la Terre à une 500me partie près, s'en tient, en attendant, pour cette distance, à 16500 demi-Diametres Terrestres, & pour la Parallaxe, à $12\frac{1}{2}''$. De sorte que si l'on venoit à recueillir les voix, il se trouveroit que depuis le commencement de ce siecle on a plutôt diminué la distance du Soleil, qu'on ne l'a augmentée.

On voit donc que s'il reste encore ici quelque incertitude, elle est renfermée entre des limites assés étroites, & telles du moins qu'on n'en sauroit tirer dequoi diminuer considérablement les Inégalités que nous avons trouvées,

* *Elémens de l'Astron. par feu M.* Cassini, *n.* 26, *pag.* 33. *Voyages de l'Acad. Et Hist. & Mem.* 1706, 1722, *&c.*

† *Transact. Philos. n.* 348. *p.* 454.

vées, & qui doivent être inséparables de la nouvelle hypothese.

Nous avons éxaminé les suites du mouvement de la Terre autour de la Lune, en supposant les Orbites de ces Planetes circulaires & sans excentricité, & leur mouvement uniforme dans tout son cours; il faut presentement appliquer une partie de ce qui en a été dit, à leurs Orbites, & à leurs mouvemens supposés tels que les Observations nous les represententt.

L'excentricité, & la figure à peu près elliptique de l'Orbite de la Lune, & ses différentes distances de la Terre, sont la principale cause de l'inégalité de son mouvement; & l'on sait que cette inégalité devient en partie optique ou simplement apparente, & en partie physique & réelle.

Une autre cause d'irrégularité dans la Lune, est sa rencontre sur une même ligne avec la Terre & le Soleil. Car, quelle que soit la raison d'un tel Phénomene, il est constant par les Observations modernes, que plusieurs Corps Celestes ne sauroient passer les uns près des autres, sans que leur mouvement n'en soit troublé, & accéléré en raison directe de leurs proximités. Aussi la Lune dans les Syzygies ou conjonctions, qui est le tems où nous la considerons presque toujours dans ce Memoire, se meut-elle sensiblement plus vîte qu'en toute autre circonstance, toutes choses d'ailleurs égales.

Si à ces deux causes on joint les Nœuds de l'Orbite, leur mouvement, & les différentes latitudes de la Lune par rapport à l'E-

cliptique, on aura les trois principales sources d'inégalité, auxquelles je crois qu'on peut rapporter toutes les autres, directement, ou indirectement, ou comme resultantes de leur combinaison.

Mais toutes ces inégalités de mouvement que nous venons d'attribuer à la Lune, cesseront de lui appartenir, ne seront qu'apparentes à son égard, & deviendront réelles à l'égard de la Terre, dès que la nouvelle hypothese de son mouvement autour de la Lune aura lieu. Et si ces inégalités appartiennent veritablement à la Terre, elles influeront donc sur le mouvement apparent du Soleil, & par-là devront être susceptibles d'Observation. J'avoue que la prodigieuse distance du Soleil en doit faire disparoître quelques-unes. Mais leur somme entre elles, qui doit revenir dans le cours reglé de certaines periodes, leur addition à l'Inégalité tirée du mouvement moyen, qu'elles rendront tantôt plus petite, & tantôt plus grande, en un mot leurs différentes rencontres, &, pour ainsi dire, leurs intercalations, ne sauroient manquer de produire des effets sensibles, lorsqu'on y voudra être attentif. Tout au moins feront-elles voir, qu'en établissant d'abord nos Calculs sur les moyens mouvemens de la Lune, & du Soleil, & sur l'uniformité de leurs revolutions dans des cercles, nous n'avons fait que prendre les choses sur le plus bas pied.

Car 1° cherchons, par exemple, la vîtesse periodique de la Terre, exprimée par la Formu-

mule $\frac{cT}{Ct}$, dans une nouvelle Lune, en supposant que les deux Planetes sont en même tems aussi près l'une de l'autre qu'elles puissent être, c'est-à dire, que la Lune est dans son Perigée; nous trouverons au lieu d'une 30me comme ci-dessus *, plus d'une 26me, ou environ une 25me. C'est que le mouvement horaire moyen de la Lune, sur lequel nous avons fait nos Calculs, n'étant que de 32′ 56″ de degré, & son mouvement horaire vrai dans les Syzygies en Perigée, étant de 38′ 15″, on a au lieu du tems periodique de 27 jours, $7^h\ 43' = 39343'$, celui de 23 jours $12^h\ 34' = 33874'$ qu'il faut introduire dans la Formule, & qui donne $\frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 33874}$

$$= \frac{29454264}{745228000} = \frac{1}{25\frac{8871400}{29454264}}.$$ De sorte que le mouvement apparent du Soleil, dans une nouvelle Lune en Perigée, ou à peu près, comme il arrivera le 19me Decembre 1729, se trouveroit augmenté tout au moins de sa 26me partie. Par la même raison, & dans les mêmes circonstances, il seroit retardé d'autant dans la pleine Lune du 14e Avril de l'année 1737. Ce qui donneroit une 13me de différence entre deux pareilles Syzygies. Et au contraire, si la Lune se trouvoit dans son Apogée pendant les Syzygies, comme il doit ar-

* p. 100. 101.

arriver le 5e Decembre 1729, à la pleine Lune, & le 31e Mars 1737, à la nouvelle Lune, son mouvement horaire vrai n'étant alors que de 29′ 25″, on aura pour la revolution periodique qui doit entrer dans la Formule, 30 jours, 14^h 6′ = 44046′, qui donneroit $\frac{cT}{Ct}$ $= \frac{56 \times 525969}{22000 \times 44046} = \frac{29454264}{969012000} = \frac{1}{32 \frac{26475552}{29454264}}$.

C'est-à-dire, moins qu'une 32me de vîtesse, ou d'Inégalité dans le mouvement apparent du Soleil, à chaque Syzygie, & qu'une 16me de différence entre les deux Syzygies.

Il en sera de même de l'Inégalité annuelle, si au lieu des distances moyennes, & des mouvemens uniformes, on prend les distances & les mouvemens qui resultent de l'Excentricité des Orbites, & de leur figure elliptique. Il est clair que l'accélération, ou le retardement de l'Equinoxe, ou de telle autre époque donnée, sera tantôt plus considerable, & tantôt moindre, par une combinaison, & par des corrections toutes semblables aux précédentes.

2° La distance de la Lune à la Terre dans son Apogée étant d'environ 61 demi-diametres Terrestres, la différence de distance de la Terre au Soleil pourra être en deux tems différens, par cette seule cause, deux fois de 61, c'est-à-dire de 122 demi-diametres Terrestres, qui font près de la 180me partie de sa distance moyenne. Or, on sait que les diametres apparens du Soleil, qui vont depuis 31′ 38″ jusqu'à 32′ 44″, croissent ou décrois-

croissent en raison renversée de sa distance à la Terre, en vertu seulement de l'Excentricité, ou de la figure elliptique de l'Orbe annuel. C'est sur cette hypothese, du moins, que roulent toutes les Tables des diametres du Soleil, qui ont été dressés juqu'ici. Mais si le mouvement de la Terre autour de la Lune étoit vrai, il faudroit introduire de tems en tems une augmentation, ou une diminution de la 180me partie de 31′ 38″, ou de 32′ 44″, c'est-à-dire d'environ 10 à 11 secondes, par la seule rencontre des Syzygies. Comment cette difference auroit-elle échappé au Micrometre, dont la précision peut aller jusqu'à une demi-seconde?

3° La Terre, en consequence des Nœuds de son Orbite, & de sa Latitude par rapport à l'Ecliptique, laquelle sera, comme on l'a déterminée pour la Lune, tout au moins de 5 degrés, devra appercevoir le Soleil hors de l'Ecliptique, & lui attribuer une Latitude tantôt Boreale, & tantôt Australe, d'environ 50 secondes, lorsqu'elle se trouvera elle-même à sa plus grande Latitude, vers le Pole contraire. Et si c'est dans le tems des Solstices, elle pourra le voir de toute cette quantité au-delà des Tropiques. Car le Sinus de 5 degrés donne environ $\frac{2}{23}$ du demi-diametre *DL*; ce demi-diametre contient autour de 56 demi-diametres Terrestres, dont les $\frac{2}{23}$ en valent près de 5; le demi-diametre Terrestre vû du Soleil est la Soutendante d'environ 10″. Donc, &c. si au lieu de prendre $DL=56$, on le prend de 61, & que le Soleil soit sup-

posé en même tems à sa plus petite distance, cette Latitude ira à près d'une minute.

Enfin toutes ces Inégalités venant à se compliquer les unes avec les autres, & avec celles qui nous étoient déja connues, elles produiroient des sommes, ou des restes tantôt plus grands, & tantôt plus petits: elles changeroient dans nos Tables de reduction du tems moyen au midi vrai, des diametres du Soleil, & de ses déclinaisons, le Signe additif en soustractif, & le soustractif en additif, toutes les fois qu'elles tomberoient sur le passage presque insensible de l'un à l'autre. En un mot elles jetteroient dans les détermiuation Astronomiques les plus constantes, un desordre qu'on n'auroit pas manqué d'y appercevoir, & que l'on n'y a pas apperçû.

On voit par-là, que s'il y avoit des habitans dans la Lune, ou dans une Planete Secondaire quelconque, ils auroient des ressources que les habitans des Planetes Principales n'ont pas pour se convaincre que leur globe est en mouvement. Et l'on peut regarder cet avantage comme une petite compensation de la grande difficulté qu'apporteroit à leur Astronomie le mouvement de plus qu'ils ont autour d'un centre, qui n'est pas celui du Tourbillon Solaire. Les habitans de la Lune, par exemple, toutes exceptions faites des mouvemens qui lui sont particuliers, devroient observer toutes les irrégularités que nous venons de remarquer par rapport à la Terre, dans la nouvelle hypothese. D'où il leur seroit aisé de conclure, qu'ils ne sont

que

que sur un simple Satellite, dont nous occupons la Planete Principale.

A l'égard des Satellites qui sont plusieurs autour d'une Planete, tels que ceux de Jupiter & de Saturne, leurs *Facilités* à s'appercevoir qu'ils ne sont que Satellites, par l'Inégalité du mouvement apparent du Soleil dans leurs Syzygies, sont entre elles en raison renversée de la grandeur de leurs Circulations autour de la Planete Principale. Car selon leurs distances, & leurs periodes connues, ou, plus généralement, selon la Regle de *Kepler*, les tems de leurs revolutions étant comme les Racines quarrées des Cubes de leurs distances, ou, ce qui revient au même, de leurs Périphéries, qui sont les chemins parcourus, & ces chemins devant être comme les tems multipliés par les vîtesses, on trouvera que leurs vîtesses sont entre elles reciproquement comme les Racines quarrées de leurs Périphéries, ou de leurs distances. D'où il est clair, qu'il doit naitre d'autant plus d'Inégalité dans le mouvement, & dans le tems vrai de chacune de ces Planetes, relativement aux Phases, & à la revolution apparente de celle qui occupe le centre de leur Tourbillon, que la Circulation se fait plus près de ce centre.

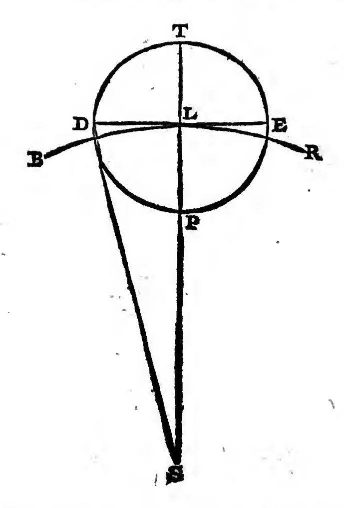
Ainsi les distances des Satellites de Jupiter, par exemple, à commencer par le premier, & prises en diametres de Jupiter, étant $2\frac{5}{6}$, $4\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{6}$, $12\frac{2}{3}$, ou, reduisant à même denomination, & en 6mes de ce diametre, 17, 27, 43, 76; leurs vîtesses ou leus Facilités seront

entre elles reciproquement, $\sqrt{76}$, $\sqrt{43}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{17}$, & à peu près comme les nombres $8\frac{7}{10}$, $6\frac{5}{10}$, $5\frac{1}{10}$, $4\frac{1}{10}$ :: 87, 65, 51, 41.

Quant à leurs Facilités absolues, & à l'Inégalité additive, ou soustractive, qui resulte de leur mouvement secondaire, rapporté au mouvement periodique de la Planete Principale, & au mouvement apparent du Soleil dans les Syzygies, on les trouvera par la Methode que nous avons employée * pour la Lune, & par la Formule $\frac{cT}{Ct}$, appliquée à l'un des quatre. Après quoi on aura celle des autres, ou par la même Formule, ou par l'analogie de leurs Facilités relatives. Nous ne considerons toujours que la revolution moyenne & uniforme de ces Planetes autour de leur Planete Principale, & nous ne touchons point aux irrégularités qui se tireroient de leurs Anomalies, qui sont peut-être fort semblables à celles de la Lune.

Cela posé, pour trouver, par exemple, la Facilité absolue du premier Satellite de Jupiter, par rapport aux Inégalités apparentes du mouvement Solaire à ses Syzygies, *TLS*, *LPS*, je fais *c*, où la distance, *TL*, du centre de revolution = $2\frac{5}{6}$ diametres de Jupiter = $62\frac{1}{3}$ demi-diametres Terrestres, dont je suppose que le diametre de Jupiter contient 22; *C*, ou la distance moyenne, *LS*, de Jupiter au Soleil = $114424\frac{1}{3}$ demi-diametres

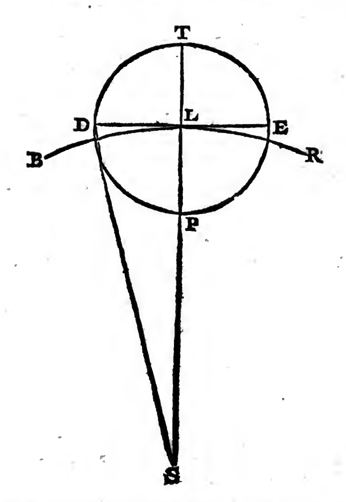
* *Ci-dessus*, p. 100.



tres Terrestres, qui resultent de la Regle de *Kepler*, & de la supposition ci-dessus, que la distance moyenne de la Terre en contient 22000; $t = 1^j, 18^h, 28', 36'' = 2548'$; & T (Revol. Period.) $= 11^a, 10^m, 17^j, 12^h, 20', 25'' = 6238820'$. D'où l'on tire $\frac{cT}{Ct} =$

$\frac{62\frac{1}{3}\times6238820}{114424\frac{1}{5}\times2548}=\frac{388886447}{291552861}=1\frac{97333586}{291552861}$

$=1\frac{1}{3}$; qui montre que la vîtesse du premier Satellite de son Orbite surpasse la vîtesse de Jupiter dans la sienne, ou celle du mouvement apparent du Soleil vû de ce Satellite, de $\frac{1}{3}$ de ce mouvement. Desorte que le premier Satellite de Jupiter doit voir son moyen mouvement du Soleil, qui est d'environ 12'' par heure, plus que doublé de $\frac{1}{3}$, c'est-à-dire en tout de 28'', dans les Conjonctions de sa Planete Principale, au point T. Environ 4h 50' après, en allant vers E, dans le 42me degré de son Orbite, à compter du point T, le moyen mouvement du Soleil lui doit paroître doublé tout juste; parce que $\frac{cT}{Ct}$ y devient égale à ce mouvement; comme il est aisé de voir par la Méthode ci-dessus, p. 103. & 104. Mais à même distance de l'Opposition, en deçà de P, c'est-à-dire 4h 50' avant que d'y arriver, dans le 139me degré de son Orbite, cette égalité de $\frac{cT}{Ct}$ avec le mouvement moyen du Soleil rendra le Soleil stationnaire; parce que le mouvement propre du Satellite est contraire à celui de sa Planete Principale dans tout le demi-cercle inferieur DPE. Et comme ce mouvement vû du Soleil, S, ou rapporté au diametre DE, augmente toujours jusqu'en P, où $\frac{cT}{Ct}$ devient $=1\frac{1}{3}$, il faut que le Soleil



leil lui paroiſſe retrograde en *P*, de la quantité $\frac{1}{3}$. Enfin les mêmes apparences devant arriver à diſtances égales de part & d'autre des Syzygies *T*, & *P*, il eſt clair que 4h 50′ après l'Oppoſition & de *P* vers *D*, dans le 222me degré de ſon Orbite, le Satellite retrouvera le Soleil ſtationnaire, comme il en reverra le mouvement doublé, 4h 50′ avant la Con-

jonction de sa Planete Principale avec le Soleil, en allant de *D* vers *T*, dans le 319me deg. de son Orbite; & tout cela en moins de deux en deux de nos jours.

Si nous eussions habité une semblable Planete, il n'y a pas d'apparence que nous nous fussions flatés long-tems de l'immobilité de notre habitation.

Les trois autres Satellites éprouveront de semblables Inégalités, en de pareils points de leurs Orbites, mais moindres, en raison de leurs moindres vîtesses, & des Racines reciproques de leurs distances.

Le second aura encore le Soleil retrograde dans les Oppositions de sa Planete Principale, d'environ la 18me partie du mouvement moyen du Soleil. Car $\frac{cT}{Ct} = \frac{99 \times 6238820}{114424\frac{1}{5} \times 5118}$

$$= \frac{617643180}{585623056} = 1 - \frac{32020124}{585623056} = 1 \quad \frac{1}{18\frac{92}{320}} \text{ \&c.}$$

& il verra le Soleil stationnaire près de ce point, à environ 18 à 19 degrés de part & d'autre.

Au troisieme, la retrogradation manque totalement; il s'en faut d'environ la 12me partie de son moyen mouvement du Soleil, qu'il ne le puisse voir retrograder.

Au quatrieme, il s'en faut de plus d'un tiers. Ce n'est plus qu'une simple alteration apparente dans le mouvement Solaire, telle que la doit voir notre Satellite, la Lune, mais environ 18 fois plus grande.

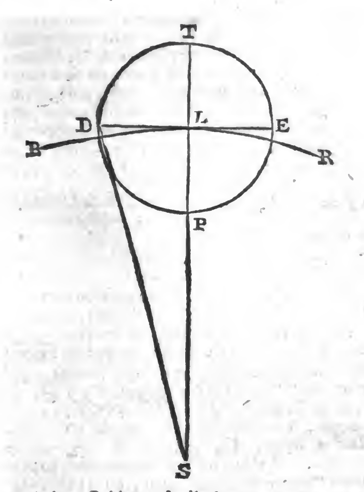
Com-

Comme toutes les Syzygies des trois premiers Satellites de Jupiter sont écliptiques, la superieure, en *T*, ou la Conjonction de la Planete Principale donnant au Satellite une Eclipse de Soleil toûjours totale avec demeure de deux ou trois de nos heures, & l'inferieure en *P*, ou l'Opposition une Eclipse de sa grande Lune, ou de Jupiter, toûjours partiale, en raison à peu près du disque du Satellite à celui de Jupiter; il est évident que l'accélération apparente du Soleil que nous avons donnée au 1er Satellite, par exemple, ne sauroit être visible, à la rigueur, qu'autour du point *T*, avant ou après la sortie de l'ombre. Et parce qu'il y a toûjours à compter tout au moins 1^h 3 ou 4′ de part & d'autre du point *T*, & environ 10 deg. il suit que l'accélération visible du mouvement du Soleil sera un peu moins grande que nous ne l'avons calculée pour le point *T*. Mais en général la circonstance des Syzygies écliptiques, bien loin de diminuer la Facilité des Satellites pour s'appercevoir de leur mouvement propre autour d'un centre commun, *L*, doit au contraire l'augmenter : puisque les Eclipses font déterminer avec plus d'exactitude & le lieu, & le mouvement des Planetes, en fournissant à l'Observateur dequoi comparer, & rapporter à celle qu'on connoît mieux, ce que l'on a vû dans celle qu'on ne connoissoit pas si bien. Tout au moins les Eclipses partiales que les interpositions du Satellite produisent sur la Planete Principale, quand il arrive en *P*, doivent-elles l'aider à juger de sa Circulation autour d'elle,

&

& lui donner par-là un ſpectacle aſſés ſingulier. Car outre la retrogradation ſenſible, qu'il peut appercevoir dans le Soleil, ſi c'eſt, par exemple, le premier Satellite de Jupiter, il doit voir courir ſon ombre comme une tache circulaire, ou ovale, & tantôt plus ou moins oblongue, pendant plus de deux heures, & en ſens contraire, ſur le diſque de Jupiter, dont elle n'occupe pas la 400me partie, quoi-qu'elle y paroiſſe 3 ou 4 fois auſſi grande que notre Lune; car le diſque de Jupiter, vû de ſon premier Satellite, y doit paroître plus de 1300 fois plus grand que ne nous paroît celui de la Lune. Il doit auſſi par-là, comme il eſt aiſé de le déduire des différentes diſtances, y réfléchir 38 fois plus de lumiere que ne nous en donne la Lune.

Quant aux Satellites de Saturne, ils devroient, ce ſemble, avoir des Inégalités encore plus marquées que les Satellites de Jupiter. Car leurs diſtances du centre commun n'étant pas plus grandes, ni même auſſi grandes dans les premiers, que celles des Satellites de Jupiter, ils ont cela de plus, que leur Planete Principale n'eſt pas tout à fait deux fois auſſi loin du Soleil que la leur, tandis que le tems de ſa revolution, qui eſt de près de 30 années, eſt beaucoup plus que double de celui de la revolution de Jupiter, qui n'eſt que de 12; ce qui devroit rendre ſa vîteſſe abſolue plus petite, & le rapport de cT à Ct d'autant plus grand. Mais l'avantage que les Satellites de Saturne ont à cet égard, ſe trouve ſurmonté par le plus de tems qu'ils employent à circuler dans de moin-



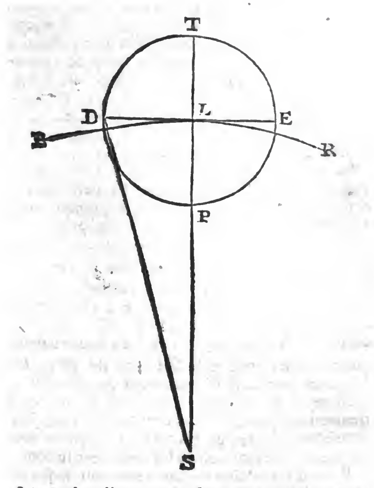
moindres Orbites, & diminue encore le rapport precedent, en augment la valeur de *Ct*. Car il est clair, que si l'égalité croît en raison des tems employés par la grande Planete à faire sa revolution, elle décroît en raison de ceux que la Planete Secondaire employe à faire la sienne.

Aussi le premier Satellite de Saturne qui n'est

n'eſt éloigné de ſon centre que d'environ le diametre de l'Anneau, ou de 43 demi-diametres Terreſtres, ne peut-il voir retrograder le Soleil, dans les Oppoſitions de la Planete Principale, que de la 6me partie de ſon mouvement moyen; une fois moins par conſéquent que le premier Satellite de Jupiter, qui le voit retrograder de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6}$. Car la Formule nous donnant ici $c = 43$. $T = 10739j\ 6^h\ 36' = 15464556'$, $C = 209836$, & $t = 1j\ 21^h\ 19' = 2719'$; on a $\frac{cT}{Ct} = \frac{43 \times 15464556}{209836 \times 2719}$ $= \frac{664976908}{570544084} = 1\ \frac{1}{6\frac{3947140}{94432824}}$.

Par un ſemblable Calcul, on trouvera que le ſecond Satellite ne ſauroit voir de retrogradation ſenſible; puiſqu'elle ne peut guere être que de $\frac{1}{100}$. Le Soleil lui paroîtra donc ſtationnaire, pendant quelques heures, autour de l'Oppoſition, à environ 8 à 9 deg. de part & d'autre. L'Inégalité diminue encore au 3me, & au 4me; & enfin au 5me elle ſe reduit à moins que le tiers du mouvement moyen, & il s'en faut par conſequent de plus des 2 tiers de ce mouvement, qu'il puiſſe voir le Soleil retrograde.

Mais il y a encore ici une compenſation digne de remarque. Pendant que les Facilités, pour s'appercevoir de leur mouvement, par l'Inégalité, dans leurs jours de Syzygie, augmentent en raiſon reciproque des diſtances au centre commun, leurs Facilités en conſequence de l'Inégalité annuelle, qui peut reſul-



ſulter de l'incommenſurabilité de leurs revolutions avec celle de leur Planete Principale, croiſſent en ſens tout contraire, & en raiſon directe de ces mêmes diſtances. Car il eſt évident par la Théorie des pages 108. 109, & par l'exemple qui en a été donné pour la Terre, que l'année de chaque Satellite doit varier d'autant plus, qu'il peut ſe trouver plus

plus éloigné du rayon synodique *TS*, au commencement, ou à la fin de la revolution annuelle de sa Planete Principale. Puisque l'angle au Soleil *DST*, augmente par rapport à chaque Satellite en raison de sa distance au centre *L*, & que l'Inégalité dont il s'agit est déterminée par la grandeur de cet angle. Ainsi les derniers Satellites & les plus éloignés de la Planete Principale auront l'avantage à cet égard, comme les premiers & les plus proches l'avoient à l'égard des Syzygies. Or je trouve sur ce pied-là, & par la methode ci-dessus, que le 4me Satellite de Jupiter peut voir differer deux de ses années de près de 3 jours & $\frac{1}{2}$. * Car *LS* étant de $114424\frac{1}{7}$ demi-diametres Terrestres, & *DL* de $279 = 13\frac{2}{3}$ diam. de Jupiter; on a par l'analogie du Sinus total *SL*, à la Tangente *LD*, l'angle au Soleil *TSD*, d'environ 8′ 26″. Ce qui donne environ 40 heures & $\frac{1}{2}$ au mouvement annuel, pour porter le Satellite de *D* en *L*. Et parce que la différence peut être doublée, lorsque ce Satellite se trouvera en *E*, au commencement, ou à la fin d'une autre revolution annuelle, on aura en tout 81h, ou 3 jours & 9 heures de différence entre les deux revolutions.

Par un semblable raisonnement on trouvera que l'Inégalité annuelle du 5me Satellite de Saturne peut être d'environ 9 jours, sur une année qui en vaut 30 des nôtres.

Le 1er Satellite de Jupiter, qui par sa proximité du centre, & par le tems de sa revolution, ne pourroit avoir qu'environ 18 heures d'Inégalité annuelle, se trouve encore en ceci

* *Voy. la Fig. p.* 139.

ci tout à fait inferieur à tous les autres, & a sensiblement *o* d'Inégalité, par la circonstance singuliere, & peut-être unique, de la commensurabilité de sa revolution avec celle de sa Planete Principale. Ce que l'on verra aisément si l'on compare entre eux les tems *T*, *t*, de la Formule ci-dessus, p. 131. 132; la division de l'un par l'autre donnant, à quelque seconde près, le rapport de 2448 à 1.

Je ne puis me dispenser ici d'avertir, qu'à l'égard de Jupiter & de ses Satellites, j'ai plutôt déterminé son diametre en consequence des Digressions & des distances de ses Satellites, que je n'ai déterminé leurs distances par le veritable diametre qu'on doit lui attribuer. Il est vrai cependant, que les distances des Satellites de Jupiter ont presque toûjours été données, & mesurées en diametres de la Planete, tant par feu M. *Cassini*, que par les Astronomes les plus modernes: & c'est aussi pour me conformer à cet usage, que je les ai exprimées de même * dans les Calculs precedens. Mais comme je n'avois besoin, pour le sujet que je traite, que des distances des Satellites au centre de leurs revolutions, & que d'ailleurs le diametre de Jupiter qui en resulte, differe peu de celui que les dernieres Observations lui donnent, je n'ai cherché qu'à bien déterminer ces distances. Car j'ai pris garde, que bien qu'il y ait une grande diversité † entre les Astronomes touchant le diametre de Jupiter, & que depuis M. *Huigens*

* p. 129. † *V.* Chr. Kirchii *Disquis. de Diam. Jov. in Misc. Berol. Contin.* 2. *p.* 150.

gens *, qui le fait de plus de 40 demi-diametres Terreſtres, il s'en trouve qui ne le font pas de 18, ou même de 17; ils s'accordent preſque tous néanmoins à donner les mêmes diſtances de ſes Satellites, en même proportion avec la Planete Principale, en même nombre de ſes diametres, & à peu près conformément à ce que feu M. *Caſſini* en avoit déterminé long-tems auparavant. Et cela ſans que les autres Elémens du Calcul, tels que les differentes diſtances moyennes qu'ils donnent de la Planete au Soleil, puiſſent rétablir l'analogie. Il eſt clair cependant que la diſtance des Satellites, celle du 4me, par exemple, ne ſauroit être ſujette aux mêmes apparences, & aux mêmes erreurs d'Optique, que le diametre de Jupiter. Car on ſait qu'une des principales difficultés pour déterminer le diametre de Jupiter, vient de l'extrême clarté, & d'une eſpece de rayonnement de cette Planete, qui font paroître ſon diſque un peu plus grand qu'il n'eſt. Or cette erreur doit influer d'autant moins ſur les Elongations du Satellite, qu'elles ſont plus grandes; parce qu'il n'eſt vû que comme un point lumineux, & que l'intervalle entre ce point & le diſque de la Planete, n'eſt diminué que par la ſeule clarté de ce diſque, & peut-être un peu par la ſienne propre, en raiſon arithmetique, & non autant de fois que cette diſtance contient de diametres de la Planete. Donc ſi M. *Caſſini* jugea le diametre apparent de Jupiter, dans ſa plus petite diſtance de la Terre, de

51'',

* *Coſmoth.* p. 101.

51'', qui donnent environ 22 demi-diametres Terrestres, lorsqu'il détermina la distance du 4me Satellite de 12 $\frac{2}{3}$ diametres de Jupiter; & si l'on trouve que cette détermination, que je suppose exacte, revient à 279 demi-diametres Terrestres; quand par des inductions ou des observations particulieres au disque de Jupiter, je viendrai à augmenter ou à diminuer son diametre, je dois changer en raison inverse le nombre de ces diametres que j'assigne à la distance du Satellite, sans changer l'angle apparent de ses Digressions. Donc si, toutes choses demeurant d'ailleurs les mêmes, je ne fais le diametre de Jupiter que de 18 demi-diametres Terrestres, par exemple, je dois dire que son 4me Satellite est éloigné de son centre de 15 $\frac{1}{2}$ de ses diametres; ou au contraire, si je supposois avec M. *Huigens*, le diametre de Jupiter de 40 demi-diametres Terrestres, il ne faudroit faire la distance de son 4me Satellite que d'environ 7 de ses diametres, & toûjours de 279 demi-diametres Terrestres, dans l'un & dans l'autre Cas. C'est sur cette idée que je fais l'angle sous lequel Jupiter seroit vû du Soleil à ses moyennes distances, d'environ 40'', & de 22 demi-diametres Terrestres, & que je suppose la plus grande Digression de son 4me Satellite de 8' 26'', & de 279 demi-diametres Terrestres. Et c'est moins par rapport au sujet de ce Memoire, où une telle spéculation est peu essentielle, que je mets ici cette Remarque, que pour donner lieu à de nouvelles Observations, & à quelque éclaircissement sur cette matiere.

En

En attendant, j'ajoûterai qu'ayant observé plusieurs fois le passage du centre de Jupiter, & celui de son 4me Satellite dans ses plus grandes Digressions, par les fils d'une excellente Lunette de 14 pieds, selon la Methode de *Borelli* *, le Calcul que j'en ai fait m'a redonné à peu près la distance que j'ai adoptée ci-dessus.

Les Facilités des Satellites en vertu de leurs irregularités annuelles, quoi-que fort marquées en apparence, ne sont pas cependant, à beaucoup près, aussi considerables que celles qu'on tire de l'irregularité du mouvement apparent du Soleil aux Syzygies. Notre Lune a à peu près le même avantage à cet égard, que les derniers Satellites de Jupiter & de Saturne, qui sont pourtant ceux qui en ont le plus. L'Inégalité annuelle du 4me Satellite de Jupiter est, comme nous avons vû †, de 3 jours 9 heur. & celle du 5me de Saturne de 9 jours: celle de la Lune n'est que de 7 heures dans le Cas le plus favorable ‡; mais comme son année ne vaut que la 12me partie de l'année de Jupiter & de ses Satellites, & la 30me de celle de Saturne, les rapports de Facilité qui en resultent doivent être composés des raisons directes de 7^h à $3^j\ 9^h = 81^h$, & 7^h à $9^j = 216^h$, & des raisons inverses de 1^a à 12^a, & 1^a à 30^a; d'où il suit que la Facilité absolue de la Lune à cet égard, sera à la Facilité du 4me Satellite de Jupiter

$::\overline{7\times12}.\overline{81\times1}::84.\ 81::28.\ 27.$ & à celle du 5me Satellite de Saturne $::\overline{7\times30}.\overline{216\times1}::210.\ 216::35.\ 36.$

L'iné-

* *Theorica Mediceorum*, *l.* 2. *c.* 4.
† p. 140. ‡ p. 112.

L'inégalité annuelle des Satellites ne sauroit donc leur donner de preuve bien évidente de leur mouvement autour de la Planete Principale. Car, outre la difficulté en général d'avoir par observation le commencement précis de l'année, ou de telle autre époque, il est clair que cette sorte de preuve ne peut revenir que rarement, tant à cause de la longueur des années Solaires des Planetes Principales, que par le long intervalle, & le nombre de revolutions que peuvent exiger les retours des Satellites dans la position requise, selon la commensurabilité plus ou moins éloignée de leurs Orbites, & de leurs revolutions. Sans compter plusieurs circonstances, telles que l'obliquité de l'Ecliptique à l'axe de ces Planetes, & leurs Librations, si elles en ont comme la Lune, qui peuvent rendre leur année solaire très difficile à déterminer, si ce n'est par de grandes masses & de grandes Periodes. Au lieu que l'argument tiré du mouvement apparent aux Syzygies, se trouve par la grandeur de l'Inégalité, & par sa fréquence, très susceptible d'observation: Et rien n'est comparable à la retrogradation rapide que le premier Satellite de Jupiter voit dans le Soleil, en moins de deux en deux de nos jours.

Le premier Satellite de Jupiter demeurera donc, selon toute apparence, & toutes compensations faites, celui de tous les Corps Celestes qui nous sont connus, dont les habitans auroient la plus grande Facilité pour s'appercevoir du mouvement de leur Planete; & cela à cause du plus grand rapport de sa vîtesse propre à la vîtesse de sa Planete Principale, c'est-à dire, par les mêmes circonstances, qui font la promp-

titude & la frequence de ses Eclipses dans l'Ombre de Jupiter, & qui l'ont rendu celui de tous les Corps Celestes qui donne à la Terre, & aux autres Planetes du Tourbillon, la plus grande Facilité pour connoître les Longitudes.

Tâchons, avant que de finir, d'approfondir encore un peu cette Théorie, & de la ramener à notre premier objet.

Tous les Satellites dont nous venons de parler, employent donc, comme on voit, d'autant moins de tems à faire leur revolution autour du centre commun & de la Planete Principale, qu'ils sont plus près de ce centre. La Planete Principale elle-même est soûmise en partie à cette Loi; je dis en partie, parce que la Regle de *Kepler*, invariablement observée entre les differentes Planetes d'un même Tourbillon, souffre quelque exception à la surface de celle qui en occupe le centre. Cette surface ne tourne pas en aussi peu de tems qu'elle devroit tourner en vertu de la Regle, & de sa petite distance du centre commun des revolutions. Mais toûjours est-il certain, qu'elle tourne en moins de tems qu'aucune des Planetes secondaires qui circulent autour d'elle. Le premier Satellite de Jupiter, par exemple, celui de tous dont le mouvement est le plus prompt, employe 42 heures à faire sa revolution autour de Jupiter. Jupiter, selon la Regle, devroit faire la sienne sur son propre centre en moins de 3 heures; il ne la fait qu'en un peu moins de 10, ce qui n'est pas encore le quart du tems employé par le premier Satellite, dont la distance du centre commun ne va pas à 3 diametres du globe de Jupiter. Le Soleil se trouve dans ce cas,

cas, eu égard aux Planetes Principales qui tournent autour de lui. Sa surface devroit faire une revolution entiere sur son axe dans 3 heures ou environ, elle ne la fait qu'en $25\frac{1}{2}$ jours. Mais la Planete de Mercure qui est la plus proche de toutes, & dont la distance n'est pas de 40 diametres Solaires, ne fait la sienne autour de cet Astre qu'en 2 mois & 28 jours. Ce qui est constant, c'est qu'il n'y a pas deux Corps Celestes dans l'Univers connu, qui fassent leurs revolutions en des tems égaux autour du même centre. Et c'est peut-être de toutes les absurdités du systême de *Ptolomée* la plus grande, que l'égalité parfaite de mouvement diurne, qu'il attribue à tous les Astres autour de la Terre de 24 en 24 heures, malgré la prodigieuse inégalité de leurs distances à ce centre commun.

Or je tire de là, si ce n'est une preuve, du moins une induction assés forte contre la nouvelle hypothese.

Car si la Terre tourne autour de la Lune, elle acheve donc sa revolution périodique autour d'elle, dans un tems précisément égal à celui que la Lune sa Planete Principale employe à tourner sur son propre centre. Ce qui est évident, puisque la Lune nous presente toûjours la même face, & un seul de ses hemispheres. Nous suivrions donc son mouvement autour du centre, comme si nous étions attachés à la circonference d'une même roue, dont elle representeroit le moyeu; & nous tournerions avec elle dans le même tems autour d'un centre commun, qui est le sien en ce cas, quoi-que nous en soyons éloignés

de plus de 100 de ses diametres. Je ne parle point de sa Libration, qui ne fait rien à mon sujet. Ce seroit donc là un exemple unique dans ce genre, une égalité de tems & de revolutions, entre la Planete Principale & son Satellite, où la suite des siecles n'auroit apporté ni laissé entrevoir la plus petite différence. Egalité suspecte, pour ne pas dire absolument contraire à la Loi générale, & à l'équilibre que gardent entre elles des couches du fluide si differentes, & si éloignées, dans un même Tourbillon.

Enfin nous ne devons pas omettre ici une circonstance de même nature que la precedente, & qui s'est peut-être déja presentée plusieurs fois à l'esprit du Lecteur; c'est que toutes les Planetes incontestablement Satellites & Secondaires sont beaucoup plus petites que la Planete Principale autour de laquelle elles tournent, & que c'est-là le cas où se trouve la Lune à l'égard de la Terre. Ce sont de ces preuves d'analogie & de convenance, qui ne sauroient jamais conclure au préjudice des preuves directes, mais qui doivent être admises quand elles concourent toutes au même but.

La preuve tirée de la petitesse du globe Lunaire, en comparaison du nôtre, ne sera donc pas d'un petit poids contre la nouvelle hypothese, après avoir été precedée des preuves directes & Astronomiques. Mais je suis fort trompé, s'il n'y a ici quelque chose de plus que la simple convenance. Car quoique nous ne sachions pas précisément ce qui détermine le Tourbillon d'une Planete a être

de

de telle ou de telle grandeur, & à avoir telle ou telle force pour entrainer les corps durs ou fluides, qui se rencontrent dans la sphere de son activité; nous pouvons cependant presumer avec beaucoup de vrai-semblance, que dans le conflict de deux Tourbillons voisins, celui d'une Planete 50 ou 55 fois plus grosse qu'une autre, comme est la Terre par rapport à la Lune, a dû l'emporter sur le Tourbillon de celle-ci, le détruire, ou le contraindre à circuler avec lui en second.

Ce que doit faire à cet égard la grandeur proportionnelle des Tourbillons dans le systême *Cartesien*, l'action respective des corps à raison de leurs masses le fera dans le systême *Newtonien*. Car bien que, selon les principes de ce systême, la densité du corps de la Lune soit plus grande que celle du globe Terrestre, & en raison à peu près de 11 à 9; cependant comme son volume est tout au moins 50 fois plus petit, & que les quantités de matiere propre, ou les masses de deux corps, sont entre elles en raison composée de leurs densités & de leurs volumes, la Lune demeurera toûjours de moindre masse que la Terre, & sa quantité de matiere propre ne sera à celle de la Terre tout au plus que comme 1 est à 40. Ainsi elle devra toûjours ceder à l'action du globe Terrestre. Mais si nous voulons pénétrer plus avant dans l'esprit de ce systême, qui n'est ici que la Théorie des *Forces Centrales*, nous trouverons que l'induction prise de la grosseur, ou de la masse de la Terre, à l'égard de celle de la Lune, peut devenir une veritable démonstration. Cette

Théorie bien entendue, nous apprend qu'on ne peut pas dire en rigueur d'une Planete Principale, qui a une ou plusieurs Planetes Secondaires autour d'elle, qu'elles tournent l'une autour de l'autre. Car réellement elles ne tournent qu'autour de leur centre commun de Gravité. Et c'est ce centre, & non la Planete Principale, qui ne quitte jamais la Périphérie de l'Orbe annuel, & dont les rayons menés au Soleil ou au Foyer de cet Orbe qu'on suppose être une Ellipse, décrivent des Aires proportionnelles aux tems. Ainsi la Terre & la Lune, Jupiter & ses Satellites, le Soleil même & les Planetes de son Tourbillon, tournent reciproquement autour d'un pareil centre, soit qu'on les considere deux à deux, & séparément, ou en tel nombre qu'on voudra, & en total. Car il y a un centre commun général, qui est le seul point immobile du Tourbillon. Il faut donc entendre par un Corps Celeste quelconque qui tourne autour d'un autre, celui des deux qui est le plus éloigné du centre de Gravité commun, qui décrit une plus grande Courbe autour de ce centre, & qui, par cette courbe, renferme le second, & la courbe semblablement décrite par celui ci autour du même point. C'est-là, à parler exactement, ce qui constitue la Planete du second ordre & le Satellite. D'où l'on voit qu'il est essentiel à tout Satellite d'être plus petit, ou de moindre masse, que sa Planete Principale. Car les bras de levier qui sont les rayons descripteurs, & qui s'étendent de part & d'autre du centre de Gra-

Gravité commun, font entre eux en raison renversée des masses, dont les centres propres font à l'extremité de ces bras. Et ce qui rend comme insensible le mouvement de la Planete Principale autour du centre commun, par rapport au mouvement de ses Satellites, c'est la grandeur de sa masse, ou plutôt la petitesse du bras de levier qui lui repond, & le peu de distance qu'il y a de son centre propre au centre commun. Cela posé, & la superiorité de masse de la Terre une fois admise, il est évident que la Lune doit décrire une plus grande courbe autour du centre de Gravité commun; ou, pour parler le langage ordinaire, il est évident qu'elle doit se mouvoir autour de la Terre, lui être exterieure, & la renfermer dans la Périphérie qu'elle décrit, en un mot être son Satellite.

Ce n'est pas ici le lieu d'examiner comment ce balancement mutuel de la Lune & de la Terre pourroit concilier l'explication du Flux & Reflux de la Mer, dans les principes de *Galilée*, avec les Phases & les mouvemens Lunaires; c'est ce que je ferai peut-être dans une autre occasion. Il me suffit presentement d'avoir montré qu'on ne sauroit trouver aucune Loi de pesanteur, d'équilibre, ni de mouvement, dans l'Astronomie Physique, qui ne tende à subordonner la petite Planete à la grande, & à la faire tourner autour d'elle.

Voilà ce que j'ai pensé sur ce sujet, à l'occasion de la nouvelle Dissertation, qui établit pour principe le mouvement de la Terre autour de la Lune. L'Académie de Bor-

G 4 deaux,

deaux, qui adjugea le prix à cet Ouvrage l'année derniere, & qui l'a rendu public avec éloge, nous avertit *, qu'*elle n'adopte pas les hypotheses de toutes les Dissertations qu'elle couronne*. . . & que *si elle n'adjugeoit le prix qu'à des systêmes nouveaux, établis sur des preuves incontestables, elle auroit trop souvent le déplaisir de ne pouvoir pas le distribuer; ce qui rendroit insensiblement inutile l'objet qu'elle se propose d'avancer le progrès des Sciences, en excitant l'émulation des Savans*. J'ai donc cru que cette celebre Compagnie, en couronnant la Dissertation dont il s'agit, n'avoit pas seulement songé à en recompenser le merite, mais qu'elle avoit encore voulu inviter ceux qui la liroient, à éclaircir une question aussi curieuse & aussi interessante que celle du mouvement de la Terre autour de la Lune. Ce n'est du moins que dans cet esprit, que j'ai pris la plume contre cet article d'un Ouvrage dont je fais cas d'ailleurs, tant par lui-même, que par le sort qu'il a eu dans une Compagnie à qui j'ai l'honneur d'appartenir comme membre, & dont je suis plus interessé que personne du monde à faire respecter les suffrages.

* *Edition de Bordeaux.*

O B-

OBSERVATIONS

SUR

UNE PAIRE DE CORNES

D'UNE GRANDEUR

ET FIGURE EXTRAORDINAIRE.

Par M. le Chevalier HANS SLOANE.

IL y a plusieurs années que Monsieur *Doyly*, homme fort curieux, & dont une certaine Etoffe d'Eté porte le nom, trouva dans une Cave, ou Magasin, à *Wapping*, une paire de Cornes d'une grandeur extraordinaire, & d'une figure tout à fait étrange. Elles étoient assés gâtées, & les vers les avoient rongées fort avant dans la surface en divers endroits. Elles avoient été dans ce Magasin si longtems, que lorsque M. Doyly les acheta, personne ne put l'informer de quel pays elles étoient venues, ni en quel tems & de quelle maniere elles avoient été mises là. Elles ressembloient en diverses choses à des Cornes de Chevres, tellement que plusieurs personnes les prirent pour des Cornes d'un Animal de cette espece, qui devoit probablement être aussi grand en son genre, que le *Mouse-deer*, espece de Cerf de l'Amerique. La Société Royale ayant été informée de cette af-

faire, M. Hunt, alors leur Operateur, en fit un dessein, & M. le Docteur Hook lut un Memoire là-dessus à une des assemblées. Je crois que ce dessein & ce Memoire se sont perdus; mais je me souviens, qu'il conjectura que c'étoient les Cornes du *Sukotyro*, comme les Chinois l'appellent, ou *Sucotario*, bête très grande, & d'une figure tout à fait bizarre. *Nieuhof* fait mention de cette bête dans ses Voyages aux Indes Orientales *, & il en donne la figure & la description suivante: *Il est*, dit-il, *de la grandeur d'un grand Bœuf, ayant le museau approchant à celui d'un Cochon, deux oreilles longues & rudes, une queue épaisse & touffue. Les yeux sont placés perpendiculairement dans la tête, d'une maniere tout à fait différente de ce qu'ils sont dans d'autres Animaux. De chaque côté de la tête, tout proche des yeux, il sort une longue Corne, ou plutôt une Dent, non pas tout à fait aussi épaisse que la Dent d'un Eléphant. Il paît l'herbe, & est pris fort rarement.* Mais pour revenir, plusieurs personnes allerent voir ces Cornes chés M. Doyly, & il en refusa une bonne somme d'argent: mais quelque tems après l'ayant traité dans une maladie, fort à sa satisfaction, il m'en fit present.

Elles sont assés droites à une distance considérable de la base, & puis se courbant, elles vont insensiblement se terminer en pointe. Elles ne sont pas rondes, mais un peu plattes & comprimées, avec des *sulci* ou sillons larges & transversaux sur leur surface, ondées par dessous. Elles ne sont pas tout à fait

* *p. 360. de l'Edition Angloise.*

fait de la même grandeur: en ayant mesuré une (*Fig.* 1,) le long de sa circonférence, depuis le point *A* de la base *AB* jusqu'au point *D*, j'en trouvois la longueur *ACD* de six pieds six pouces & demi, mesure d'Angleterre; depuis *B* jusqu'à *D*, mesurant en droite ligne, il y avoit quatre pieds cinq pouces & un sixieme. Le diametre de la base *AB* étoit de six pouces & trois quarts, & la circonférence d'un pied cinq pouces. Elle pesoit 21 livres 10 onces, & contenoit dans sa cavité cinq quartes d'eau. Dans l'autre, (*Fig.* 2,) la circonférence *ACD* étoit de six pieds quatre pouces, la ligne *BD* de quatre pieds sept pouces, le diametre de la base *AB* sept pouces, & sa circonférence un pied six pouces. Celle-ci pesoit 21 livres treize onces & demi, & contenoit dans sa cavité quatre quartes d'eau & demi ; mais elle en auroit contenu davantage, si elle n'avoit pas été fort rongée vers la base.

Le Capitaine d'un Vaisseau des Indes ayant vû ces Cornes, me dit qu'il avoit observé une grande espece de Bœufs dans les Indes, qui en portoient de semblables. Et plusieurs raisons me portent à croire que ce sont les Cornes d'une grande espece de Bœuf, ou de Vache, qui se trouve dans l'Ethiopie & d'autres Contrées au milieu de l'Afrique, & qui a été décrite par les anciens Ecrivains, quoi-que, ce qui doit paroître étrange, fort peu des Auteurs modernes en ayent fait mention.

Agatharchide le Cnidien, qui vécut autour de la CL. Olympiade, environ cent quatre-vingts ans avant la naissance de Jesus-Christ,

eſt le premier parmi les Anciens qui faſſe mention de ce Bœuf, grand & carnacier; il en donne une deſcription fort ample (dans les reſtes de ſon Traité de la Mer Rouge, conſervé par Photius dans ſa Bibliotheque *, & qui ont été pareillement imprimés avec ſa Vie dans les *Geographiæ veteris Scriptores Græci minores*, publiés par M. *Hudſon:*) & il paroîtra par ce qui ſuit, que la plupart des Auteurs qui ont vécu après lui, n'ont fait que le copier. (*A*) Je tranſcrirai ici tout le Chapitre où.

* *p.* 364. *c.* 39.

REMARQUE.

(*A*) Cet Agatharchide fleuriſſoit principalement ſous Ptolomée Philometor: pluſieurs Ecrivains anciens font mention de lui, comme d'un Hiſtorien & Philoſophe Peripateticien, M. le Clerc (Hiſtoire de la Medecine, p. 387.) le range parmi les Medecins de ce tems-là, quoique ce n'étoit pas proprement ſa profeſſion, mais parce que dans ſon hiſtoire il parle d'une maladie dont Hippocrate ni les autres Medecins qui l'ont précedé, n'ont rien dit Nous ſommes redevables de cette Obſervation à Plutarque, qui nous informe, ſur l'autorité d'Agatharchide, *que les peuples qui habitent autour de la Mer Rouge, parmi d'autres maladies étranges auxquelles ils ſont ſujets, ſont ſouvent tourmentés de certaines petits Dragons, ou petits Serpens, qui ſe trouvent dans leurs jambes ou dans leurs bras, & leur mangent ces parties. Ces Animaux montrent quelquefois un peu la tête, mais ſitôt qu'on les touche, ils rentrent, & s'enfoncent dans la chair, où s'y tournant de tous côt s, ils y cauſent des inflammations inſupportables.* Plutarque ajoûte, qu'avant le tems de cet Hiſtorien, ni même depuis, perſonne n'avoit rien vû de ſemblable en d'autres lieux. C'eſt certainement le Dragonneau ou Vena Medeni des Auteurs Arabes (dont voyés mon Hiſtoire Naturelle de la Jamaïque, vol. 1. Introd. pag. CXXVI. & Vol. II. pag. 190. Tab. 233.) qu'Agatharchide décrit ici, maladie qui ſubſiſte encore aujourd'hui, non ſeulement parmi les Peuples dont il eſt parlé ici, mais auſſi ſur les Côtes de Guinée, & dans les parties méridionales de la Perſe.

où il traite de cet Animal, selon la traduction de Laurentius Rhodomannus. *De Tauro Carnivoro. Omnium, quæ adhuc commemoravi, immanissimum & maximè indomitum est Taurorum genus, quod carnes vorat, magnitudine crassius domesticis, & pernicitate antecellens, insigniter rufum. Os ei ad aures usque deductum. Visus glauco colore magis rutilat quam Leoni. Cornua aliàs non secus atque aures movet, sed in pugna, ut firmo tenore consistant, facit. Ordo pilorum inversus, contra quam aliis animantibus. Bestias etiam validissimas aggreditur, & ceteras omnes venatur, maximeque greges incolarum infestos reddit maleficio. Solum est arcu & lancea invulnerabile. Quod in causa est, ut nemo id subigere, (quamvis multi id tentarint) valuerit. In fossam tamen aut similem ei dolum, si quando incidit, præ animi ferocia citò suffocatur. Ideo rectè putatur, etiam a Troglodytis, fortitudine Leonis, & velocitate Equi, & robore Tauri præditum, ferroque cedere nescium.* Diodore de Sicile, dans le troisieme livre de sa Bibliotheque, n'a fait que copier Agatharchide, même jusqu'à se servir, à peu de chose près, de ses propres paroles: Il a ajoûté néanmoins les particularités suivantes; que ses yeux reluisent de nuit; qu'après avoir tué d'autres bêtes, il les devore; & que ni la force & le courage des Bergers, ni le grand nombre de Chiens, ne sont capables de l'effrayer quand il attaque des troupeaux de Bêtail. Le passage suivant qui a du rapport au même Animal, est tiré de Strabon*. *Sunt & ibidem* (in Arabia) *Tauri feri ac qui car-*

* *Geogr. l. XVI. p. 77. Ed. Casaub.*

carnem edant, nostros & magnitudine & celeritate longe superantes, colore rufo. Pline * paroît aussi avoir copié Agatharchide. Ses paroles sont: *Sed atrocissimos habet* (Æthiopia) *Tauros Sylvestres majores agrestibus, velocitate ante omnes, colore fulvos, oculis cœruleis, pilo in contrarium verso, rictu ad aures dehiscente juxta cornua mobilia, tergori duritia silicis omne respuens vulnus. Feras omnes venantur, ipsi non aliter quam fovea capti feritate semper intereunt.* Le même Auteur (dans le 45me Chapitre du VIIIe Livre de son Histoire naturelle) fait mention d'une espece de Bœufs d'Inde: *Boves Indici, quibus Camelorum altitudo traditur, cornua in latitudinem quaternorum pedum.* Il est très probable, que ces Bœufs d'Inde sont les mêmes avec ceux d'Ethiopie décrits ci-dessus, principalement si on suppose que les Copistes de Pline ont écrit *latitudinem*, au lieu d'*altitudinem*. *Solinus* † n'a fait que copier Pline, avec cette seule différence, qu'il les appelle *Indicos Tauros*, *Taureaux des Indes*, au lieu que Pline lui-même les décrit parmi les Animaux d'Ethiopie. Ceci ne doit pas pourtant paroître étrange, quand on considere aussi que l'Ethiopie a été comprise parmi les Indes par quelques Auteurs anciens. La description qu'Elien donne de ces Animaux ‡ est parfaitement conforme à celle d'*Agatharchide*, & il semble l'avoir empruntée de lui: Il en fixe la grandeur au double de la grandeur des Bœufs ordinaires de la Grece. Il y a un au-

* *Histor. Nat. lib. VIII. cap. XXI.*
† *Polyhist. l. II. cap. ... p. 58. Ed. Salmas.*
‡ *Histor. Anim. lib. XVII. c. 45.*

autre passage dans Elien *, qui semble avoir du rapport à cette grande espece de Bœufs d'Ethiopie, aussi-bien qu'aux grandes Cornes décrites ci-dessus. Ses paroles sont: *Ptolomæo secundo ex Indiâ cornu allatum ferunt, quod tres amphoras caperet: unde conjicere possimus bovem illum, à quo ejusmodi tantum cornu extitisset, maximum fuisse. Ludolf* dans son Histoire d'Ethiopie †, parlant de ces grands Bœufs Ethiopiens, conjecture que ce sont les *Taurelephantes* que Philostorgius le Cappadocien ‡ dit avoir vû à Constantinople de son tems. Les paroles de Philostorgius, citées par Ludolf §, sont: *Habet & Terra illa maximos & vastissimos Elephantes; imo & Taurelephantes, ut vocantur, quorum genus quoad cætera omnia bos maximus est, corio verò coloreque Elephas, & ferme etiam magnitudine.*

Il paroît des passages que je viens de citer, qu'il y a en Ethiopie (& selon toutes les apparences aussi dans les Contrées méditerranées de l'Afrique, où fort peu de Voyageurs ont jamais penetré) une très grande espece de Bœufs, pour le moins deux fois aussi grands que nos Bœufs ordinaires, avec des Cornes d'une grandeur proportionnée, quoi-qu'autrement ils en différent en bien des choses. Je ne saurois nier que les relations que les anciens Ecrivains nous ont laissé des choses extraordinaires, ne peuvent pas toûjours être passées sans restriction, le fabuleux y étant fort

* *Histor. Anim. lib. III. c. XXXIV.*
† *Lib* I. *c.* 10.
‡ *Lib III. c.* 11.
§ *Comment. ad Histor. Æthiop. p.* 145.

fort souvent mêlé avec ce qui est vrai. Mais quant à cette grande espece de Bœufs, il y a quelques Auteurs modernes, qui nous assûrent qu'il y a un pareil Animal dans ce pays-là, quoi-qu'aucun, que je sache, ne nous en aye donné une descripton aucunement satisfaisante. *Ludolf* dans son Histoire d'Ethiopie *, remarque qu'il y a dans ce pays-là des Bœufs d'une grandeur extraordinaire, deux fois aussi grands que les Bœufs de Hongrie & de la Moscovie; & qu'ayant montré quelques Bœufs d'Allemagne des plus grands à Gregoire Abyssinien, (les écrits & la conversation duquel lui fournissoient les Memoires pour cet Ouvrage) il en fut assûré, qu'ils n'étoient que d'une grandeur moyenne à comparer à ceux de son pays. Il est fait mention aussi dans divers endroits de Lettres des Jesuites, de la grandeur de ces Bœufs; & le même Ludolf † cite le passage suivant, tiré d'une Lettre d'*Alphonse Mendez*, Patriarche d'Ethiopie, datée le 1. Juin 1626: *Buoi grandissimi, di corne smisuramente grosse è lunghe, talmente que nella corna di ciascuno di esse potea capire un otre piccolo di vino*: c'est-à-dire, *des Bœufs très grands, avec des Cornes si longues & si épaisses, que chacune pourroit contenir un petit* uter *de Vin*. Bernier, dans sa relation des Etats du Grand-Mogol ‡, remarque que parmi plusieurs presens qui devoient être presentés par deux Ambassadeurs de l'Empereur d'Ethiopie, à *Aureng Zeb*, il y avoit une Corne de Bœuf prodigieuse, remplie de Civette; que l'ayant

* *Lib.* 1. *c.* 10.

† *Comment. in Hist. Æthiop.*

‡ *Tome II. p.* 43.

l'ayant mesurée, il trouva que la base avoit demi-pied en diametre. Il ajoûte que cette Corne, quoi-qu'elle fût apportée par les Ambassadeurs à *Dehli*, où le Grand-Mogol tenoit alors sa Cour, ne lui fut pas pourtant presentée, parce que se trouvant courts d'argent, ils avoient vendu la Civette longtems avant que de venir là.

Après tout, il me paroît fort probable, que les Cornes que j'ai dans ma Collection, décrites ci-dessus, comme aussi la Corne dont Bernier fait mention, sont les Cornes d'une très grande espece de Bœufs ou de Vaches, qui se trouve en Ethiopie, & autres Contrées méditerranées d'Afrique, & qui a tant de rapport au *Taureau* Carnivore, décrit par Agatharchide, Pline, & les autres Ecrivains anciens mentionnés ci-dessus, qu'il paroît que ce soit le même. Mais je ne saurois déterminer si c'est précisément le *Sucotorio*, ou *Sukotyro* de Nieuhof, la description qu'il donne de cet Animal n'étant pas assés étendue pour cela, quoi-qu'il y aye lieu de croire que ce soit le même. *Gesner* * parle, & nous donne la figure d'une Corne fort grande, qu'il dit avoir vû suspendue à une des colomnes dans la Cathedrale de Strasbourg, & qui paroît être de la même espece avec les Cornes en question. Il dit, que l'ayant mesurée le long de la circonférence exterieure, il trouvoit qu'elle avoit quatre verges romaines en longueur, & il conjecture que ç'avoit été la Corne d'un grand & vieux *Urus*, que vraisem-

* *Icon. Anim. Quadr. Ed.* 2. *Tigur.* 1560. *p.* 34.

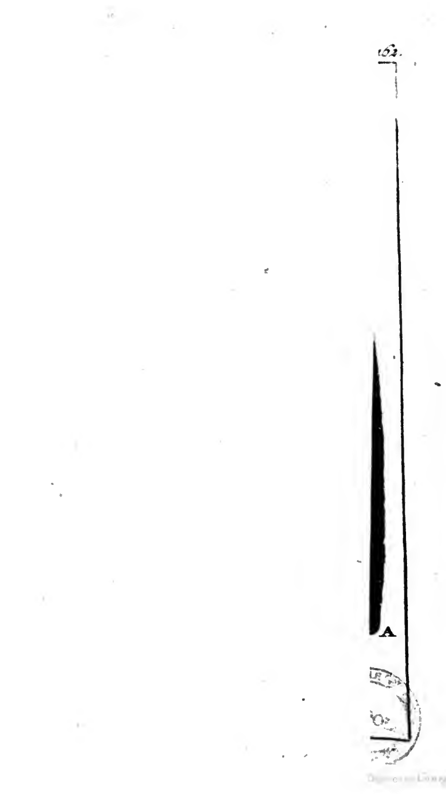
semblablement on avoit suspendue là à cause de sa grandeur extraordinaire, peut-être deux ou trois cens années avant son tems. Finalement, quant aux Cornes qui se trouvent dans ma Collection, la conjecture qui me paroît la plus vrai-semblable, est, que du tems que les Anglois avoient un grand commerce à *Ormus*, elles furent portées là avec quelques autres marchandises, & ensuite envoyées ou apportées en Angleterre par quelque personne curieuse.

OBSERVATIONS SUR LE MELANGE DE QUELQUES HUILES ESSENTIELLES AVEC L'ESPRIT DE VIN.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

DANS les différentes operations que j'ai eû à faire sur les Huiles Essentielles, j'en ai mêlé plusieurs avec l'Esprit de Vin; & l'examen de ce mêlange m'ayant fait connoître que ces deux liqueurs produisoient un refroidissement assés sensible, j'ai crû que je pouvois communiquer mes Observations sur

ce


A

ce Phénoméne, qui m'a paru nouveau.

Comme l'Esprit de Vin est une Huile éthe-rée très inflammable, & que d'un autre côté les Huiles Essentielles sont des Soufres exal-tés, si prêts à prendre feu, qu'il ne faut qu'un esprit acide pour les allumer subitement & avec explosion, ainsi que je l'ai fait voir l'an-née derniere; je ne pouvois présumer que le mêlange de ces Huiles avec l'Esprit de Vin dût occasionner aucune sorte de froid réel, puisque c'est joindre, pour ainsi dire, deux feux ensemble. J'eus donc recours au Ther-mometre qui donne en pareil cas la preuve la plus exacte & la plus décisive; & en le plon-geant dans le mêlange de l'Esprit de Vin avec différentes Huiles Essentielles, je vis sa li-queur descendre très sensiblement. La singu-larité de ce fait meritant d'être confirmée par des experiences variées, je vais, dans la sui-te de ce Memoire, rendre compte de celles que j'ai faites.

Un Phénomene tout opposé, sur lequel j'ai donné des Observations en 1713, n'est pas moins surprenant; c'est que l'Esprit de Vin, qui paroîtroit devoir être temperé par le mêlange de l'Eau pure, s'échauffe au con-traire très vivement avec elle, & fait mon-ter la liqueur du Thermometre à une hauteur très considérable.

Ces deux Phénoménes méritent assûrément quelque attention; car il ne paroît pas natu-rel que des Soufres exaltés produisent du froid en s'unissant, & que l'eau jointe à l'un de ces Soufres, échauffe au lieu de refroi-dir. C'est aussi une singularité remarquable, que

que l'eau ne produiſe pas ſur les Huiles Eſſentielles ce que j'ai fait voir qu'elle opere ſur l'Eſprit de Vin.

Avant que de riſquer des conjectures pour expliquer ces Phénomenes, je vais donner les faits tels que je les ai obſervés.

J'ai pris de l'Huile rectifiée de Terebenthine, je l'ai verſée ſur de l'Eſprit de Vin où elle a eû de la peine à ſe diſſoudre; quoi-que la bonne Terebenthine, toute groſſiere qu'elle eſt, s'y diſſolve parfaitement, mêlée à parties égales. L'une & l'autre blanchiſſent d'abord l'Eſprit de Vin, auquel elles s'uniſſent en les agitant enſemble, & la Terebenthine reſte toute entiere unie à l'Eſprit de Vin, auſſi-bien que la réſidence de ſon Huile Eſſentielle après la rectification; mais cette même Huile Eſſentielle rectifiée ne ſe joint à cet eſprit qu'en petite quantité, puiſque dans une once d'Eſprit de Vin, il ne peut s'en diſſoudre qu'un gros trois grains, & que le ſurplus s'en ſépare en ſe précipitant. On voit par-là, que plus une Huile eſt ſubtile, moins elle eſt diſpoſée à ſe joindre à l'Eſprit de Vin, & que cette union ſe fait plus aiſément avec des matieres ſulphureuſes plus groſſieres.

C'eſt en obſervant ce qui ſe paſſoit dans ces mélanges, que je remarquai ce froid aſſés ſenſible dont j'ai parlé. Pour m'en aſſûrer avec exactitude, je plongeai un Thermometre dans chacune de ces liqueurs ſéparément, & je trouvai que dans l'une & dans l'autre il s'arrêtoit à la même hauteur. En effet, j'ai éprouvé que les liqueurs, qu'on appelle chaudes ou froides, à cauſe de leurs différentes pro-

proprietés pour l'usage interieur, ont toutes le même degré exterieur de chaud ou de froid, pourvû qu'elles ayent été suffisamment exposées à l'air libre. Je fis ensuite un mélange de deux onces d'Esprit de Vin & d'autant d'Huile rectifiée de Terebenthine, j'y plongeai le même Thermometre; & au moment que ces deux liqueurs s'unissoient, je vis descendre la liqueur du Thermometre d'une ligne & demie. Ayant fait un autre mélange avec une Huile moins rectifiée, à même poids, le Thermometre descendit de deux lignes à deux lignes & demie. Enfin dans le mélange de la Terebenthine elle-même avec l'Esprit de Vin à parties égales & au poids de deux onces chacun, le Thermometre descendit encore au-dessous.

Le mélange d'une once de Camphre avec une once du même Esprit de Vin, fit baisser la liqueur du Thermometre de quatre jusqu'à quatre lignes & demie.

En faisant le même essai sur d'excellent Baume de Copaïi, mêlé avec l'Esprit de Vin, au poids de deux onces chacun, le Thermometre est descendu de trois lignes & demie, quoi-que dans ce mélange le Baume n'ait pas été entierement dissous, puisqu'il s'est séparé ensuite, pour la plus grande partie, d'avec l'Esprit de Vin.

L'Essence de Lavande mêlée de même avec l'Esprit de Vin, à parties égales, & au poids d'une once, s'y joint très intimément, & ne produit aucun changement au Thermometre.

L'Huile de Citron se dissout dans l'Esprit de

de Vin, presque aussi difficilement que l'Huile rectifiée de Terebenthine ; & mélée avec cet Esprit au poids d'une once chacun, elle fait baisser le Thermometre de deux lignes & demie.

L'Huile Essentielle d'Anis, qui, comme on le sait, a la proprieté de se figer en forme de Crystaux dans les tems froids, s'unit pour l'ordinaire assés intimément avec l'Esprit de Vin, & étant mêlée avec cet Esprit à même dose, elle fait baisser la liqueur du Thermometre de quatre à cinq lignes.

L'Essence de Limette, dont une once d'Esprit de Vin ne dissout que trois Dragmes & demie, fait descendre le Thermometre de trois lignes.

L'Huile Essentielle de Gerofle se mêle parfaitement avec l'Esprit de Vin, mais elle ne produit aucun changment à la hauteur du Thermometre.

Toutes ces différentes observations meritoient d'être comparées aux experiences dont j'ai parlé dans mon Memoire de 1713, du mêlange de l'Eau avec l'Esprit de Vin; je les ai repetées cette année, & j'ai plongé un Thermometre dans ce mêlange, qui en a fait monter la liqueur de treize lignes. J'ai fait aussi ces experiences sur d'autres liqueurs aqueuses, mais chargées de parties salines, pour observer ce qui en resulteroit. J'ai choisi d'abord l'Urine, qui est en même tems huileuse & saline, mais où l'Huile & le Sel nagent dans une grande quantité de flegme. En la mêlant avec l'Esprit de Vin, le Thermometre n'a monté que de dix lignes; ainsi la

par-

partie huileuse & saline paroît ôter, dans l'Urine, à la partie purement aqueuse, une faculté d'augmenter la chaleur, qui, mesurée par le Thermometre, se trouve de trois lignes.

Le mêlange de l'Esprit de Vin avec le Vinaigre distillé à pareille dose, ou avec le Vin lui-même, a produit un effet semblable au precedent sur le Thermometre.

Sachant que le Sel Ammoniac mêlé avec l'eau simple, en rallentit le mouvement de fluidité, & qu'il fait baisser considérablement la liqueur du Thermometre, j'ai voulu voir quel seroit son effet en le mêlant avec l'Esprit de Vin. J'ai jetté un gros de ce Sel en poudre sur une once de cet Esprit, où le Thermometre étoit déja plongé; ce qui l'a fait descendre d'une ligne & demie. Mais comme une liqueur si spiritueuse est peu propre à dissoudre ce Sel, j'ai versé par dessus une once d'eau. J'avois lieu de croire que par cette addition de flegme les Sels étant plus dissous, ils feroient baisser encore la liqueur du Thermometre: cependant tout le contraire est arrivé, & la liqueur est remontée de sept lignes & demie; effet qu'on ne peut attribuer, à ce que je crois, qu'au mêlange de l'Eau avec l'Esprit de Vin; & comme ce mêlange, s'il eût été d'eau seule & sans l'addition précédente du Sel Ammoniac, auroit dû faire monter la liqueur du Thermometre à treize lignes & demie, on voit par cette experience, que la dissolution de ce Sel suspend l'effet du mêlange de l'eau seule, de la quantité de cinq lignes & demie. Cette dissolu-

tion agit donc plus puiſſamment que l'Urine, qui, toute ſaline qu'elle eſt, laiſſe monter la liqueur du Thermometre juſqu'à la hauteur de dix lignes, quand on la mêle avec l'Eſprit de Vin.

Le Sel volatile Ammoniac étant plus aiſé à diſſoudre par l'Eſprit de Vin dont il eſt déja penetré, a fait deſcendre le Thermometre de trois lignes, au lieu que le Sel Ammoniac ſimple ne l'avoit fait deſcendre que d'une ligne & demie.

Il paroît par toutes ces Obſervations, que les liqueurs empreintes de Sels, étant mêlées avec l'Eſprit de Vin, cauſent un rallentiſſement du mouvement, & par conſéquent une diminution de chaleur; d'où il eſt naturel de conjecturer que les Huiles Eſſentielles étant chargées de parties ſalines, comme je l'ai fait voir, doivent rallentir le mouvement de l'Eſprit de Vin dans lequel on les mêle, & faire baiſſer par conſéquent la liqueur du Thermometre.

Pour rendre raiſon du Phénomene oppoſé, qui eſt la chaleur du mêlange de l'Eau avec l'Eſprit de Vin, il faut conſidérer que dans le mêlange de deux liqueurs, ou elles s'uniſſent en agiſſant l'une ſur l'autre, ou elles s'uniſſent ſans action. Or dans le mêlange de l'Eau avec l'Eſprit de Vin, ces deux liqueurs ſe penetrant mutuellement & avec beaucoup de vîteſſe, il arrive que les Soufres contenus dans l'Eſprit de Vin produiſent en ſe dévelopant une effervеſcence qui fait monter la liqueur du Thermometre de plus d'un pouce.

J'ai

J'ai fait remarquer que l'Huile Essentielle de Lavande & celle de Gerofle, ce qui peut aussi arriver à quelque autre, s'unissoient à l'Esprit de Vin, sans exciter ni chaud ni froid sensible, puisqu'il n'arrive aucun changement dans le Thermometre. On en peut inférer que ces liqueurs se mêlent ensemble sans action reciproque, comme l'Eau & le Vin, dont les parties en s'unissant ne font que se placer les unes auprès des autres : ainsi il n'arrive ni condensation ni raréfaction. Les Sels de ces sortes d'Huiles Essentielles, qui pourroient produire une espece de condensation, ne sont pas apparemment assés abondans ou assés dissous pour le faire ; & comme les Soufres ne se développent point, parce que les liqueurs mêlées n'ont aucune action l'une sur l'autre, ils ne produisent non plus aucune raréfaction.

A l'égard de l'Huile d'Anis qui se mêle assés intimément avec l'Esprit de Vin, & dont le mêlange fait descendre la liqueur du Thermometre de cinq lignes ou environ, il paroît que les Soufres étant fortement condensés par les Sels abondans dans cette Huile, ne peuvent se développer dans son union avec l'Esprit de Vin, qui est lui-même condensé par ces mêmes Sels ; ce qui produit le degré de froid qui fait descendre le Thermometre si considérablement.

Que l'eau ne produise pas dans son mélange avec les Huiles Essentielles la même effervescence qu'avec l'Esprit de Vin, la raison en paroît assés claire. C'est que l'Eau & l'Huile Essentielle ne s'unissent jamais : quel-

que agitation qu'on leur donne, elles ne se penetrent point; & comme les Huiles Essentielles sont ou plus legeres ou plus pesantes que l'eau, elles s'en séparent, ou en surnageant, ou en se précipitant au fond.

L'Esprit de Vin au contraire, quoi-que plus leger que l'eau, en est facilement penetré. Outre l'experience qui doit nous en convaincre, il faut considérer qu'il est un Soufre d'une autre nature que les Huiles Essentielles; & j'ai fait voir dans mon Memoire de 1718 que le Soufre de l'Esprit de Vin le plus rectifié nage dans une très grande quantité de flegme, de même nature, de même poids & de même saveur que l'eau pure. Il n'est donc pas étonnant que l'Eau & l'Esprit de Vin s'unissent si parfaitement, & que ces deux liqueurs se penetrent mutuellement. Les Huiles Essentielles au contraire contiennent un Soufre beaucoup moins étendu par le flegme que ne l'est celui de l'Esprit de Vin; aussi sont-elles impenetrables à l'eau, & par conséquent incapables de se mêler avec elle.

TROISIEME MEMOIRE
SUR
LA GONIOMETRIE PUREMENT ANALYTIQUE

Par M. DE LAGNY. *

APRÈS ce que j'ai donné dans les Memoires de 1724 & 1725, sur les mesures purement Géometriques & purement Analytiques des Arcs de Cercle & des Angles rectilignes mesurés par ces Arcs; il ne reste plus, pour épuiser entierement cette partie de la Goniometrie, qu'à ajoûter les trois articles suivans,

1° La Formule generale & exemplaire qui represente seule tous les Termes infinis en nombre de la Serie Goniometrique, & qui peut les former.

2° La Formule exemplaire d'approximation indéfinie, terminée à chaque Terme de la même Serie. Ensorte que l'on puisse toûjours savoir promptement & précisément à quel Terme on doit s'arrêter pour approcher de la valeur de l'angle cherché à moins d'une cent-milliéme, d'une millionieme, d'une cent-millionieme, &c. près, & en general à moins d'une partie aliquote quelconque de l'angle droit, & par

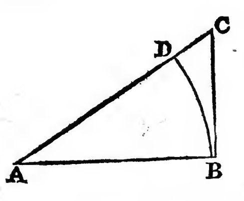
* 9 Juillet 1727.

par conſéquent auſſi l'arc à moins d'une partie aliquote quelconque du cercle, à moins de $\frac{1}{1a}$ ou entre $\frac{1}{1a}$ & $\frac{1}{a+1}$ de ce même cercle; on enfin ſuivant l'expreſſion ordinaire, à moins d'un degré, d'une minute, d'une ſeconde, d'une tierce, &c. Ce ſecond Article eſt eſſentiel pour la pratique.

3° Enfin il faut déterminer les *Maximum* & les *Minimum* du Calcul Goniometrique. Ce dernier Article eſt le plus curieux, par rapport à la Théorie. J'ajoûterai par occaſion une nouvelle Méthode de Calcul integral pour les Series infinies & incomplexes, fondées ſur la comparaiſon de l'ante-infinitieme terme avec l'Infinitieme. *Ce ſera le ſujet d'un autre Memoire.*

ARTICLE PREMIER.

Soit le rayon ou demi-diametre du Cercle $AB = 1$.



Soit l'Arc de Cercle $BD = 1x$ meſure de l'angle BAC, cherché médiatement ou immédiatement, & ſoit ſa Tangente $BC = \frac{1}{r+1} = \frac{1}{R}$. *Voyés la Figure ci-à-côté.* Je ſuppoſe que, ſuivant les préparations préliminaires don-

données dans les Memoires de 1725, cet angle cherché eſt toûjours moindre que la ſixieme partie de l'angle droit, ou que de 15 degrés, & que par conſéquent R eſt toûjours neceſſairement plus grand que $2 + \sqrt{3}$. Cette Remarque eſt neceſſaire pour déterminer le *Maximum* du Calcul Goniometrique, parce que c'eſt le Cas où le rayon étant $= 1$, la Tangente eſt $\frac{1}{1+\sqrt{3}}$ ou $2 - \sqrt{3}$. Et c'eſt la plus grande Tangente qui ſoit poſſible dans le Triangle ſubſidiaire.

Or en ſubſtituant $r + 1$, & ſes puiſſances au lieu de R, & de ſes puiſſances, j'aurai cette Equation en Serie toute poſitive, ſans aucun mélange des Signes $+$ & $-$, comme il y en a dans ma premiere & ancienne Serie, j'aurai, dis-je, cette nouvelle Equation, qui eſt en ce ſens plus commode pour le Calcul, ſavoir $x = \frac{3rr+6r+2}{1 \times 3 R^3} + \frac{7rr+14r+2}{5 \times 7 R^7} + \frac{11rr+22r+2}{9 \times 11 R^{11}}$, &c. à l'infini, ou $x = \frac{3rr+6r+2}{3 R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35 R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99 R^{11}}$, &c. à l'infini.

Je dis preſentement, que ſi l'on déſigne par $a+1$, l'Expoſant de chaque terme de cette Serie, l'on aura cette derniere Equation en Formule exemplaire.

 $x =$

$$x = \frac{\overline{4a+3}\left\{ rr + \overline{8a+6}\left\{ r + 2 \right.\right.}{\overline{4a+3}\times\overline{4a+1}\times R^{\overline{4a+3}}},$$

$$\text{ou } x = \frac{\overline{4a+3}\left\{ rr + \overline{8a+6}\left\{ r + 2 \right.\right.}{\overline{16aa+16a+3}\,R^{\overline{4a+3}}}.$$

Car en ſubſtituant dans cette derniere Formule exemplaire les valeurs de a, ſucceſſivement égale à o, à 1, à 2, à 3, &c. à ∞, l'on aura ſucceſſivement tous les Termes de la Serie cideſſus, $\frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}$, &c. à l'infini : Ainſi ſuppoſant $a=0$, l'on aura

$$4a+3=3$$
$$8a+6=6$$
$$16aa+16a+3=3.$$

Et par conſéquent le premier Terme ſera $\frac{3rr+6r+2}{3R^3}$. Enſuite ſuppoſant $a=1$, l'on aura

$$4a+3=7$$
$$8a+6=14$$
$$16aa+16a+3=35=16+16+3.$$

Et par conſéquent le ſecond Terme ſera $\frac{7rr+14r+2}{35R^7}$.

Et

Et ſuppoſant $a = 2$, l'on aura

$$4a + 3 = 11$$
$$8a + 6 = 22$$
$$16aa + 16a + 3 = 99 = 64 + 32 + 3.$$

Et par conſéquent le 3[me] Terme ſera $\frac{11rr + 22r + 2}{99R^{11}}$, & ainſi de ſuite à l'infini.

Enfin ſi l'on ſuppoſe $a = \infty$, l'on aura

$$4a + 3 = 4\infty + 3$$
$$8a + 6 = 8\infty + 6$$
$$16aa + 16a + 3 = 16\infty^2 + 16\infty^1 + 3.$$

Et par conſéquent le penultieme ou l'ante infinitieme terme ſera $\dfrac{\overline{4\infty+3}\left\{ rr + \overline{8\infty+6}\left\{ r+\overline{2} \right.\right.}{\overline{16\infty^2+16\infty^1+3} \times R^{\overline{4\infty+3}}}$

& l'infinitieme ſera $\dfrac{\overline{4\infty+7}\left\{ rr + \overline{8\infty+14}\left\{ r+\overline{2} \right.\right.}{\overline{16\infty^2+48\infty^1+35} \times R^{\overline{4\infty+3}}}$

REMARQUE I.

Chacun de ces deux Termes eſt infiniment petit, parce que le Dénominateur dans chacun eſt infiniment plus grand que le Numerateur correſpondant, & d'ailleurs ces deux Termes ſont *indéfiniment* égaux, n'y ayant d'inégalité dans les Numerateurs & les Dénominateurs que par des Infiniment petits du 1[er] & du 2[d] genre. Il eſt vrai (dans un ſens de calcul infinitaire) que ces deux derniers Termes, ſavoir, l'an-

l'ante-infinitieme & l'infinitieme, sont chacun infiniment petits; mais il n'est pas moins vrai, dans ce sens, que le pénultieme terme est au dernier comme R^4 est à 1 indéfiniment.

REMARQE II.

Il est absolument impossible d'integrer analytiquement, exactement & en general la Formule exemplaire ci-dessus, par aucune Equation d'un degré fini & déterminé, non plus que ses deux Converses, lorsque x étant exprimé par $x = \dfrac{\overline{4a+3} \left\{ rr + \overline{8a+6} \left\{ r + \overline{2} \right.\right.}{\overline{16aa + 16a + 3} \times R^{\overline{4a+3}}}$, supposé donné avec le rayon, l'on demande la Tangente, ou que x étant supposé donné avec la Tangente, l'on demande le rayon; c'est-à-dire que le rapport du rayon à la Tangente d'un Arc étant donné, ou en nombres ou en Equation numerique finie & déterminée quelconque, il est impossible de trouver une Equation numerique qui exprime le rapport de ce rayon & de cette Tangente à l'Arc correspondant. Il est par conséquent impossible de resoudre ce Probleme géometriquement par l'intersection de deux Courbes Géometriques; & de même le rapport du rayon à l'Arc étant donné ou supposé donné en nombres quelconques ou en Equation numerique quelconque, il est impossible de déterminer ni en nombres ni en Equation numerique quelconque la Tangente correspondante à cet Arc, ni le rap-

rapport de cet Arc à la circonference entiere. Enfin il est de même impossible (le rapport de l'Arc à sa Tangente étant donné ou supposé donné) de trouver en nombres ni en Equation numerique quelconque le rapport du rayon à cette Tangente, ni de l'Arc à la circonference entiere.

* DEMONSTRATION.

Il est impossible de déterminer exactement & analytiquement par une seule & même Equation d'un degré déterminé, les rapports des Tangentes des Arcs simples aux Tangentes des Arcs doubles, triples, quintuples, &c. des Arcs sous-doubles, sous-triples, sous-quintuples, &c. ni à plus forte raison les rapports en general en raison donnée quelconque de nombre à nombre. Car il faut une Equation ou Formule du 2^d degré pour les Tangentes des Arcs doubles ou sous-doubles; il faut une Equation ou Formule du 3me degré (même dans le Cas irréductible) pour les Tangentes des Arcs triples & sous-triples en general; il faut une Equation du 5me degré pour les Tangentes des Arcs quintuples & sous-quintuples, &c. Il faudroit donc une Equation Transcendante ou de l'infinitieme degré, pour resoudre par elle seule les rapports du Rayon à toutes ces Tangentes à l'infini, ou en general le rapport de la Tan-

* Cette Démonstration, le Corollaire & les Remarques jusqu'à la page 186 inclusivement, auroient besoin d'un plus grand éclaircissement, que l'Auteur donnera séparément des Memoires de l'Académie, dans un Traité exprès.

Tangente de l'Arc $1x$ à la Tangente de l'Arc $\frac{ax}{b}$. Or une Equation de l'infinitieme degré eſt une Equation abſolument impoſſible. Donc le rapport de l'Arc à l'Arc d'un même Cercle étant donné en general, comme de a à b, il eſt abſolument impoſſible de déterminer par aucune Equation finie & déterminée le rapport des Tangentes des deux Arcs x & $\frac{bx}{a}$, & reciproquement, &c. Mais ſi l'on pouvoit intégrer en general la Serie repreſentée dans la Formule exemplaire ci-deſſus par une Equation d'un degré fini quelconque, on trouveroit par une ſeule & même Equation ou Formule exacte, les rapports du rayon & de la Tangente quelconques, & à plus forte raiſon le rapport composé de ces deux lignes droites aux Arcs correſpondans à ces Tangentes, & reciproquement, &c. Ce qui vient d'être démontré impoſſible. Donc ni la Serie ci-deſſus, ni la Formule exemplaire qui la repreſente, ne peuvent être intégrées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il n'y a que les Problemes qui peuvent ſe reduire en Equations analytiques finies & déterminées, qui puiſſent être reſolus géometriquement, par l'interſection des lignes Courbes géometriques. Donc la rectification des Arcs de Cercle en general par le rayon & par leurs Tangentes eſt impoſſible géometriquement,

ment, comme elle eſt impoſſible analytiquement.

REMARQUE III.

La ligne circulaire ſeule, à l'excluſion de toutes les autres eſpeces de lignes courbes à l'infini, a cette proprieté, que tout Arc de Cercle étant pris où l'on voudra ſur la circonférence entiere, égal à un autre Arc quelconque du même Cercle, ces deux Arcs ſont en mêmetems égaux & parfaitement ſemblables, à cauſe de la parfaite uniformité de la courbure du Cercle. La ligne droite a auſſi cette même proprieté commune avec le Cercle, à cauſe de la parfaite uniformité de ſituation de tous ſes points.

Il ſuit de-là, que la rectification exacte & Géometrique d'aucun Arc de Cercle en particulier, n'eſt pas plus poſſible que la rectification de tout autre Arc en general. Or on vient de démontrer l'impoſſibilité de cette rectification en general. Elle eſt donc également impoſſible dans tout Arc en particulier, puiſqu'il eſt impoſſible de concevoir aucune raiſon de difference à cet égard entre deux Arcs d'un même Cercle, d'ont l'un ſeroit ſuppoſé rectifiable, & l'autre ne le ſeroit pas, ni même aucun autre Arc qui ne ſeroit pas préciſément à ce premier Arc, comme nombre à nombre.

REMARQUE IV.

Cette eſpece de Démonſtration métaphyſi-

que & Tranſcendante, n'eſt en ſoi ni moins exacte, ni moins certaine, ni moins convainquante que celle des trois Propoſitions ſuivantes, lesquelles ſont pourtant reçûes generalement, & approuvées par tous les Géometres, comme étant bien démontrées.

I.

Ayant déterminé arbitrairement (comme on le peut toujours) le Logarithme d'un nombre premier quelconque, autre que l'unité, par exemple du nombre 10; il eſt abſolument impoſſible de déterminer exactement, ni en nombres rationnels, ni en nombres irrationnels, le Logarithme d'aucun autre nombre premier à celui qu'on a pris d'abord. Par exemple, il eſt impoſſible d'exprimer exactement le Logarithme du nombre 7; on ne peut qu'en approcher indéfiniment par des Series rationnelles.

Remarqués que la Courbe Logarithmique n'eſt nullement uniforme, comme l'eſt le Cercle dans ſa courbure.

II.

La Triſſection de l'angle eſt un Probleme qu'on ne peut reſoudre par le Cercle & la ligne droite.

III.

L'invention des deux Moyennes proportionnelles entre deux lignes données, eſt éga-

également impossible par le Cercle & la ligne droite.

COROLLAIRE II.

Il ne reste donc rien à souhaiter sur la rectification des Arcs de Cercle, & sur la mesure des angles qui en dépendent necessairement, si ce n'est de déterminer le plus simplement, le plus promptement, le plus exactement, & le plus generalement qu'il soit possible, les limites d'approximation de chaque terme de la Serie, puisque l'integration parfaite de cette Serie est impossible. Et voici la Formule generale & exemplaire des limites de cette approximation.

ARTICLE II.

THEOREME.

Si à la sommé de tant de Termes qu'on voudra de la Serie Cyclometrique & Goniometrique cidessus, dont le dernier Terme fini est donné, & peut toujours être representé par la Formule exemplaire ci-dessus, dans laquelle $\overline{a+3}$ *represente l'Exposant du dernier terme dans son ordre naturel* $\dfrac{\overline{4a+3}\{rr+\overline{8a+6}\{r+2}{\overline{16aa+16a+3}\times R^{\overline{4a+3}}}$, *si, dis-je, l'on ajoûte à cette somme, la valeur* $\dfrac{1}{\overline{4a+5}\times R^{\overline{4a+5}}}$, *on aura les limites d'approximation que l'on cherche.*

 DE-

DEMONSTRATION.

La Démonſtration ſe tire aiſément de la Serie primitive de rectification des Arcs par leurs Tangentes, le rayon étant exprimé constamment par R, toûjours plus grand, ou non plus petit, que la Tangente T exprimée par $\frac{1}{R}$, & l'Arc correſpondant par x, on a $x = \frac{1}{R^1} - \frac{1}{3R^3} + \frac{1}{5R^5} - \frac{1}{7R^7} + \frac{1}{9R^9} - \frac{1}{11R^{11}}$ &c. ſuivant ce que j'ai démontré dans les Memoires de 1719. Or joignant deux à deux les Termes de cette Serie, il en reſulte une nouvelle Serie, ſavoir $x = \frac{3RR - 1}{3R^3} + \frac{7RR - 5}{35R^7} + \frac{11RR - 9}{99R^{11}}$, &c.

Enfin ſuppoſant $r + 1 = R$, & ſubſtituant cette valeur dans les Numerateurs, on a cette derniere Serie toute compoſée de termes poſitifs, $\frac{3rr + 6r + 2}{3R^3} + \frac{7rr + 14r + 2}{35R^7} + \frac{11rr + 22r + 2}{99R^{11}}$, &c.

Or par la conſtruction & la nature même de la premiere de ces trois Series, à quelque Terme en nombre pair qu'on s'arrête, la ſomme de tous ces Termes approche de la valeur de l'Arc par défaut; mais ſi l'on y ajoûte le terme immediatement ſuivant, la ſom-

somme en approchera par excès : c'est-à-dire, que $x > \frac{3rr+6r+2}{3R^3}$ & $x < \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{1}{5R^5}$ & de même $x > \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7}$, & le même Arc $x < \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{1}{9R^9}$, & ainsi de suite à l'infini.

Donc les limites d'approximation sont en general exprimées par $\frac{1}{\overline{\overline{4a+5 \times R^{\overline{4a+5}}}}}$, ajoûté à la somme d'un nombre fini quelconque de Termes de la 2de ou de la 3me Serie d'une part, & cette même somme de l'autre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ainsi soit la somme de tous ces Termes $= \frac{b}{a}$ qui est indéfiniment peu moindre que l'Arc qui sert de mesure à l'angle cherché; si l'on y ajoûte $\frac{1}{\overline{\overline{4a+5 \times R^{\overline{4a+5}}}}}$, la somme sera plus grande que l'Arc, & la différence entre ces deux sommes peut devenir indéfiniment petite, & elle devient d'abord aussi petite qu'on peut le souhaiter dans la Goniometrie pratique & sensible. Il faut se souvenir que le rayon étant $= 1$, la Tangente est toûjours moindre que $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ suivant

ce

ce que j'ai démontré dans les Memoires de 1725. Je prends pour exemple le premier & le plus ſimple des Triangles rectangles en nombres; ſavoir, 3, 4, 5, dont je veux trouver l'angle aigu oppoſé au petit côté 3.

Comme ce petit côté 3 eſt plus que la moitié de l'hypothenuſe 5, le Probleme ſe reduit au premier de mes deux Theoremes, en ſuppoſant le rayon conſtant $= 1$, & la Tangente $= \frac{4-3}{4+3} = \frac{1}{7}$; ce qui donne $r = 6$ & $R = 7$. Cette Tangente $\frac{1}{7}$ eſt la Tangente de l'angle qui ſert de complément à l'angle cherché pour le demi-droit ou 45 degrés.

J'ai donc pour premier Terme de la Serie $\frac{3rr+6r+2}{3R^3} = \frac{146}{1029}$, & pour limite $\frac{1}{4a+5 \times R^{4a+5}}$ $= \frac{1}{5R^5}$ puiſque $a = 0$. Or $\frac{1}{5R^5} = \frac{1}{5 \times 16807}$ $= \frac{1}{84035}$. Et je ſuis aſſûré que l'arc cherché immédiatement eſt entre $\frac{146}{1029}$ + & $\frac{146}{1029}$ + $\frac{1}{84035}$ du rayon, ce qui me donne 8° 7′ 48″, &c. & par conſéquent l'angle cherché médiatement eſt de 36° 52′ 11″, &c. il n'y a qu'environ une tierce de différence. J'ai ces 8° 7′ 48″, &c. par une Regle de trois ou par ſimple ſouſtraction, ſans aucune Table de Sinus, Tangentes & Secantes, ou par la ſeule Table contenue dans une petite page impri-

primée à la fin des Memoires de 1725, p. 455.

Le second Terme $\frac{7rr + 14r + 2}{35 R^7}$ donne $\frac{338}{28.\ 824.\ 005}$, & la somme de ces deux premiers Termes approche de la veritable valeur de l'Arc cherché ou de l'angle cherché, auquel cet Arc sert de mesure, cette somme, dis-je, en approche à moins de $\frac{1}{9R^9}$; c'est-à-dire, à moins de $\frac{1}{363.\ 182.\ 463}$; & ainsi de suite à l'infini, ensorte que lorsque $\frac{1}{\overline{4a+5} \times R^{\overline{4a+5}}}$ sera plus petit que la partie aliquote quelconque du rayon à laquelle on s'est fixé, le Probleme sera pleinement & parfaitement resolu. Et comme en poussant le Calcul jusqu'à moins d'une minute du dixieme genre près, j'ai démontré dans les Memoires de 1725 que cette minute du dixieme genre étoit entre $\frac{1}{34.\ 644.\ 566.\ 880.\ 952.\ 299.\ 166}$ & la $\frac{1}{34.\ 644.\ 566.\ 880.\ 952.\ 299.\ 167}$ du rayon; pour savoir jusques à quel Terme de la Serie il faut pousser le Calcul pour trouver la valeur de l'angle cherché, à moins d'une minute du dixieme genre près, il n'y a dans ce Cas qu'à égaler le Dénominateur $\overline{4a+5} \times R^{\overline{4a+5}}$

au

au Dénominateur 34. 644. 566. 880. 952. 299. 166, & l'on trouvera que c'eſt entre le 6me & le 7me Terme. La Regle eſt generale ; & c'eſt ce que l'on verra plus ſenſiblement dans l'uſage de la grande Table Goniometrique, qui ſera expliquée dans un autre Memoire.

REMARQUE.

Les Numerateurs de la Serie ci-deſſus, ſont 146, 338, 530, 722, 914, 1106, 1298, &c. dont les Expoſans ſont

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

Et les Dénominateurs, ſont

$3R^{3}, 35R^{7}, 99R^{11}, 195R^{15}, 323R^{19}, 483R^{23}, 675R^{27}$, &c dont les Expoſans ſont

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

C'eſt une progreſſion reglée, dont j'ai expliqué la formation dans les Memoires de 1725, p. 423 & ſuiv.

SUI-